أساسيات الفيزياء
الكلاسيكية والمعاصرة

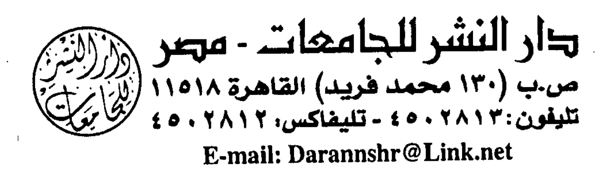
تأليف

د. رأفت كامل واصف

أستاذ الفيزياء - كلية العلوم - جامعة القاهرة
رئيس الشبكة العربية لتعليم الفيزياء - يونسكو

الكتـــــاب : أساسيات الفيزياء الكلاسيكية والمعاصرة
المؤلـــــف : أ.د. رأفت كامل واصف
رقـم الطبعـة : الثالثة
تاريخ الإصدار : ١٤٢٦هـ - ٢٠٠٥م

الناشـــــر : دار النشر للجامعات
رقـم الإيـداع : ٩٣/١٠٩٩٩
الترقيم الـدولي : I.S.B.N: 977-5526-00-0
الكــــود : ٢/١٧٠


دار النشر للجامعات - مصر
ص.ب (١٣٠ محمد فريد) القاهرة ١١٥١٨
تليفون: ٤٥٠٢٨١٣ - تليفاكس: ٤٥٠٢٨١٢
E-mail: Darannshr@Link.net

نبذة عن المؤلف

تدرج الدكتور رأفت كامل واصف فى مراحل التعليم المصرى حتى حصل من جامعة القاهرة على بكالريوس العلوم فى الفيزياء بمرتبة الشرف عام ١٩٤٦ والماجستير عام ١٩٥٠ ودكتوراه الفلسفة عام ١٩٥٤ ودكتوراه العلوم عام ١٩٦٨. ومنذ تعيينه ضمن أعضاء هيئة التدريس بجامعة القاهرة عام ١٩٤٦ وهو يجرى بحوثه فى علم الجوامد وقد نشر أكثر من مائة وثلاثين بحثا فى المجلات العلمية العالمية، وأشرف على العديد من درجات الماجستير والدكتوراه وتنتشر مدرسته العلمية فى مصر وفى العالم الخارجى .

حصل الدكتور رأفت كامل على كرسى فيزياء الجوامد بجامعة القاهرة عام ١٩٦٩، ثم عين رئيسا لقسم الفيزياء عام ١٩٧٤، وقد حصل على جائزة الدولة التشجيعية عام ١٩٦٣ وعلى وسام العلوم والفنون مرتين عامى ١٩٦٣ ، ١٩٨٦ .

ويعمل الدكتور رأفت كامل أيضا كخبير فى مجمع اللغة العربية بالقاهرة .

فى المجال المحلى أنشأ الجمعية المصرية لعلوم الجوامد وتطبيقاتها، ونشر المجلة المصرية لعلوم الجوامد منذ أكثر من خمسة عشر عاما . كما أنشأ الشبكة العربية لتعليم الفيزياء "ارابن" التى يصدر من خلالها المجلة العربية للفيزياء التطبيقية والتعليم، كما أنه يصدر نشرة علوم مبسطة باسم " أنباء ارابن " توزع عن طريق مكتب روستاس للدول العربية.

أما فى المجال الدولى فقد أنتخب ثلاث مرات من قبل الاتحاد الدولى للفيزياء البحتة والتطبيقية IUPAP ، عضواً فى اللجنة الدولية لتعليم الفيزياء ICPE منذ عام ١٩٨١ وحتى الآن . كما أنه يعمل مع اليونسكو لتطوير تعليم الفيزياء فى المرحلة الجامعية الأولى.

مقدمـــة

يعالج هذا الكتاب المبادئ الأساسية لعلم الفيزياء ، وكما هو معروف فإن لعلم الفيزياء أهمية كبيرة بين سائر العلوم الأساسية ؛ إذ أنه يكون حجر الأساس الذى لا غنى عنه فى جميع مجالات العلوم المختلفة . إن تطور علم الفيزياء فى القرن العشرين يمثل ثورة شاملة فى مفاهيمنا لطبيعة المادة والطاقة والإشعاع ، وكان هذا التطور بدءاً بعلوم الميكانيكا ثم تدرج إلى علوم الذرة الأكثر تطورًا وتعقيدًا ، والتى لا تزال فى حاجة للكثير من الوضوح خاصة إذا ما دخلنا مجال النواة وتفاعلاتها التى فرضت وجودها وسيطرتها على ميادين العلوم الحديثة .

وعلى ذلك فقد وضع هذا الكتاب كمقدمة لدراسة الفيزياء فى المراحل الأولى الجامعية ، خاصة لطلبة العلوم والتربية والهندسة، ويهتم الكتاب بالتعريف بالقوانين والقواعد التى تحكم العالم الطبيعى الخارجى، وتعطى للطالب أساسا للدراسة المستقبلية التخصصية، كما تعطى للطالب العام مقرراً نهائياً يعطيه صورة تمكنه من الإلمام بجميع الموضوعات رهن الدراسة فى إطار معلوماته العامة، وقد اتبع فى الكتاب أسلوب رياضى مبسط أستخدم فيه بعض مبادئ الرياضة العالية كالتفاضل والتكامل، مع تجنب الدخول فى تعقيدات رياضية قد تنفر الطالب الذى لم يتعلم تعليما رياضيا كافيا.

ونظرة إلى محتويات الكتاب تبين احتواءه فى الجزء الأول على مبادئ الميكانيكا، وخواص المادة والحرارة، ويعرض فى جزئه الثانى موضوع الفيزياء الموجية والضوء، ثم يعالج بإيجاز الكهرباء الاستاتيكية والديناميكية ومغناطيسية المواد فى جزئه الثالث، وقد اهتم المؤلف بإفراد جزء خاص عن الفيزياء الحديثة يعرض فيه مقتطفات عن أهم ما وصل إليه علم الفيزياء الحديث، كى يعطى للطالب صورة بسيطة عن ذلك التطور السريع الذى صاحب فيزياء النصف الثانى من القرن العشرين، وقد أضيف إلى كل باب من أبواب الكتاب بعض التمارين المحلولة كأمثلة يهتدى بها الطالب، كما توجد مسائل وتمارين أخرى

غير محلولة ليختبر بها نفسه، وقد روعى فى اختيارها أن تجمع أكثر من فكرة أو مبدأ واحد.

إن المقرر الذى تتضمنه مادة هذا الكتاب يمكن أن يستوعب فصلا دراسيا أو فصلين حسب عدد المحاضرات الأسبوعية، ومدى الواجبات المنزلية التى توكل للطالب والمسائل التى عليه حلها، وبدهى أن اختيار القدر المناسب لأى مرحلة دراسية يترك أمره لواضعى المقررات الذين عليهم واجب اختيار ما يناسب الطالب لديهم كما ونوعا .

وإنى – إذ أقدم هذا الجهد المتواضع إلى أبنائى الطلبة العرب – أكون بذلك قد أضفت لبنة فى صرح تعريب العلوم؛ ليعم تدريسها باللغة الأم متمشيا فى ذلك مع قرارات وتوصيات مؤتمرات تدريس الفيزياء التى أقامتها اللجنة الدولية لتعليم الفيزياء ICPE التابعة لليونسكو، والتى أتشرف بعضويتها.

وفى الختام أود أن أتوجه بالشكر والتقدير إلى الأساتذة الزملاء الذين شاركوا فى وضع هذه الطبعة فى صورتها النهائية.

وأخص بالذكر الأستاذة الدكتورة كريمات السيد بكلية العلوم – جامعة عين شمس – لما بذلته من جهد كبير فى مراجعة مادة الكتاب، وكذلك لتوجيهاتها القيمة، والدكتور نبيل جبران الأستاذ بكلية العلوم – جامعة القاهرة – لمعاونته الكبيرة، والدكاترة سامى صقر ومصطفى حسين وجورج ضيف للجهد الذى بذلوه فى إعداد الكتاب للطباعة.

ولا يفوتنى أن أذكر شاكرا زوجتى الدكتورة كاميليا نجيب؛ التى بتشجيعها ومعاونتها يسرت لى إخراج هذا الكتاب.

المؤلف

الجزء الأول

خواص المادة والحرارة

Properties of Matter and Heat

الفصل الأول

الوحدات والأبعاد (Units and dimensions)

تتعرف الكميات الطبيعية بمقدار الوحدات التى تقاس بها، وكذلك العدد الذى تتكرر به الوحدة داخل الكمية، وتعتمد القياسات الطبيعية على ثلاث وحدات أساسية هى : الطول، الكتلة، الزمن، ويوجد خلاف هذه الوحدات الأساسية وحدات مشتقة منها، مثل وحدة الحجم وهى مشتقة من الوحدات الطولية .

١ / ١- الوحدات الأساسية (Fundamental units) :

أولا : الطول Length :

وحدة الطول هى المتر، وكانت تعرف سابقا بأنها المسافة فى درجة الصفر المئوى بين نهايتى قضيب عيارى محفوظ فى باريس، أما الآن فيؤخذ الأساس العيارى للطول طول موجة اللون البرتقالى – الأحمر لذرة كريبتون 86 .

وتوجد وحدات عملية للطول مثل السنتيمتر وهو 0.01 من المتر والكيلومتر وهو 1000 متر، وتستعمل مثل هذه الوحدات العملية فى المناسبات الملائمة، فمثلا إذا كانت المسافة المقاسة صغيرة جدا لا نستعمل الكيلومتر بل المليمتر أو الميكرون، وإذا كانت كبيرة جدا تستخدم السنة الضوئية وهى المسافة التى يسيرها الضوء بسرعة $3x10^{8}$ متر / ثانية خلال عام كامل، كما يشتق من وحدة الطول وحدات أخرى مثل وحدة المساحة ووحدة الحجوم.

ثانيا : الكتلة : Mass

كتلة أى جسم هى كمية المادة الموجودة فيه، والأساس العيارى للكتلة هو الكيلوجرام، وهى كمية المادة الموجودة فى إشابة من البلاتين 90% ، والإيريديوم 10% محفوظة فى باريس، والكيلوجرام وحدة كبيرة بها 1000 جرام، ويعرف الجرام بأنه كمية المادة الموجودة

فى 1 سم^3 من ماء نقى فى درجة حرارة 4 °م .

ثالثا : الزمن (Time) :

تستخدم الحركة الدورانية للأرض حول نفسها كمقياس للزمن، ومن المعروف أن الدورة الكاملة تتم فى زمن يوم كامل وهذا يقسم إلى 24 ساعة، وتقسم الساعة إلى 60 دقيقة، والدقيقة إلى 60 ثانية، وتؤخذ الثانية وحدة للزمن.

النظام الدولى للقياس (SI) :

توجد نظم قياس مختلفة فى العالم منها النظام الفرنسى للوحدات c.g.s (السنتيمتر– جم – ثانية) وقد كان سائدا حتى وقت قريب.

ويتبع النظام الإنجليزى وحدات قياسية أخرى هى القدم للطول ويساوى 12 بوصة، والبوصة تساوى 2.539 من السنتيمتر، والباوند للكتلة وتساوى 453.6 جرام، والثانية للزمن .

ويتفق العلماء فى الوقت الحاضر على استخدام النظام الدولى SI وهو مشتق من النظام الفرنسى ووحداته الأساسية هى المتر / كيلوجرام / ثانية، وذلك رغبة منهم فى التوحيد القياسى فى جميع أنحاء العالم .

١ / ٢ – الوحدات المشتقة (Derived units) :

لكل كمية طبيعية وحدة مشتقة من الوحدات الأساسية السابقة، ولكي نعين الوحدات المشتقة يجب العودة إلى تعريف الكمية الطبيعية المراد تعيين وحدتها ، السرعة مثلا هى المعدل الزمنى الذى يقطع به الجسم المتحرك المسافات، وتكون وحدة السرعة بذلك متر / ثانية ، أما العجلة فهى معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن وتكون وحدتها هى متر / ث^2 وهكذا .

يطلق على وحدة القوة فى النظام الدولى SI النيوتن وهى القوة التى تسبب عجلة

تسارع قدرها متر / ث٢ لكتلة كيلوجرام واحد، والداين هو وحدة القوة فى نظام سم.جم.ث (c.g.s) والعلاقة العددية بينهما

1 نيوتن = 10^5 داين

وحدة الطاقة أو الشغل فى نظام SI هو الجول وهو الشغل المبذول عندما تتحرك قوة قدرها 1 نيوتن مسافة متر واحد فى اتجاه تأثيرها وتسمى هذه الوحدة فى نظام c.g.s بالأرج والعلاقة بينهما

1 جول = 10^7 أرج

عند تعيين وحدات أى كمية طبيعية بدلالة الوحدات الأساسية سوف يرمز لها بالرمز L للطول ، M للكتلة ، T للزمن ، وعلى ذلك تكون وحدات الطاقة مثلا ML^2T^{-2} وهكذا، ويبين الجدول (١-١) أسماء ورموز بعض الوحدات الأساسية والمشتقة فى النظام الدولى SI ، كما يبين الجدول (١-٢) معادلات الأبعاد لبعض الكميات الفيزيائية والميكانيكية المهمة .

جدول (١ – ١)

الكميـــة	الوحـــدة	الرمـــز	الكميـــة	الوحـــدة	الرمـــز
الطـــول	متر Meter	m	الجهد الكهربى	فولت Volt	V
الكتلـــة	كيلوجرام Kilogram	Kg	السعة الكهربية	فاراد Farad	F
الزمـــن	الثانية second	s	المقاومة الكهربية	أوم Ohm	Ω
التيار الكهربى	أمبير Ampere	A	الفيض المغناطيسى	ويبر Weber	Wb
درجة الحرارة المطلقـــة	كلفن Kelvin	K	كثافة الفيض المغناطيسى	تسلا Tesla	T
شدة النصوع	كانديلا Candella	cd	معامل الحث	هنرى Henry	H
التردد	هيرتز Hertz.	Hz	زاوية مستوية	راديان Radian	rad
القـــوة	نيوتن Newton	N	زاوية مجسمة	ستريديان Steradian	Sr
الضغط(الإجهاد)	باسكال Pascal	Pa	الفيض الضوئى	ليومن Lumen	ℓm
الطاقة (الشغل) – كمية الحرارة	جول Joule	J	الاستضواء	لكس Lux	ℓx
القدرة	واط Watt	W			
كمية الكهرباء	كولوم Coulomb	C			

جدول (١-٢)

المعادلة البعدية	الكميـــة	المعادلة البعدية	الكمية
T^{-1}	السرعة الزاوية	L^2	المساحة
MLT^{-1}	كمية الحركة	L^3	الحجم
T^{-2}	العجلة الزاوية	ML^{-3}	الكثافة
ML^2T^{-2}	الازدواج أو عزم القوة	LT^{-1}	السرعة الخطية
MT^{-2}	التوتر السطحى	LT^{-2}	العجلة الخطية
$ML^{-1}T^{-1}$	اللزوجة	MLT^{-2}	القوة
$ML^{-1}T^{-2}$	الإجهاد	$ML^{-1}T^{-2}$	الضغط
———	الانفعال	ML^2T^{-2}	الطاقة (الشغل)
$ML^{-1}T^{-2}$	معامل المرونة	ML^2T^{-3}	القدرة
$M^{-1}L^3T^{-2}$	ثابت الجاذبية الأرضية	T^{-1}	التردد

١ / ٣ – نظرية الأبعاد وتطبيقاتها (Theory of dimensions) :

تنص نظرية الأبعاد على وجوب التجانس من ناحية الأبعاد لكل طرف من أطراف المعادلات الرياضية ، وتكمن أهمية ذلك فيما يلى :

١ – يمكننا التحقق من صحة القوانين الفيزيائية والميكانيكية .

٢ – استنباط بعض القوانين بسهولة .

٣ – اشتقاق وحدات الثوابت التى تعتمد عليها العلاقات الرياضية .

٤ – التحويل من وحدات نظام معين إلى نظام آخر .

مثال (١ — ١) :

تحقق من أن تردد قطرة سائل كروية (υ) تتذبذب حول شكل الاتزان يتوقف على التوتر السطحى (σ) والكثافة (ρ) ونصف قطر (r) وفقا للمعادلة .

$$\upsilon = K\sqrt{\sigma/\rho\, r^3}$$

حيث K ثابت عددى .

الحــل :

توجد وحدات كل طرف فى المعادلة لنرى إن كانت المعادلة متجانسة بعديا .

وحدات الطرف الأيسر T^{-1}

وحدات الطرف الأيمن $L^{-\frac{3}{2}} \quad (ML^{-3})^{-\frac{1}{2}} \quad (MT^{-2})^{\frac{1}{2}}$

$$= T^{-1}$$

أى أن وحدات طرفى المعادلة واحدة، إذن فهى متجانسة بعدياً، إذن فهى صحيحة .

مثال (١ — ٢) :

أوجد العلاقة بين سرعة الأمواج الطولية والعوامل المؤثرة عليها ؟

الحــل :

نبدأ أولا بتحديد العوامل المختلفة التى قد يكون لها تأثير على سرعة الأمواج مثل مرونة الوسط الناقل للأمواج (E) وكثافته (ρ) .

نفرض أن سرعة الأمواج (u) تتوقف على كل من E , ρ وفقا لقانون أسى ، فتكون المعادلة البعدية هى :

$$v = K\,(E)^{\alpha} \,.\, (\rho)^{\beta}$$

حيث K ثابت عددى لا أبعاد له ، α ، β ثوابت وتكون المعادلة البعدية :

$$(LT^{-1}) = (ML^{-1}T^{-2})^{\alpha} \quad (ML^{-3})^{\beta}$$

وبمساواة قوى الوحدات المتماثلة فى طرفى المعادلة نحصل على :

بالنسبة للكتلة M : $\alpha + \beta = 0$

بالنسبة للطول L : $-\alpha - 3\beta = 1$

بالنسبة للزمن T : $-2\alpha = -1$

من ذلك نجد أن : $\alpha = -\beta = \frac{1}{2}$

وتكون بذلك العلاقة المطلوبة

$$v = K\sqrt{E/\rho}$$

ويمكن تعيين الثابت K إما بالتجربة أو بالتحليل الرياضى ، وقيمته فى هذا المثال تساوى الوحدة $K = 1$

وتكون سرعة الأمواج فى الوسط هى

$$v = \sqrt{\frac{\text{مرونة الوسط}}{\text{كثافتــــه}}}$$

مثال (١ – ٣) :

أوجد زمن ذبذبة بندول بسيط بدلالة المتغيرات المؤثرة عليها ؟

الحـــل :

العوامل التى نتوقع أن يكون لها تأثير على زمن الذبذبة T هى الطول ℓ ، عجلة الجاذبية g ، كتلة كرة البندول m

لذلك نفرض أن العلاقة تتبع قانون أسى كما يلى :

$$T = K(m)^{\alpha} \cdot (\ell)^{\beta} \cdot (g)^{\gamma}$$

وتكون المعادلة البعدية هى :

$$(T) = (M)^{\alpha} \quad (L)^{\beta} \quad (LT^{-2})^{\gamma}$$

وبمساواة قوى الوحدات المتماثلة فى طرفى المعادلة نجد أن :

$$\alpha = 0$$

$$\beta + \gamma = 0$$

$$1 = -2\gamma$$

ومن ذلك نجد أن : $\alpha = 0$ ، $\gamma = -1/2$ ، $\beta = 1/2$

أى أن المعادلة المطلوبة هى :

$$T = K\sqrt{\ell / g}$$

ويلاحظ اختفاء أثر كتلة البندول إذ لاتأثير لها على زمن الذبذبة ، ويمكن إثبات أن الثابت العددى $K = 2\pi$ وتصبح زمن الذبذبة

$$T = 2\pi\sqrt{\ell / g}$$

مثال (١ — ٤)

إذا علم أن معادلة الحركة التوافقية البسيطة تعطى بالمعادلة :

$$x = A \sin \omega t$$

حيث x هى الإزاحة ، ω السرعة الزاوية ، t الزمن .

استخدم التحليل بالأبعاد لإيجاد وحدات الثابت A فى المعادلة ؟

الحـــل :

بالتعبير عن الوحدات المختلفة فى طرفى المعادلة نجد أن :

$$(L) = A \sin (T^{-1})\ (T)$$

ويلاحظ هنا أن الثابت A مضروب فى كمية لا وحدات لها ، وعلى ذلك تكون وحدات الثابت A هى نفس وحدات الإزاحة (L)

مثال (١ — ٥) :

إذا علم أن قيمة الضغط الجوى بالوحدات الفرنسية هو 1.013×10^{6} داين / سم

فما هى قيمته بالوحدات الإنجليزية ؟

(1 باوند = 453.6 جرام ، 1 قدم = 30.48 سم)

الحـــل :

المعادلة البعدية للضغط هى ($ML^{-1}\ T^{-2}$) ويضرب قيمة الضغط الجوى فى أبعاد النظام الفرنسى ومساواته بالمثل بالنظام الإنجليزى نجد أن :

$$(M_2\ L_2^{-1}\ T_2^{-2})\ K = (M_1\ L_1^{-1}\ T_1^{-2})\ 1.013 \times 10^6$$

حيث L_1 , M_1 بالجرام والسنتيمتر على الترتيب ، L_2 , M_2 بالباوند والقدم .

T_1 , T_2 لهما نفس الوحدات وهى الثانية ، K تمثل قيمة الضغط الجوى مقدرًا بالوحدات الإنجليزية ، وحيث إن

$$(L_1)\ 30.48 = (L_2)$$
$$(M_1)\ 453.6 = (M_2)$$

وبالتعويض فى المعادلة السابقة نحصل على :

$$\frac{(M_1\ L_2)}{(M_2\ L_1)}\ 1.013 \times 10^6 = K$$

أى أن $K = 6.8 \times 10^4$ باوندال / قدم٢

وهذه هى قيمة ١ ضغط جوى بالداين / سم٢

تمارين على الفصل الأول

١ – أوجد الضغط داخل فقاعة صابون علمًا بأنه يتوقف على كل من التوتر السطحى σ ونصف قطر الفقاعة r ؟

٢ – أوجد زمن دوران كوكب حول الشمس علما بأنه يتوقف على بعده عن الشمس R وعلى كتلة الشمس M وثابت نيوتن للجاذبية G ؟

٣ – استنتج تردد وتر صونومتر υ بمعلومية طوله ℓ وقوة الشد الواقع عليه F وكتلة السنتيمتر الطولى منه m ؟

٤ – تحقق من صحة معادلة بواسيى التى تمثل سريان انسيابى منتظم خلال أنبوبة

$$v = \frac{\pi}{8}\frac{r^4}{\eta}\frac{p}{\ell}$$

حيث v هى سرعة تدفق السائل ، r نصف قطر الأنبوبة ، P فرق الضغط بين طرفى الأنبوبة ، ℓ طول الأنبوبة ، η معامل لزوجة السائل ؟

٥ – باستخدام نظرية الأبعاد تحقق من صحة المعادلة

$$pV = \frac{1}{3} M v^2$$

حيث P , V هما ضغط وحجم غاز وزنه الجزيئى M ومتوسط سرعة جزيئاته v ؟

٦ – إذا علم أن وحدات معامل الصلابة هى $ML^{-1}\,T^{-2}$ استخدم نظرية الأبعاد للتحقق من صحة المعادلة

$$T = \frac{\pi\, n\, r^4}{2\ell}\,\theta$$

حيث T هو عزم الازدواج اللازم للى سلك طوله ℓ ونصف قطره r ومعامل صلابته n خلال زاوية قدرها θ ؟

٧ – باستخدام نظرية الأبعاد أوجد العلاقة بين المسافة المقطوعة بواسطة جسم ساقط من

سكون ، وبين عجلة الجاذبية الأرضية وزمن السقوط ؟

٨ – أوجد العلاقة التى تربط بين سرعة الموجة المستعرضة التى تنتج عن وتر رفيع منتظم السمك ، وبين كتلة وحدة الأطول لهذا السلك ومقدار الشد فيه ؟

٩ – أوجد سرعة كرة صلب ساقطة داخل سائل فى مجال جذب الأرض بدلالة نصف قطرها ، ولزوجة السائل ومقاومته لهذه الحركة باستخدام الأبعاد ؟

١٠ – بمعلومية قانون كبلر للكواكب

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{m\,G} r^3$$

حيث T الزمن الدورى للكواكب .

m كتلة الشمس ، r بعد الكوكب عن الشمس .

G ثابت الجاذبية العام .

أوجد وحدات الثابت G ؟

١١ – استنبط سرعة الأمواج الكهرمغناطيسية بدلالة طول الموجة والتردد ؟

١٢ – أوجد قيمة الإجهاد الواقع على جسم بالوحدات الإنجليزية علما بأن قيمته بالوحدات الفرنسية هى 3.2×10^5 داين / سم٢ .

١٣ – إذا علم أن جسماً متحركاً يحتاج إلى 12 چول ليتم تحركه ، أوجد قيمة هذا الشغل بالوحدات الإنجليزية ؟

١٤ – أوجد بالوحدات الإنجليزية المطلقة مقدار 256 واط هى قدرة جهاز حرارى .

الفصل الثانى
الحركة الخطية والحركة الدورانية
Linear motion and rotational motion

٢ / ١ - الحركة الخطية المنتظمة : Uniform linear motion

حركة الأجسام فى الكون نسبية ولاتوجد حركة مطلقة ، إذ ثبت عدم وجود مركز ثابت فى الكون تتحرك الأجسام نسبة إليه ، وأبسط أنواع الحركة هى الحركة الخطية المنتظمة ، وفيها يقطع الجسم المتحرك مسافات متساوية فى أزمنة متساوية ، وتعرف سرعته بأنها المعدل الزمنى لقطع المسافة أى أن

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad (2\text{-}1)$$

أما إذا لم تكن سرعة الجسم ثابتة مقدارًا واتجاهاً فإن معدل السرعة يتغير بالنسبة للزمن ويسمى بالعجلة a

$$a = \frac{dv}{dx} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (2\text{-}2)$$

وتكون العجلة منتظمة عندما يكون التغير فى سرعة الجسم فى الثانية ثابتا ، فإذا بدأ جسم فى مثل هذه الحركة من السكون فإن سرعته بعد زمن t تصبح

$$v = a\,t \qquad (2\text{-}3)$$

وتكون السرعة المتوسطة للحركة فى هذه الفترة الزمنية هى $\frac{1}{2}vt$ ، وبذلك تكون المسافة المقطوعة فى هذا الزمن t هى $\frac{1}{2}at^2$

وإذا كانت v_o هى سرعة الجسم الابتدائية تكون سرعته بعد زمن t

$$v = v_o + a\,t \qquad (2\text{-}4)$$

وتكون السرعة المتوسطة للجسم هى :

$$\frac{1}{2}(v_o + v_o + a\,t)$$

$$v = v_o + \frac{1}{2} at$$

وتكون الإزاحة فى هذه الحالة

$$x = v_o t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (2\text{-}5)$$

وبتربيع المعادلة (2-4) والتعويض فى المعادلة (2-6) نحصل على

$$v^2 = v_o^2 + 2 a x \qquad (2\text{-}6)$$

وتحدد القوانين السابقة العلاقة بين الإزاحة والسرعة والعجلة فى حالة الحركة الخطية المنتظمة .

٢/٢- قوانين نيوتن للحركة (Newton's laws of motion) :

وضع نيوتن Newton أساس علم الميكانيكا على ثلاثة قوانين حركة هى :

١ – يظل الجسم الساكن فى حالة السكون مالم تؤثر عليه قوة تغير من حالته ، كما يستمر الجسم المتحرك بسرعة منتظمة فى خط مستقيم على حركته مالم تؤثر عليه قوى خارجية ، ويوضح هذا القانون خاصية القصور الذاتى Inertia للأجسام حيث يقاوم الجسم الساكن أى تغير فى حالة سكونه ، كما يقاوم الجسم المتحرك حركة منتظمة فى خط مستقيم أى تغير فى حالة حركته .

٢ – يتناسب معدل التغير فى كمية حركة جسم ما مع القوة التى تؤثر عليه ، ويكون هذا التأثير دوما فى اتجاه القوة المؤثرة ، فقد وجد نيوتن أنه عندما تتغير حالة الجسم عن السكون أو الحركة المنتظمة تحدث عجلة تسارع a يكون اتجاهها هو نفس اتجاه القوة المؤثرة ، وأن النسبة بين القوة المؤثرة والعجلة تكون دائما ثابتة للجسم الواحد وتساوى كمية المادة بداخله أى كتلته m

فإذا فرض أن سرعة الجسم تتغير من v_1 إلى v_2 خلال زمن t من تأثير القوة فإن العجلة

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \qquad (2\text{-}7)$$

وتكون القوة F هى

$$F = m \frac{(v_2 - v_1)}{t} \quad (2-8)$$

أى أن :

$$F t = m v_2 - m v_1 \quad (2-9)$$

ولما كان حاصل ضرب القوة x الزمن يساوى دفع القوة أمكننا كتابة القانون الثانى على الصورة التالية :

" التغير فى كمية حركة جسم يساوى دفع القوة المؤثرة والمسببة لهذا التغير "

٣ – لكل فعل رد فعل مساوى له فى المقدار ومضاد له فى الاتجاه .

أى أنه إذا أثر جسم بقوة ما على جسم آخر فإن الجسم الثانى يؤثر بقوة مساوية فى المقدار ومضادة فى الاتجاه للقوة الأولى .

ويؤكد هذا القانون عدم وجود قوة مفردة إذ لابد أن يصاحب كل فعل رد فعل .

تعاريف :

كمية التحرك :

هى حاصل ضرب كتلة الجسم فى سرعته ، وبتطبيق قانون نيوتن الثانى نجد أن القوة F

$$F = \frac{mv_2 - mv_1}{t} = \frac{dv}{dt} = m a \quad (2-10)$$

أى أن : القوة تساوى الكتلة مضروبة فى العجلة وتقدر بالنيوتن .

الشغل Work :

إذا أثرت قوة F على جسم وأزاحته مسافة x فإن القوة تكون قد بذلت شغلاً قدره حاصل ضرب القوة فى المسافة أى أن :

$$W = F x \quad (2-11)$$

وحدة الشغل هى الجول فى نظام (SI) والأرج فى نظام (c.g.s.) وتوجد وحدة عملية

صغيرة للشغل هى الإلكترون فولط وتساوى 1.6×10^{-19} چول ، وتستخدم عادة فى الفيزياء الذرية.

القـدرة Power :

تعرف قدرة الآلة بمعدل بذل الشغل ووحدتها چول لكل ثانية وتسمى الواط ، وتوجد وحدة شائعة للقدرة هى قدرة الحصان وتساوى 746 واط .

طاقة الحركة :

كل جسم يحتوى طاقة يستطيع بذل الشغل ، فإذا فرضنا جسمًا يتحرك بسرعة ابتدائية v وأننا أثرنا عليه بقوة F تعمل على إيقافه بعد أن يقطع مسافة x فإن الشغل الذى بذلته القوة هو :

$$W = F x = max$$

حيث m كتلة الجسم ، a هى عجلة التناقص للجسم .

وباستخدام قانون نيوتن $v^2 = v_o^2 + 2\,ax$

وبما أن الجسم قد وصل لحالة السكون أى أن : $v_o = 0$

فإن : $v^2 = 2\,ax$

ويكون الشغل

$$W = max = \frac{1}{2} m v^2 \qquad (2\text{-}12)$$

وهذا يساوى طاقة حركة الجسم الابتدائية .

طاقة الموضع :

عندما يوجد جسم فى مجال قوة مركزية جاذبة فإنه يكتسب بفضل موقعه طاقة تسمى طاقة الموضع ، فمثلا عند سقوط جسم كتلته m مسافة x تحت تأثير الجاذبية الأرضية يكون الشغل المبذول فى السقوط هو mgx حيث g هى عجلة الجاذبية الأرضية .

وتتحول بالسقوط هذه الطاقة إلى طاقة حركة $\frac{1}{2} m v^2$

قانون بقاء الطاقة :

ينص القانون على أنه داخل أية مجموعة معزولة يظل مجموع الطاقات ثابتاً حتى ولو تحول أى نوع منها إلى نوع آخر ، ويجدر بالذكر هنا أن كتلة الجسم وهى كمية المادة بداخله ماهى سوى نوع من الطاقة المجمدة والتى يمكن تحريرها بطرق التفاعل النووى، وقد أثبت إينشتين أن الطاقة المتحررة عن إفناء كتلة من المادة قدرها m هى :

$$E = m c^2 \qquad (2\text{-}13)$$

(حيث c هى سرعة الضوء) .

ويمكن بالحساب البسيط أن نرى أن إفناء مايعادل الجرام الواحد من المادة ينتج طاقة قدرها 9×10^{13} جول تقريبا ، وهذه الطاقة الهائلة هى التى تحدث التأثير التدميرى العنيف للانفجارات النووية .

٢/٣ – التصادم المرن :

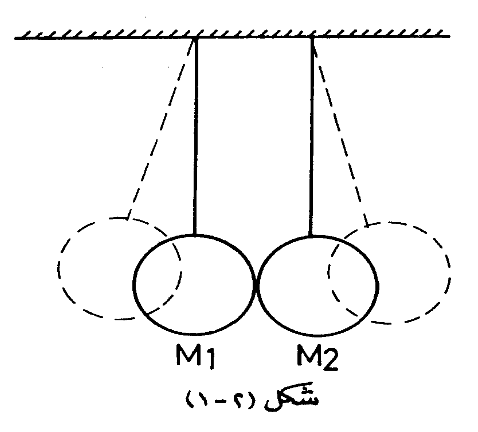
ترتد الأجسام المتصادمة بسبب وجود خاصية المرونة فى كل منها ، وقد وجد نيوتن أنه عندما يتصادم جسمان تصادماً مباشراً يكون التغير فى السرعة بعد التصادم هو نسبة ثابتة من التغير فى السرعة قبل التصادم ، ولكن فى عكس الاتجاه .

إذا فرضنا أن جسمين متصادمين كتلتيهما m_1 ، m_2 على الترتيب يتحركان بسرعتين ابتدائيتين v_1 ، v_2 فى نفس الاتجاه ، عند تصادمهما تكون القوة التى يؤثر بها الجسم الأول على الثانى مساوية فى المقدار ومضادة فى الاتجاه للقوة التى يؤثر بها الجسم الثانى على الأول خلال زمن التصادم ، أى أن دفع الجسم الأول للثانى يساوى دفع الثانى للأول ، وحسب قانون نيوتن الثانى (المعادلة 2-9) لايحدث أى تغير فى كمية التحرك قبل وبعد التصادم ، ويعرف هذا بقانون بقاء كمية التحرك ، ويمكن التحقق من صحة هذا القانون باستخدام الميزان القذفى .

معامل الارتداد : (Coefficient of restitution) :

اعتبر كرتين m_1 ، m_2 معلقتين بخيطين كما مبين بالشكل (٢ - ١) .

نفرض أن الكرتين أزيحتا عن وضع الاتزان ثم تركتا لتسقطا ، وأن سرعتيهما قبل وبعد لحظة التصادم مباشرة كانتا : (v_1 , v_2) ، (v'_1 , v'_2) على الترتيب .



شكل (٢ - ١)

إذا كان التصادم في اتجاه العمود المشترك عند نقطة التصادم ، كان خارج قسمة السرعة النسبية بعد التصادم على السرعة النسبية قبل التصادم مقدارًا ثابتًا يطلق عليه معامل الارتداد (e) ونحصل بذلك على المعادلة .

$$e = - \frac{v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2} \qquad (2\text{-}14)$$

وبتطبيق قانون بقاء كمية التحرك على المجموعة باعتبارها معزولة فإن

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \qquad (2\text{-}15)$$

وبحل المعادلتين السابقتين نحصل على سرعة الارتداد لكل من الكرتين كما يأتي :

$$v'_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} + e \frac{m_2}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1) \qquad (2\text{-}16)$$

$$v'_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - e \frac{m_1}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1) \qquad (2\text{-}17)$$

وتكون بذلك معادلة طاقة الحركة قبل وبعد التصادم هي :

$$\frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 \qquad (2\text{-}18)$$

$$= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (1 - e^2) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1)^2$$

أى أنه يحدث نقص فى طاقة الحركة نتيجة للتصادم غير المرن، قيمته :

$$\frac{1}{2} (1 - e^2) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1)^2$$

وواضح أنه إذا كان معامل الارتداد $e = 1$ لايحدث أى نقص فى طاقة الحركة ويسمى التصادم فى هذه الحالة تام المرونة ، ولما كان هذا المعامل أقل من الواحد الصحيح لجميع المواد لذلك ينتج دائما عن التصادم فقدان للطاقة يظهر على شكل طاقة حرارية .

مثال (٢ — ١) :

رصاصة كتلتها 2 جم تسير بسرعة 2820 متر / ثانية تصدم كتلة خشبية معلقة بخيط خفيف ، أوجد السرعة التى تكتسبها كتلة الخشب علما بأن كتلتها 280 جراما ، وأن الرصاصة استقرت بداخلها ؟

الحـــل :

كمية الحركة قبل التصادم = كمية الحركة بعد التصادم .

السرعة الابتدائية لكتلة الخشب v_1 تساوى صفرًا ، كما أن السرعة النهائية للرصاصة تصير نفس السرعة النهائية لكتلة الخشب حيث إنهما أصبحا جسمًا واحدًا .

كتلة الرصاصة m وكتلة الخشب M .

$$m v_1 + m v_2 = m v_1' + M v_2'$$

لكن :

$$v_2 = 0 \quad , \quad v_1' = v_2'$$

$$v_2' = \frac{m}{M + m} v_1$$

$$= \frac{2}{280 + 2} \times 2820$$

$$= 20 \ m/s$$

مثال (٢ — ٢) :

كرتان كتلتاهما 50 ، 20 جم تقتربان من بعضهما بسرعتين : 20 ، 50 سم / ث على الترتيب ، فإذا كان معامل الارتداد لهما 0.4 أوجد سرعتيهما بعد التصادم ؟

الحــل :

بتطبيق قانون بقاء كمية الحركة : شكل (٢ - ٢)

$$50 \times 20 + 20(-50) = 50 v_1' + 20 v_2'$$

$$5 v_1' + 2 v_2' = 0$$

$V_1 = 20$ → ← $V_2 = 50$

قبل التصادم

$M_1 = 50$ $M_2 = 20$

V_1' → V_2' →

بعد التصادم

الاتجاه الموجب للقياس →

شكل (٢-٢)

وبتطبيق قانون نيوتن (٢ - ١٤)

$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{(-50) - (+20)} = 0.4$$

$$v_2' - v_1' = -0.4 \times (-70)$$

$$= 28$$

وبحل المعادلتين نجد أن :

$$v_1' = -8 \text{ cm/s}$$

$$v_2' = +20 \text{ cm/s}$$

أى : تتحرك الكرتان فى اتجاهين متعاكسين بعد التصادم وتكون سرعة الكرة

الكبيرة 8 سم / ث وسرعة الصغيرة 20 سم / ث .

٢ / ٤- الحركة الدورانية والقصور الذاتي

: (Rotatianal motion and inertia)

عندما يتحرك جسم ما حول محور لا ينتج عن ذلك إزاحة انتقالية للجسم ككل ، ولكن تكون الإزاحة دورانية وتقاس بالزاوية التى دارها الجسم ، وتعرف سرعة الجسم الدورانية ω بأنها معدل تغير الإزاحة الزاوية بالنسبة للزمن ، أى أن :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{T} \qquad (2\text{-}19)$$

(حيث T زمن الدورة الكاملة) .

وإذا كانت F هى القوة المحدثة للحركة الدورانية فإن حاصل ضرب القوة فى المسافة العمودية بين اتجاه تأثيرها والمحور يسمى بعزم القوة حول المحور M ويبين هذا العزم مدى تأثير القوة فى إحداث دوران للجسم ، والمعروف أن الازدواج يتركب من قوتين متساويتين مقدارًا ومتضادتين اتجاهاً ولكنهما لايعملان على خط تأثير واحد .

٢ / ٥ - حركة نقطة مادية في دائرة

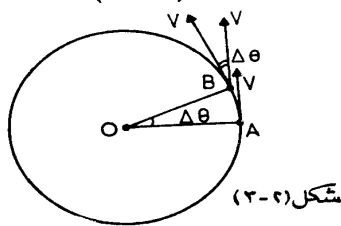
(Motion of a point in a circle)

اعتبر حركة نقطة مادية على محيط دائرة نصف قطرها r بسرعة منتظمة v يكون اتجاه السرعة دائما فى اتجاه المماس للدائرة ، إذا انتقلت النقطة من A إلى B فى زمن Δt فإن قوس الدائرة AB يصنع زاوية $\Delta \theta$ عند مركز الدائرة O شكل (٢ - ٣) .

السرعة الزاوية للحركة ω هى :

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

وإذا كانت الفترة الزمنية Δt صغيرة جداً تصبح ω هى السرعة الزاوية اللحظية للنقطة



شكل(٢-٣)

المتحركة .

طول القوس AB يساوى السرعة v مضروبا فى الزمن Δt لكن : $AB = r\Delta\theta$

$$r\,\Delta\theta = v\,\Delta t$$

$$v = r\,\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r\,\omega \qquad (2\text{-}20)$$

وإذا كانت T هى الزمن الدورى فإن :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

حيث n هو عدد الدورات فى الثانية الواحدة ويساوى مقلوب الزمن الدورى ويكون

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad (2\text{-}21)$$

القوة الطاردة المركزية (Centrifugal force) :

بالرغم من أن سرعة النقطة المتحركة على الدائرة ثابتة ، إلا أن اتجاهها يتغير باستمرار ويتبع ذلك حدوث عجلة ، ولإيجاد هذه العجلة نوجد معدلى التغير فى مركبات السرعة فى اتجاه المماس للحركة ، وفى اتجاه نصف القطر عندما تنتقل النقطة من A إلى B شكل (٢ - ٣).

نفرض أن انتقال النقطة من A إلى B يتم فى زمن dt ويكون نصف القطر OA قطع زاوية صغيرة $d\theta$.

العجلة هى معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن .

التغير فى السرعة فى اتجاه المماس بعد الزمن dt يساوى ($v - v\cos d\theta$)

ولما كانت $d\theta$ صغيرة فإن $\cos d\theta = 1$

التغير فى السرعة فى اتجاه المماس = صفر

التغير فى السرعة فى اتجاه نصف القطر بعد الزمن dt يساوى :

$$O - V \sin d\theta = - v\, d\theta$$

حيث $\sin d\theta = d\theta$ والإشارة السالبة تعنى أن التغير فى اتجاه نصف القطر للداخل ناحية المركز O

$\therefore$ العجلة فى اتجاه المركز $= v \dfrac{d\theta}{dt} = v\,\omega$

لكن $v = r\,\omega$

$\therefore$ العجلة فى اتجاه نصف القطر للداخل =

$$\frac{v^2}{r} = r\,\omega^2 \qquad (2\text{-}22)$$

وإذا كانت كتلة النقطة المتحركة m فإن القوة المركزية الناشئة عن دورانها فى دائرة هى $m\,r\,\omega^2$ أو $m\,v^2 / r$ وتتجه نحو المركز ، ويكون السبب فى ظهورهذه القوة المركزية هو نفس العامل المسبب للحركة الدائرية للجسم .

ولما كان لكل فعل رد فعل مساوى له فى المقدار ومضاد فى الاتجاه، ينتج لذلك قوة طاردة مركزية عكس اتجاه القوة الأولى ، وذلك لحفظ الاتزان الحركى . ومثال ذلك حركة المقلاع ، وهو جسم مربوط فى خيط إذا أدير دورانيا يؤثر الخيط بقوة على الجسم وتكون فى اتجاه الخيط ناحية المركز ، بينما يعمل الجسم على مقاومة هذه القوة المركزية بقوة طاردة تساويها ، ولذلك نجد أنه عندما يترك طرف الخيط حرًا من اليد التى تمسكه أثناء الحركة يندفع الجسم بعيدًا عن المركز الجاذب بسبب تأثير تلك القوة الطاردة .

حركة البندول المخروطي (Conical Pendulum) :

اعتبر كتلة m مثبتة فى طرف خيط طوله ℓ مثبت من طرفه الآخر فى o نحصل على حركة بندول مخروطى إذا تحركت الكتلة m دائريا فى مستوى أفقى بسرعة زاوية منتظمة ω. زاوية الحركة θ هى الزاوية التى يعملها الخيط مع الرأسى . (شكل ٢ - ٤) .

إذا كانت r هى نصف قطر الدائرة الأفقية التى تتحرك عليها الكتلة m تكون القوة الجاذبة المركزية $m\,v^2 / r$ حيث $v = r\,\omega$ هى السرعة الأفقية للجسم ، مساوية لمركبة الشد P فى الخيط فى الاتجاه الأفقى . أى أن :

$$P \sin\theta = m v^2 / r \qquad (2\text{-}23)$$

كما أن مركبة الشد فى الاتجاه الرأسى تساوى ثقل الجسم إلى أسفل

$$P \cos\theta = m g \qquad (2\text{-}24)$$

وبقسمة المعادلتين

$$\tan\theta = \frac{v^2}{r g} \qquad (2\text{-}25)$$

وإذا كان الزمن الدورى هو T يكون

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \ell \sin\theta}{T}$$

وبالتعويض فى المعادلة (2-25)

$$\tan\theta = \frac{4\pi^2 \ell^2 \sin^2\theta}{T^2 \, r \, g}$$

ومنها نحصل على :

$$\cos\theta = \frac{T^2 g}{4\pi^2 \ell}$$

O θ ℓ P r M W mg

شكل (٢-٤)

ويكون الزمن الدورى للبندول المخروطى :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell\cos\theta}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \qquad (2\text{-}26)$$

حيث h هى المسافة من نقطة تعليق البندول إلى مركز دائرة الحركة الأفقية .

مثال (٢ — ٣) :

الكتلة المعلقة فى خيط بندول مخروطى طوله متر هى 1 كيلو جرام .

أوجد الشد فى الخيط وكذلك الزمن الدورى علما بأن نصف قطر دائرة الحركة 0.6 متر؟

الحـــل :

إذا كانت θ هى زاوية الحركة المخروطية

$$\cos\theta = \frac{4}{5} \quad ; \quad \sin\theta = \frac{3}{5}$$

ويكون الشد P هو :

$$P = \frac{mg}{\cos\theta} = 9.8 \times \frac{5}{4}$$

$$= 12.25 \quad \text{newton}$$

سرعة الحركة الأفقية V

$$V = \sqrt{\frac{p\, r \sin\theta}{M}} = 2.1 \quad m/s$$

السرعة الزاوية ω

$$\omega = v/r = \frac{2.1}{0.6} = 3.5$$

الزمن الدورى T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.8 \quad s$$

مثال (٢ — ٤) :

تتحرك كتلة 2 كيلو جرام على مستوى أفقى أملس على محيط دائرة نصف قطرها 3 أمتار، وبسرعة زاوية 30 دورة فى الدقيقة ، فإذا كانت هذه الكتلة مثبتة بخيط لمركز الحركة أوجد الشد ؟

الحـــل :

زمن الدورة = 2 ثانية $\qquad T = 2\,s$

السرعة الخطية للكتلة المتحركة

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{6\pi}{2} = 3\pi$$

العجلة فى اتجاه مركز الحركة

$$a = \frac{V^2}{r} = \frac{(3\pi)^2}{3} = 3\pi^2$$

الشد فى الخيط يساوى الكتلة x العجلة

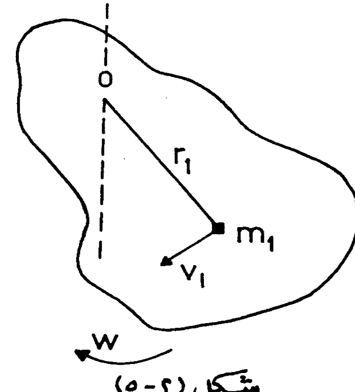
$$P = 2 \times 3\pi^2 = 1.84$$

أى أن الشد يساوى 1.84 ثقل كيلو جرام .

٢ / ٦ — عزم القصور الذاتي (Moment of inertia) :

عند دوران جسم متماسك حول محور ثابت O فإن جميع نقط الجسم تتحرك بنفس السرعة الزاوية ω ، وتتوقف طاقة الحركة الدورانية على ω وعلى طريقة توزيع كتلة الجسم حول محور الدوران .

نفرض أن الجسم مكون من كتل صغيرة m_1 ، m_2 ، .... تبعد عموديا عن محور الدوران r_1 ، r_2 ، ... وأن السرعات الخطية لهذه الكتل هى v_1 ، v_2 ، ... على الترتيب . انظر الشكل (٢ – ٥) .



شكل (٢-٥)

طاقة حركة الكتلة $m_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$

$= \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2$

وبالمثل طاقة حركة الكتلة m_2 ، m_3 ...

وتكون بذلك طاقة حركة الجسم كله

$$= \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2 + \ldots$$

$$= \frac{1}{2} \omega^2 \sum m r^2$$

$$= \frac{1}{2} I \omega^2 \qquad (2\text{-}27)$$

والعلامة Σ تعبر عن مجموع أو تكامل mr^2 لجميع كتل الجسم.

يسمى $I = \sum m r^2$ بعزم القصور الذاتى للجسم حول محور الدوران ويمكن كتابته على

الصورة

$$I = M R^2 \qquad (2-28)$$

حيث M الكتلة الكلية للجسم ، R هو نصف قطر القصور الذاتى .

٢/٧- عزم القوي علي جسم متماسك

(Moment of inertia of a rigid body)

القوة المؤثرة على الكتلة m_1 = الكتلة x العجلة

$$= m_1 \frac{dv_1}{dt}$$

$$= m_1 \frac{d}{dt}(r_1 \omega)$$

$$= m_1 r_1 \frac{d\omega}{dt}$$

$$= m_1 r_1 \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

عزم هذه القوة حول محور الدوران = $m_1 r_1^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$

وبتجميع مثل هذه العزوم لجميع كتل الجسم مثل m_1 ، m_2 ، ... نحصل على العزم الكلى للقوى المؤثرة على حركة الجسم دورانيا ويساوى

$$(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots) \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$= I \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (2-29)$$

ولإيجاد كمية التحرك الزاوى تعتبر كمية تحرك الكتلة m_1 وتساوى الكتلة x السرعة الخطية $m_1 v_1$ وهذه تساوى $m_1 r_1 \omega$. عزم كمية التحرك حول المحور تساوى

$m_1 r_1^2 \omega$ ويسمى هذا العزم بكمية التحرك الزاوى للكتلة m_1 ، وبتجميع عزم كمية التحرك لجميع الكتل المكونة للجسم نحصل على كمية التحرك الزاوى للجسم كله ويساوى

$$(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots)\,\omega = I\,\omega \qquad (2\text{-}30)$$

وينطبق قانون بقاء كمية التحرك الزاوى على الأجسام المتحركة دورانيا تماما كما ينطبق قانون بقاء كمية التحرك الخطى على الأجسام فى حالة الحركة الخطية .

٢/٨ – عزم القصور لقضيب منتظم حول محور يمر بمنتصفه :

نقسم القضيب إلي أجزاء صغيرة ، كما فى الشكل(٢ – ٦) ولتكن مثل dx التى تبعد مسافة x عن مركز الإحداثيات o عند منتصف القضيب .

شكل (٢-٦)

نفرض أن كتلة القضيب M طوله L فتكون كثافته الطولية $\frac{M}{L}$

وتكون كتلة العنصر dx هى $\frac{M}{L}\,dx$ وعزم القصور الذاتى لهذه الكتلة الصغيرة $= \left(\frac{M}{L}\,dx\right) x^2$

وبتجميع العزم لكل أجزاء القضيب نحصل على عزم القصور I حيث :

$$I = 2\int_0^{L/2} \frac{M}{L}\, x^2\, dx$$

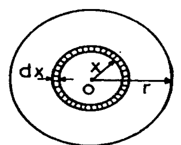
$$\therefore\ I = \frac{ML^2}{12} \qquad (2\text{-}31)$$

٢/٩ – عزم القصور الذاتي لحلقة حول مركزها :

نقسم الحلقة إلى كتل صغيرة m_1 ، m_2 ، ... تبعد كل منها مسافة r عن الحلقة (شكل ٢ – ٧)

عزم القصور الذاتى للحلقة حول المركز

$$I = m_1 r^2 + m_2 r^2 + \ldots$$
$$= r^2 \sum (m_1 + m_2 + \ldots)$$
$$= M r^2$$



حيث M هى كتلة الحلقة

شكل (٢-٧)

٢/١٠- عزم القصور الذاتي لقرص حول محور عمودي يمر بمركزه :

نفرض أن القرص عبارة عن مجموعة حلقات داخل بعضها ، اعتبر حلقة نصف قطرها x وسمكها dx كما فى الشكل (٢ - ٨) .

مساحة الحلقة $2\pi\, x\, dx$

شكل (٢-٨)

إذا كانت كتلة القرص M ونصف قطره r تكون كثافته السطحية $\dfrac{M}{\pi r^2}$

كتلة الحلقة $= 2\pi\, x\, dx \dfrac{M}{\pi r^2}$

عزم القصور للحلقة حول مركزها = كتلتها × مربع نصف قطرها

$$\therefore\ I = 2\pi\, x\, dx \frac{M}{\pi r^2} x^2$$

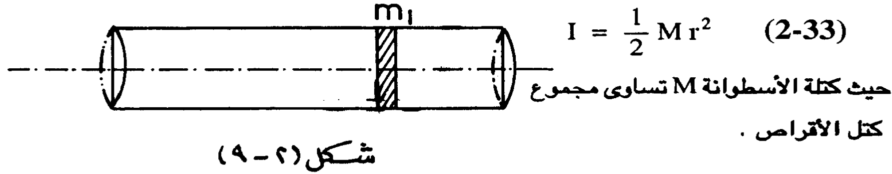
وبإجراء التكامل على جميع الحلقات ابتداء من $x = o$ إلى $x = r$ نحصل على عزم القصور للقرص حول محوره

$$I = \int_o^r 2 \frac{M}{r^2}\, x^3\, dx$$
$$= \frac{2M}{r^2} \frac{r^4}{4}$$

$$= \frac{M r^2}{2} \qquad (2\text{-}32)$$

٢/١١- عزم القصور الذاتي لاسطوانة حول محورها :

يمكن اعتبار الأسطوانة مجموعة أقراص ويكون عزم القصور لكل قرص مساويا $\frac{1}{2} m_1 r^2$ حيث r نصف قطر الأسطوانة ، m_1 كتلة القرص ، وبتجميع عزوم الأقراص المتشابهة حول المحور يكون عزم القصور للأسطوانة (شكل ٢ - ٩)



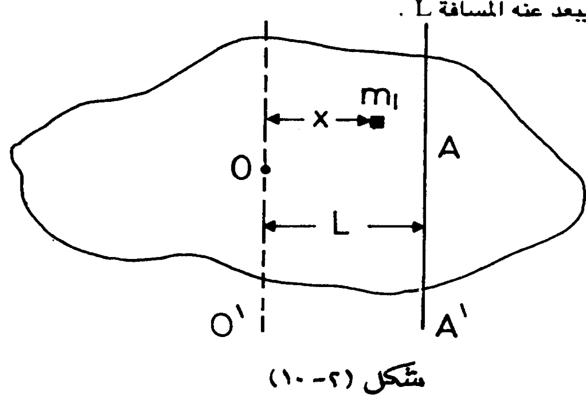
$$I = \frac{1}{2} M r^2 \qquad (2\text{-}33)$$

حيث كتلة الأسطوانة M تساوى مجموع كتل الأقراص .

شكل (٢ - ٩)

٢/١٢- قانون المحاور المتوازية لعزم القصور :

نفرض جسما مركز ثقله عند O ونفرض أن عزم القصور الذاتى للجسم حول المحور 'OO (شكل ٢ - ١٠) هو I_O وأن I_A هو عزم القصور الذاتى حول المحور 'AA الذى يوازى 'OO ويبعد عنه المسافة $\bar{L}$.



شكل (٢ - ١٠)

نعتبر كتلة صغيرة m_1 تبعد عن OO_1 مسافة x يكون عزم القصور الذاتى لها حول AA' هو $m_1 (L-x)^2$

عزم القصور الذاتى للجسم كله حول AA' هو :

$$I_A = \Sigma m_1 (L-x)^2$$
$$= \Sigma m_1 L^2 + \Sigma m_1 x^2 - 2 \Sigma m_1 Lx$$

لكن $\Sigma m_1 L^2 = ML^2$ حيث M الكتلة الكلية للجسم .

كذلك عزم القصور الذاتى حول OO' هو $I_O = \Sigma m_1 x^2$

أما الحد $\Sigma m_1 x$ فيساوى صفرا حيث إنها مجموع العزوم حول مركز الثقل وهذا يتلاشى إذ أن وزن الجسم يمر بمركز الثقل .

$$I_A = I_O + ML^2 \qquad (2-34)$$

وهذا يعنى أنه عند إيجاد عزم القصور الذاتى حول محور يوازى المحور الأصلى يضاف المقدار ML^2 حيث L هو البعد بين المحورين .

مثال (٢ — ٥) :

أوجد عزم القصور الذاتى لقضيب طوله L حول أحد طرفيه ؟

الحــل :

عزم القصور للقضيب حول منتصفه $I_O = \frac{ML^2}{12}$

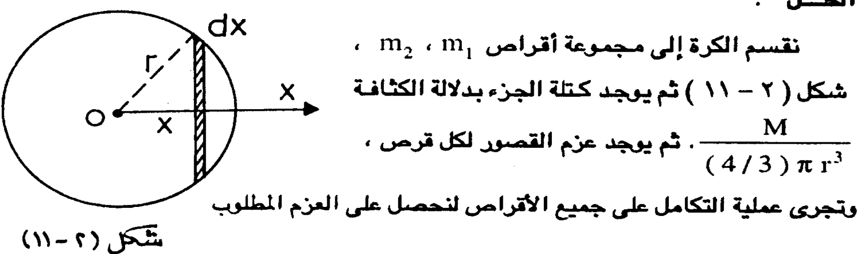
عزم القصور له حول أحد طرفيه هو :

$$I_A = \frac{ML^2}{12} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = 1/3\, ML^2$$

مثال (٢ — ٦) :

أثبت أن عزم القصور الذاتى لكرة حول محور يمر بمركزها هو $2/5\, M r^2$ حيث M كتلتها ، r نصف قطرها .

الحـــل :



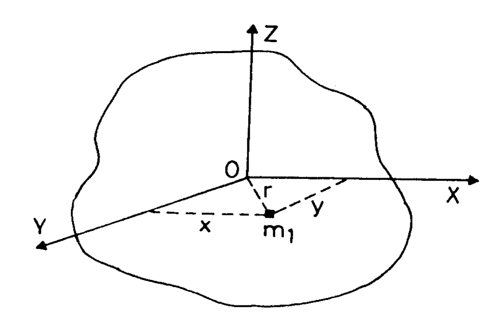
شكل (٢-١١)

نقسم الكرة إلى مجموعة أقراص m_1 ، m_2 ، شكل (٢ – ١١) ثم يوجد كتلة الجزء بدلالة الكثافة $\frac{M}{(4/3)\pi r^3}$. ثم يوجد عزم القصور لكل قرص ، وتجرى عملية التكامل على جميع الأقراص لنحصل على العزم المطلوب

١٣/٢–:قانون المحاور المتعامدة :

Theorem of perpendicular axes

اعتبر ثلاثة محاور متعامدة ox , oy , oz نفرض كتلة صغيرة من الجسم m_1 تبعد مسافة r من المحور oz عزم القصور الذاتى لها حول oz هو : $m_1 r^2$. شكل (٢ – ١٢).



شكل (٢-١٢)

لكن $r^2 = x^2 + y^2$

أى أن القصور الكلى للجسم حول oz هو :

$$I = \Sigma m_1 (x^2 + y^2)$$
$$= \Sigma m_1 x^2 + \Sigma m_1 y^2$$
$$= I_x + I_y \qquad (2\text{-}35)$$

أى أن عزم القصور حول محور ما يساوى مجموع عزمى القصور الذاتى حول محورين متعامدين فى مستوى عمودى على المحور الأول .

٢/١٤- طاقة حركة جسم متدحرج

(Kinetic energy of a rolling body)

إذا تدحرج جسم أسطوانى أو كروى على مستوى يكون له طاقة حركة دورانية بالإضافة إلى طاقة حركته الانتقالية ، عند التدحرج يكون خط التلامس بين الأسطوانة والسطح هو محور الدوران .

إذا كانت السرعة الزاوية للحركة هى ω وعزم القصور الذاتى للأسطوانة حول خط التلامس هو I تكون طاقة الحركة الكلية هى :

$$\frac{1}{2} I \omega^2$$

وبتطبيق قانون المحاور المتوازية باعتبار r نصف قطر الأسطوانة فإن :

$$I = I_O + M r^2$$

حيث I_O هو عزم القصور الذاتى حول محور الأسطوانة .

طاقة الحركة الكلية هى : $\frac{1}{2} I_O \omega^2 + \frac{1}{2} M \omega^2 r^2$

لكن السرعة الخطية لحركة الأسطوانة $= v = r\omega$

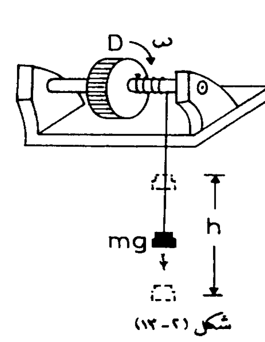
∴ طاقة حركة الأسطوانة تساوى

$$\frac{1}{2} I_O \omega^2 + \frac{1}{2} M v^2 \qquad (2\text{-}36)$$

أى أنها تساوى مجموع طاقتى الحركة الدورانية حول المحور وطاقة الحركة الانتقالية.

٢/١٥- عزم القصور الذاتي للحدافة

(Moment of inertia of a flywheel)



شكل (٢-١٣)

الحدافة عبارة عن قرص ثقيل D (شكل ٢ - ١٣) يمكن أن يدور القرص حول أسطوانة محورية معه نصف قطرها r يوجد مسمار مثبت على الأسطوانة يوضع عليه خية خيط طويل يلف على الأسطوانة وينتهى الخيط بكتلة معلقة m .

عند ترك الثقل يسقط تدور الأسطوانة حول محورها ، وكذلك الحدافة بسرعة زاوية متزايدة ، يستمر تسارع الحدافة أثناء سقوط الثقل .

نفرض أن الحدافة قد دارت عدد n_1 دورات من بدء الحركة ، وحتى وصول الثقل إلى الأرض بعد أن قطع المسافة h وأن الزمن الذى تمت فيه هذه الدورات هو t_1 . ونفرض أن عدد الدورات التالية حتى تصل الحدافة إلى حالة سكون هى n_2 ، وأن الزمن اللازم لذلك هو t_2

باعتبار المجموعة معزولة وبتطبيق قانون بقاء الطاقة فإن طاقة الموضع التى فقدت بسقوط الكتلة m مسافة h تساوى مجموع طاقة الحركة الخطية للثقل الساقط وطاقة الحركة الدورانية للحدافة أى أن :

$$m g h = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \qquad (2-37)$$

حيث v هى السرعة النهائية للكتلة عند نهاية السقوط ، ω هى السرعة الزاوية للحدافة عند هذه اللحظة .

السرعة المتوسطة للكتلة الساقطة $\bar{v} = \frac{h}{t}$

السرعة النهائية للكتلة v = ضعف السرعة المتوسطة $\bar{v}$

$$v = 2\bar{v} = \frac{2h}{t_1} \qquad (2-38)$$

وتكون بذلك السرعة الزاوية للحدافة لحظة سقوط الكتلة m على الأرض هى

$$\omega = v / r$$

حيث r هى نصف قطر الأسطوانة الملفوف حولها الخيط .

إذا كان W هو الشغل المبذول ضد الاحتكاك فى كل دورة ، وهو مايؤدى إلى سكون الحدافة بعد دورانها عدد n_2 دورة ، فإن طاقة الحركة الدورانية للحدافة $\frac{1}{2} I \omega^2$ تستنفذ فى التغلب على الاحتكاك أثناء الدوران n_2 دورة وحتى السكون ، أى أن :

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = n_2 \; . W$$

أى أن الطاقة المفقودة عن كل دورة للحدافة هى :

$$W = \frac{I \omega^2}{2 n_2} \qquad (2\text{-}39)$$

ومن قانون بقاء الطاقة وبإدخال الطاقة المفقودة بالاحتكاك أثناء الدوران يكون :

$$m g h = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + n_1 W \qquad (2\text{-}40)$$

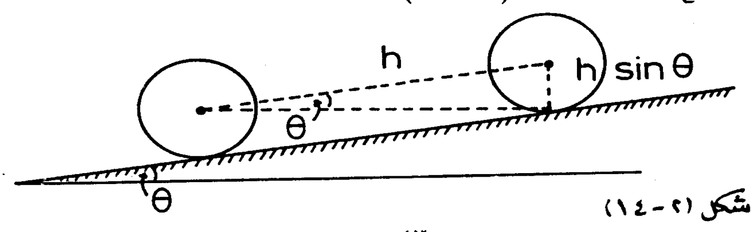
وبالتعويض بقيمة W فى المعادلة (2-40) نحصل على :

$$m g h = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \left(1 + \frac{n_1}{n_2} \right) \qquad (2\text{-}41)$$

وتعتبر هذه المعادلة مصححة لخطأ الاحتكاك فى محاور الدوران .

مثال (٢ — ٧) :

أوجد عجلة أسطوانة تتحرك من سكون على مستوى مائل بزاوية θ على الأفقى ، وأوجد زمن قطع المسافة h . شكل (٢ — ١٤) .



شكل (٢-١٤)

الحـــل :

نفرض أن كتلة الأسطوانة M . طاقة الحركة الكلية تساوى :

$$\frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{4} M r^2 \omega^2$$

$$= 3/4 M v^2$$

إذا تحركت الأسطوانة مسافة h تكون قد سقطت عموديا $h \sin \theta$ ويتحول النقص

فى طاقة الموضع $M g h \sin \theta$ إلى طاقة حركة $3/4 M v^2$

أى أن :

$$v^2 = \frac{4g}{3} h \sin \theta$$

فإذا كانت عجلة تسارع الأسطوانة a فإن

$$v^2 = 2 a h$$

حيث v هى السرعة النهائية للأسطوانة بعد قطع المسافة h

$$\therefore 2 a h = \frac{4 g h}{3} \sin \theta$$

$$\therefore a = 2/3 g \sin \theta$$

ولإيجاد زمن قطع المسافة h نستخدم المعادلة

$$h = \frac{1}{2} a t^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2/3 g \sin \theta \, t^2$$

أى أن الزمن المطلوب :

$$t = \sqrt{\frac{3h}{g \sin \theta}}$$

تمارين علي الفصل الثاني

١ – مضخة حريق ترفع الماء إلى ارتفاع أربعة أمتار فوق سطح نهر ، وتفرغ المياه خلال ماسورة قطرها 4 سم بسرعة 50 متر / ثانية .
أوجد القدرة الآلية . ؟

٢ – ينزلق جسم على مستوى أملس مائل بزاوية 30° على الأفقى ، احسب سرعته بعد انزلاقه 8 أمتار من حالة السكون ، وكذلك الزمن الذى يقطع فيه هذه المسافة . ؟

٣ – إناءان يزن كل منهما 2 كيلو جرام يتصلان بحبل خفيف يمر على بكرة حرة الحركة ، سقطت كتلة واحد كيلو جرام من مادة رخوة من ارتفاع 10 متر فى أحد الإناءين ، أوجد سرعة المجموعة عند التصادم ، وكذلك عجلة الحركة لها بعد ذلك . (عجلة الجاذبية الأرضية 9.8 متر / ثانية ٢) . ؟

٤ – تتحرك أسطوانة مصمتة على مستوى مائل بزاوية 30° على الأفقى ابتداء من حالة السكون ، قارن بين عجلتى التسارع إذا تمت الحركة أولا بالانزلاق وثانيا بالتدحرج . ؟

٥ – أوجد عزم القصور الذاتى لقرص حول محور عمودى عليه ويمر بنقطة على المحيط ، ثم احسب طاقة حركة قرص كتلته $\frac{1}{2}$ كيلو جرام يتدحرج بدون انزلاق على مستوى بسرعة ثابتة قدرها 0.2 متر / ثانية . ؟

٦ – كرتان متساويتان فى الكتلة وفى الحجم : إحداهما مصمتة والأخرى مجوفة . اشرح كيف يمكن تمييزهما عن بعضهما. ؟

٧ – حبل ينقطع تحت تأثير ثقل 50 كيلو جرام ، علق فى جزء طوله 10 متر من هذا الحبل كتلة قدرها 1 كيلو جرام ، ثم أديرت فى مستوى أفقى حول الطرف الآخر من الحبل . أوجد أكبر عدد من الدورات فى الدقيقة التى يحتملها الحبل قبل أن ينقطع . ؟

الفصل الثالث

البندول والجاذبية الأرضية

Pendulum and Gravitation

٣/١- الحركة التوافقية البسيطة

(Simple harmonic motion)

عندما يتحرك جسم حركة تذبذبية حول مركز اتزان ثابت يطلق على هذه الحركة بالتوافقية البسيطة، ونستعرض فيما يلي دراسة تفصيلية لها لأهميتها وظهورها بأشكال مختلفة فى شتى المجالات .

تنشأ هذه الحركة عادة إذا أزيح جسم إزاحة صغيرة، من موضع اتزان فى مجال جاذب للقوة ثم ترك حرا، ويعرف ثابت القوة بأنه القوة التى إذا أثرت على الجسم أحدثت فيه وحدة الإزاحة، ويرمز له بالرمز μ فإذا كانت الإزاحة x تكون القوة التى تعمل على إعادته لوضع اتزانه هى $-\mu x$ وتحدث هذه القوة عجلة تسارع d^2x/dt^2 . فإذا كانت كتلة الجسم m تكون معادلة الحركة : القوة = الكتلة × العجلة

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu x \qquad (3-1)$$

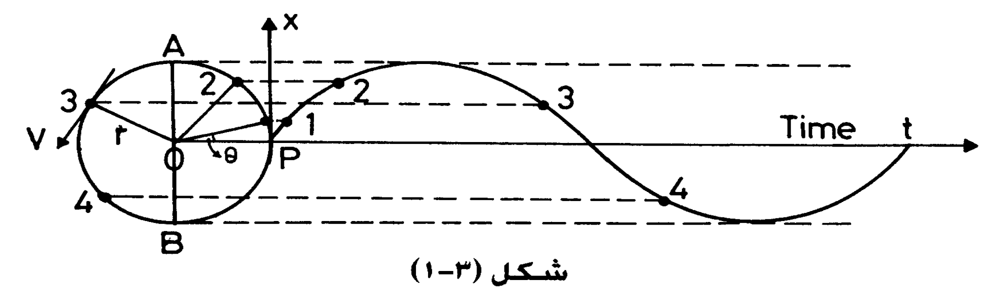
من هذه المعادلة يتضح أن النسبة بين عجلة الحركة إلى الإزاحة فى أى لحظة تساوى (μ/m) – أى – (مقدار ثابت موجب)، ويؤخذ هذا كتعريف للحركة التوافقية البسيطة.

وتعرف سعة الحركة التوافقية بأنها أقصى إزاحة للجسم، ومدى الحركة هو ضعف سعة الحركة، كما أن التردد هو مقلوب الزمن الدورى، وهو الزمن الذى يمضى بين وضعين متتاليين للجسم تتكرر فيهما حركته مقداراً واتجاها .

٣ / ٢- معادلات الحركة التوافقية البسيطة :

(Equations of Simple harmonic motion)

اعتبر حركة نقطة كتلتها m تتحرك على محيط دائرة مركزها 0 ونصف قطرها r بسرعة زاوية ω



شكل (٣-١)

اعتبر AOB قطرا ثابتاً بالدائرة، يتحرك مسقط النقطة المادية على هذا القطر ذهابا وإيابا مرة كل دورة كاملة تتحركها على محيط الدائرة.

نفرض أن وضع الكتلة m عند لحظة مابعد زمن t من بدء الحركة عند P يصنع مع المركز O زاوية θ مع المحور OP ، ونفرض أن المسقط على AB يبعد مسافة x عن مركز الدائرة.

$$x = r \sin \theta \qquad (3\text{-}2)$$

لكن من تعريف السرعة الزاوية $\omega = \frac{\theta}{t}$ تكون إزاحة الحركة التوافقية x على القطر AB هى :

$$x = r \sin \omega t \qquad (3\text{-}3)$$

وتكون الإزاحة أكبر ما يمكن عندما تكون الزاوية $\omega = \frac{\pi}{2}$ وتكون سعة الحركة حينئذ مساوية لنصف قطر الدائرة، وبرسم العلاقة بين مقدار الإزاحة فى أى لحظة t على محور الزمن، نحصل على شكل (٣ - ١)، ويسمى منحنى الجيب نسبة إلى الدالة التى تربط الإزاحة بالزمن.

وإذا كانت v هى السرعة المنتظمة التي تتحرك بها الكتلة m على محيط الدائرة تكون مركبتها فى اتجاه القطر AB .

$v \cos \theta$ هى سرعة الحركة التوافقية.

من هندسة الشكل (٣ – ١)

$$\cos\theta = (1 - \sin^2\theta)^{\frac{1}{2}}$$
$$= (1 - x^2/r^2)^{\frac{1}{2}}$$

لكن $v = r\ \omega$

تكون سرعة الحركة التوافقية هى

$$r\omega\ (1 - x^2/r^2)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \omega\,(r^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} \qquad (3\text{-}4)$$

نتيجة للحركة الدائرية تنشأ عجلة مركزية فى اتجاه نصف القطر قيمتها $r\omega^2$ ، وتكون مركبة هذه العجلة فى اتجاه القطر AB هى نفسها عجلة الحركة التوافقية البسيطة d^2x/dt^2

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -r\omega^2 \sin\theta = -r\,\omega^2\,\frac{x}{r}$$
$$= -\omega^2 x \qquad (3\text{-}5)$$

والإشارة السالبة هنا سببها تعاكس العجلة والإزاحة فى الاتجاه، أى أن العجلة تتناقص عندما تتزايد الإزاحة ، وتصل إلى نهايتها العظمى عندما تصبح العجلة صفراً وبمقارنة المعادلة (3-5) بالمعادلة (3-1) نجد أن :

$$\omega^2 = (\mu/m) \qquad (3\text{-}6)$$

فإذا كان الزمن الدورى للحركة T يكون

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\,\upsilon$$

حيث υ هو التردد أى عدد الدورات فى الثانية ويكون

$$\upsilon = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{m}} \qquad (3\text{-}7)$$

٣/٢ـ طاقة الحركة التوافقية البسيطة :
(Kinetic energy of a simple harmonic motion)

نفرض أن القوة المحدثة للحركة التوافقية هى F حيث

$$F = m\ a$$
$$= -\mu\ x$$

حيث a هى العجلة، ولكن بتطبيق قانون نيوتن الثانى الذى ينص على أن القوة هى المعدل الزمنى لتغير كمية الحركة يكون

$$F = \frac{d}{dt}(m\,v) = \frac{d}{dx}\ \frac{dx}{dt}\ (m\,v)$$
$$= \frac{dv}{dx}\ m\ v = -\mu\ x$$
$$\therefore \quad m\,v\frac{dv}{dx} + \mu\,x = 0$$
$$\therefore \quad m\,v\,d\,v + \mu\ x\ d\ x = 0$$

وبالتكامل نحصل على

$$\frac{1}{2}\,m\,v^2 + \frac{1}{2}\ \mu\ x^2 = \text{constant} \qquad (3-8)$$

وتمثل $\frac{1}{2}\,m\ v^2$ طاقة الحركة للجسم فى موضع معين بينما تمثل $\frac{1}{2}\,\mu\,x^2$ طاقة الموضع له فى نفس المكان، وواضح أن مجموع الطاقتين يكون ثابتاً دائماً، ويساوى الطاقة الكلية للحركة التوافقية.

تكون طاقة الموضع أكبر مايمكن عند طرفى الحركة بينما تكون طاقة الحركة أكبر ما يمكن عند مركز الحركة.

٣/٣ – الحركة التوافقية المخمدة
Damped simple harmonic motion

معادلات الحركة التوافقية البسيطة سالفة الذكر تفترض عدم وجود قوى تضاد الحركة

وتسبب تخميدها، ومن الناحية العملية توجد دائماً مثل هذه القوى التى تقلل من سعة الحركة كلما مضى الزمن، وتتناسب قوى الإخماد مع سرعة الحركة، ولذلك يضاف لمعادلة الحركة حد يمثل هذه القوى أى أن :

$$m = \frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + \mu x = 0 \qquad (3\text{-}9)$$

حيث β ثابت موجب يسمى ثابت التخميد وبالقسمة على الكتلة m يمكن كتابة المعادلة التفاضلية للحركة المخمدة على الصورة

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$$

حيث :

$$\omega^2 = \frac{\mu}{m} \quad , \quad \beta / m = 2\gamma \qquad (3\text{-}10)$$

وعند حل هذه المعادلة تنشأ ثلاث حالات هى :

أولاً : عندما تكون قوى التخميد كبيرة جداً – أى – عندما يكون :

$$\gamma^2 > \omega^2$$

أو

$$\beta^2 > 4\mu m$$

يكون حل المعادلة على شكل دالة أسية على الصورة الآتية :

$$x = \bar{e}^{\alpha t}(A e^{\alpha t} + B \bar{e}^{\alpha t}) \qquad (3\text{-}11)$$

حيث

$$\alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega^2}$$

كما يمكن إيجاد الثابتين A & B من الشروط الابتدائية للحركة.

ثانياً : عندما يكون التخميد قليلا نحصل على حركة تذبذبية مخمدة ويحدث هذا عندما يكون

$$\gamma^2 < \omega^2$$

أى أن :

$$\beta^2 < 4\mu m$$

ويكون الحل المعادلة (3-9) على صورة دالة جيبية أى أن :

$$x = e^{-\alpha t} (A \sin \lambda t + B \cos \lambda t)$$

$$= C e^{\alpha t} \cos (\lambda t - \phi) \qquad (3\text{-}12)$$

حيث السعة $\lambda = \sqrt{\omega^2 - \gamma^2}$, $C = \sqrt{A^2 + B^2}$

أما الثابت ϕ فيسمى بزاوية الطور، ويمكن تحديدها من الشروط الابتدائية، وتعرف بأنها زاوية تخلف الإزاحة وراء القوة المحركة، ويؤخذ ظل زاوية الطور مقياساً للطاقة المفقودة كل دورة أثناء عملية التخميد.

ثالثاً : حالة التخميد الحرج، وعندما يكون :

$$\beta^2 = 4 \mu m \quad , \quad \gamma^2 = \omega^2$$

يصير الحل العام لمعادلة الحركة التوافقية هو :

$$x = e^{-\alpha t} (A + Bt) \qquad (3\text{-}13)$$

شكل (٣-٢)

ويعبر شكل (٣-٢) عن العلاقة بين الإزاحة x والزمن t للمتذبذب المخمد فى حالاته الثلاثة السابقة.

ويتضح من الشكل أنه فى حالتى التخميد الكبير والحرج لايتذبذب الجسم، إنما تعود الكتلة m تدريجياً إلى موضع التوازن عند $x = 0$ ، بينما فى حالة التخميد الضعيف تقل قوة التخميد لدرجة تسمح لحدوث ذبذبات حول وضع الاتزان، وإن كانت سعة هذه الذبذبات فى تناقص باستمرار مع الزمن.

ويكون الفرق فى الزمن الذى يفصل قمتين أو قاعين فى الحركة المخمدة هو الزمن الدورى T ويساوى :

$$T = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\therefore \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}} = \frac{4\pi m}{\sqrt{4\mu m - \beta^2}} \qquad \textbf{(3-14)}$$

ونلاحظ هنا أنه فى حالة انعدام التخميد – أى – عندما تكون $\beta = 0$ فإن المعادلة **(3-14)** التى تعطى التردد $n = \frac{1}{T}$ تكون هى نفسها المعادلة **(3-7)** ويسمى التردد فى هذه الحالة بالتردد الطبيعى للمتذبذب.

وإذا فرضنا أى قيمتى الإزاحة x المناظرتين للزمنين t_n ، t_{n+1} هما x_n ، x_{n+1} على الترتيب، وباستخدام المعادلة **(3-13)** نحصل على النسبة بين سعتى حركة متعاقبتين، أى أن :

$$\frac{x_n}{x_{n+1}} = (e^{\gamma t_n} / e^{\gamma t_{n+1}})$$

لكن $t_{n+1} = t_n + T$ حيث T الزمن الدورى أى أن :

$$\Delta = \ln\left(\frac{x_n}{x_{n+1}}\right) = \gamma T \qquad \textbf{(3-15)}$$

ويسمى Δ بالتناقص اللوغاريتمى، ويؤخذ أيضا مقياسا لمقدر الطاقة المفقودة كل دورة كاملة من المتذبذب، وتوجد علاقة بين زاوية الطور ϕ ومقدار التناقص اللوغاريتمى إذ يمكن إثبات أن :

$$\frac{\Delta}{\pi} = \tan\phi \qquad \textbf{(3-16)}$$

٣ / ٤ – التذبذب القسري والرنين :

Forced Vibration and resonance :

إذا أثرت قوة خارجية دورية على جسم مابحيث تكون القوة :

$$F = F_0 \cos \propto t \qquad (3\text{-}17)$$

وإذا كان الجسم يتحرك حركة توافقية، تحدث حركة مركبة تكون معادلتها هي :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + \mu x = F_0 \cos \propto t \qquad (3\text{-}18)$$

ويكون حل هذه المعادلة على الصورة :

$$x = \frac{F_0}{m\sqrt{(\propto^2 - \omega^2) + 4\gamma^2 \propto^2}} \cos(\alpha t - \phi) \qquad (3\text{-}19)$$

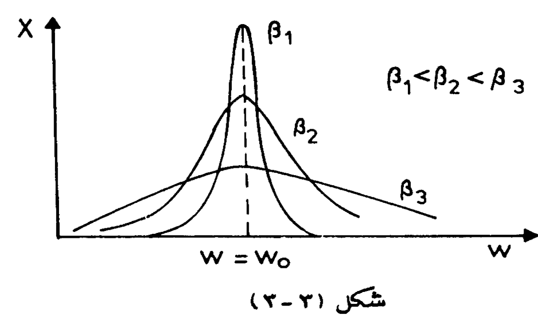
حيث

$$\gamma = \beta / 2m \quad , \quad \omega^2 = \frac{\mu}{m}$$

كما أن زاوية الطور ϕ تعطى بالمعادلة :

$$\tan \phi = \frac{2\gamma\alpha}{\propto^2 - \omega^2} \qquad (3\text{-}20)$$

ويلاحظ من المعادلة (3-19) أن أكبر قيمة للسعة تحدث عندما تصبح قيمة تردد القوة الدورية المؤثرة $\propto / 2\pi$ مساوياً للتردد الطبيعي للجسم المتذبذب ω_0 وعندئذ تصير الحركة أعنف ما يمكن، ولكن بالبعد عن تردد الرنين تتناقص السعة للحركة وبرسم العلاقة بين السعة والتردد نحصل على مايسمى بمنحنى الرنين المبين بالشكل (٣ – ٣) .



شكل (٣-٣)

ويلاحظ اتساع منحنى الرنين كلما ازدادت مقاومة الوسط للحركة، أى كلما ازداد ثابت التخميد β.

٣ / ٥ - البندول البسيط (Simple Pendulum) :

يعد البندول البسيط نموذجاً للحركة التوافقية البسيطة، ويتركب من كتلة صلبة معلقة فى خيط، إذا أزيحت جانباً ثم تركت حرة فإنها تتذبذب فى حركة توافقية تحت تأثير الجاذبية الأرضية.

نفرض أن m كتلة الجسم المعلق، وأن زاوية الحركة عند لحظة ما هى θ ، وأن الشد فى الخيط T ، من تحليل القوى المؤثرة على البندول (شكل ٣ - ٤)، نجد أنه يتعادل الشد فى الخيط مع مركبة الثقل فى اتجاهه، وتكون القوة المحركة للبندول F هى مركبة الثقل فى اتجاه المماس للحركة.

أى أن : $F = -m\,g\,\sin\theta$ والإشارة سالبة، لأن القوة تتزايد عند تناقص الإزاحة وبالعكس، وفى حالة زاوية صغيرة — تكون : $F = -\,m\,g\,\theta$

$$= -\,mg\,\frac{x}{l}$$

حيث l هو طول خيط البندول ، x هى الإزاحة الأفقية، وبقسمة الطرفين على الكتلة m نحصل على عجلة الحركة

$$a = -\frac{g}{l}\,x = -\,\omega^2\,x \qquad (3\text{-}21)$$

حيث : $\omega^2 = \dfrac{g}{l}$

وهذه معادلة حركة توافقية بسيطة تكون فيها السرعة الزاوية ω

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = 2\pi\,n$$

O θ l T x mg sin θ mg

شكل (٣-٤)

ويكون التردد n

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

ولما كان التردد هو مقلوب الزمن الدورى T فإن :

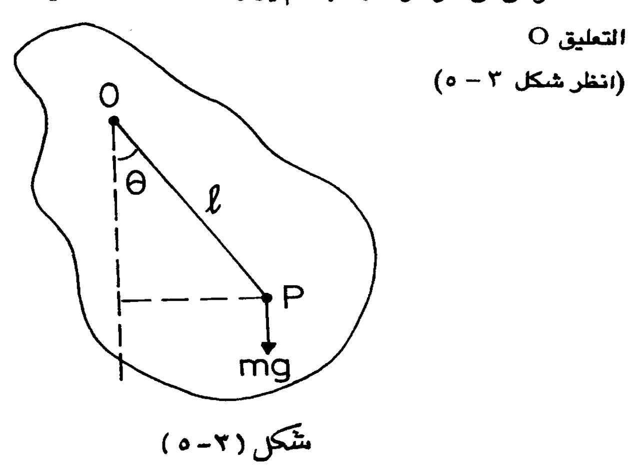
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \qquad (3-22)$$

٣/٦- البندول المركب (Compound pendulum) :

إذا علق جسم كتلته m من نقطة O ثم أزيح جانباً وترك حراً، فإنه يتحرك حركة توافقية بسيطة حول محور يمر بنقطة التعليق عمودياً على مستوى الحركة، بشرط أن تكون زاوية الحركة θ صغيرة.

نفرض أن مركز ثقل الجسم يؤثر عند النقطة P التى تبعد مسافة ℓ من نقطة التعليق O

(انظر شكل ٣ - ٥)



شكل (٣-٥)

عزم الازدواج المسبب للحركة هو $m g \ell \sin\theta$

عندما تكون الزاوية θ صغيرة تصير $\sin\theta \cong \theta$ وتصبح معادلة الحركة

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = - m g \ell \theta$$

والإشارة السالبة، لأن عزم القوة يعاكس دائماً اتجاه تزايد الإزاحة الزاوية θ .

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = - \omega^2 \theta \qquad (3\text{-}23)$$

حيث $\omega^2 = \frac{m g \ell}{I}$, I هو عزم القصر الذاتي للجسم حول محور الدوران عند O .

المعادلة (3-23) تعبر عن حركة توافقية بسيطة فيها السرعة الزاوية ω

حيث

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{m g \ell}{I}}$$

وفيها يكون الزمن الدوري للحركة T هو

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m g \ell}} \qquad (3\text{-}24)$$

وبتطبيق قانون المحاور المتوازية لعزم القصور الذاتي

$$\begin{aligned} I &= I_p + m \ell^2 \\ &= m r^2 + m \ell^2 \end{aligned}$$

حيث I_p هو عزم القصور الذاتي حول محور يمر بمركز الثقل P , r هو نصف قطر القصور حول هذا المحور، وبذلك يكون الزمن الدوري

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m(\ell^2 + r^2)}{m g \ell}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{\ell^2 + r^2}{\ell g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (3\text{-}25)$$

حيث L هو طول البندول البسيط المكافئ ويساوى

$$L = \frac{\ell^2 + r^2}{\ell}$$

ولإيجاد عجلة الجاذبية الأرضية نستخدم عادة بندولا مركبا على شكل قضيب من النحاس به ثقوب تصلح نقط تعليق، ويوجد مركز ثقل القضيب ثم يعلق من نقط مختلفة ويقاس كل مرة (ℓ) ، بعد نقطة التعليق عن مركز الثقل، ثم نوجد زمن الذبذبة T لكل بعد ونرسم العلاقة بين ℓ^2 & T^2 نحصل على خط مستقيم يكون ميله حسب المعادلة (3-25) هو $4\pi^2 / g$ ، ومن الميل توجد عجلة الجاذبية الأرضية g .

مثال (٣ — ١) :

قضيب خفيف عديم الوزن طوله L يتذبذب حول محور يمر بأحد طرفيه . إذ ثبتت ثلاث كتل متساوية m فى نقط تبعد $\frac{L}{3}$ ، $\frac{2L}{3}$ ، L من نقطة التعليق احسب زمن الذبذبة.؟

الحل :

مركز الثقل يبعد عن نقطة التعليق بمسافة $\frac{2}{3} L$

عزم القصور الذاتى للمجموعة حول محور الدوران

$$I = 3\,m\,(\frac{2}{3}\,L)^2 = \frac{4}{3}\,m\,L^2$$

وباستخدام المعادلة (3-24) يكون زمن الذبذبة

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m\,g\,\ell}} = 2\pi\sqrt{\frac{(4/3)\,m\,L^2}{3\,m\,g \times (2/3)\,L}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

مثال (٣ — ٢)

جسم معلق فى سلك زنبرك يعمل 4 ذبذبات فى الثانية، فإذا كانت سعة الحركة 6 سم

أوجد الزمن الدورى وأكبر سرعة للجسم، وكذلك سرعته عندما تكون الإزاحة 2 سم من مركز الحركة، ماهى عجلة الجسم عند الإزاحة 2 سم ؟ وماهى أقصى عجلة ؟

الحل :

التردد هو مقلوب الزمن الدورى T $\frac{1}{T} = n$

$$T = \frac{1}{4} \ s$$

سرعة الجسم عند أى موضع x هى $v = \omega \sqrt{r^2 - x^2}$

حيث r سعة الحركة، تكون السرعة أكبر ما يمكن عند $x = 0$

$$\upsilon_{max} = \omega r = 2\pi n r$$
$$= 151 \ cm/s$$

عندما تكون الإزاحة $x = 2$ cm تكون السرعة

$$v = 2\pi \times 4 \sqrt{36 - 4} = 142 \ cm/s$$

العجلة فى أى موضع $a = -\omega^2 x$

أقصى عجلة عندما تكون $x = r$

$$a_{max} = -4\pi^2 \times 16 \times 16 = -3789 \ cm/s^2$$

العجلة عند $x = 2$ هى

$$a_{max} = -4\pi^2 \times 16 \times 2 = -1263 \ cm/s^2$$

مثال (٣ — ٣)

يتحرك جسيم كتلته 5 gm حركة دورية مخمدة تحت تأثير قوة جاذبة مركزية تساوى 40 ضعف الإزاحة اللحظية وقوة إخماد تتناسب مع السرعة اللحظية بحيث تكون قوة الإخماد المناظرة لسرعة 10 cm/s هى 200 داين.

اعتبر أن الجسم بدأ حركته من نقطة تبعد 20 cm عن المركز الجاذب.

أوجد موضع الجسم عند أى لحظة، وعين السعة والزمن الدورى للذبذبات المخمدة ؟

الحــل :

معادلة الحركة هى :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + \mu x = 0$$

قوة التخميد F تتناسب مع السرعة أى أن :

$$f = \beta \frac{dx}{dt}$$

$$200 = 10 \beta \qquad \beta = 20$$

قوة الجذب المركزى تساوى $40x$ - حيث x هى الإزاحة.

قوة التخميد $\beta \frac{dx}{dt}$ تساوى $- 20 \frac{dx}{dt}$ والإشارة السالبة، لأن القوة فى عكس اتجاه الحركة، تكون معادلة الحركة

$$5 \frac{d^2x}{dt^2} = - 20 \frac{dx}{dt} - 40 x$$

وحيث إن الجسم بدأ من سكون عند مسافة 20 cm من المركز الجاذب تكون عند

$$\frac{dx}{dt} = 0 , \quad x = 20 , \quad t = 0$$

الحل العام للمعادلة السابقة هو

$$x = e^{-2t} (A \cos 2t + B \sin 2t)$$

ومن الشروط الابتدائية $x = 20$ عند $t = 0$ نجد أن $A = 20$

$$\therefore x = e^{-2t} (20 \cos 2t + B \sin 2t)$$

وبالتفاضل والتعويض فى الناتج بالشروط عند $t = 0$, $\frac{dx}{dt} = 0$ نحصل على

$$x = 20 e^{-2t} (\cos 2t + \sin 2t)$$

$$= 20 \sqrt{2} \, e^{-2t} \cos (2t - \frac{\pi}{4})$$

تكون سعة الحركة هى $20 \sqrt{2} \, e^{-2t}$

الزمن الدورى هو $2\pi / 2 = \pi$ ثانية

التردد هو $\frac{1}{\pi}$.

القانون العام للجاذبية
(Law of gravitation)

٣/٧- قوانين كبلر لحركة الكواكب
(Kepler's laws of planetary motion)

قبل أن يعلن نيوتن قوانينه الشهيرة للحركة وضع كبلر خلاصة بحوث العلماء فى هذا الصدد فى ثلاث قوانين تعرف باسمه هى :

١ - تتحرك كواكب المجموعة الشمسية فى مسارات على شكل قطع ناقص تكون الشمس فى إحدى بؤرتى المسار.

٢ - يقطع الخط الواصل بين الكواكب والشمس أثناء الحركة مساحات متساوية فى أزمنة متساوية . شكل(٣-٦).

شكل (٣ - ٦)

٣ - يتناسب مربع الزمن الدورى للكوكب حول الشمس مع مكعب متوسط المسافة التى تفصلهما .

٣/٨- القانون العام للجاذبية (Law of gravitation) :

وضع نيوتن القانون العام للجاذبية فى عام ١٩٦٦ بأن افترض أن كواكب المجموعة الشمسية تتحرك فى مسارات دائرية مركزها الشمس. تنشأ عن الحركة قوة طاردة مركزية $m r\omega^2$ حيث m كتلة الكوكب ، r نصف قطر مساره حول الشمس، ω السرعة الزاوية للحركة وتساوى : $\omega = \frac{2\pi}{T}$ حيث T الزمن الدورى

القوة المسببة للحركة هى : $\frac{4\pi^2 \; m r}{T^2}$

وعندما افترض نيوتن أن هذه القوة تتناسب عكسياً مع مربع متوسط المسافة r التى تفصل الكوكب عن الشمس وجد أن :

$$\frac{4\pi^2 m r}{T^2} = \frac{constant}{r^2}$$

$$\therefore \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{const.}{r^3}$$

أى أن مربع الزمن الدورى يتناسب طردياً مع مكعب بعد الكوكب عن الشمس وهذا هو بالنص قانون كبلر الثالث . ومن ذلك علم نيوتن بصحة فرضه .

ينص قانون نيوتن للجاذبية على أنه إذا كانت m_2 , m_1 هما كتلتا جسمين تفصلهما مسافة r فإن كلا منهما ينجذب نحو الآخر بقوة F مقدارها :

$$F = G \frac{m_1 \quad m_2}{r^2} \tag{3-26}$$

حيث G مقدار ثابت يسمى ثابت نيوتن للجاذبية ويساوى

$G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

٣/٩- تأثير الارتفاع أو الانخفاض عن سطح الأرض على عجلة الجاذبية :

كلما ارتفعنا عن سطح الأرض تقل قوة جذبها للأجسام وبالتالى تقل عجلة الجاذبية الأرضية. نفرض أن عجلة الجاذبية عند سطح الأرض g تكون قوة جذب الأرض لجسم كتلته m هى mg ومن المعادلة (3-26) يكون :

$$F = mg = G \frac{mM}{r^2} \tag{3-27}$$

حيث M هى كتلة الأرض ، r نصف قطرها

وإذا ارتفعنا عن سطح الأرض مسافة d كانت العجلة هناك $g^\backslash$ حيث

$$g^\backslash = G\ M\ (r + d)^2 \tag{3-28}$$

وبقسمة المعادلتين السابقتين نحصل على :

$$\frac{g^{`}}{g} = \frac{r^2}{(r+d)^2} = \frac{1}{(1+\frac{d}{r})^2}$$

$$= (1+\frac{d}{r})^{-2} \cong 1 - \frac{2d}{r}$$

أى أن :

$$g^{\backslash} = g\ (1 - \frac{2d}{r}) \quad (3\text{-}29)$$

أما إذا انخفضنا عن سطح الأرض بمسافة d فإن عجلة الجاذبية تصبح

$$g^{\backslash} = \frac{M^{\backslash}}{(r-d)^2} \quad (3\text{-}30)$$

حيث $M^{\backslash}$ هى كتلة الأرض بدون القشرة الكروية الخارجية التى سمكها d . ويلاحظ أن العجلة $g^{\backslash}$ لاتتأثر بالقشرة الخارجية، حيث إن محصلة جذبها لأى جسم بداخلها يساوى صفراً.

إذا كانت كثافة الأرض ρ يكون

$$M^{\backslash} = \frac{4}{3}\ \pi\ (r\ -\ d)^3\ \ \rho$$

كذلك

$$\therefore\quad M = \frac{4}{3}\ \pi\, r^3\ \rho$$

وبقسمة المعادلتين (3-30) على (3-27) والتعويض نحصل على

$$\frac{g^{\backslash}}{g} = \frac{r-d}{r} = 1 - \frac{d}{r} \quad (3\text{-}31)$$

٣/١٠- تأثير دوران الأرض علي جاذبيتها للأجسام :

تدور الأرض حول نفسها بسرعة زاوية ω وتتأثر لذلك جميع الأجسام عليها بقوة طاردة مركزية تساوى $m\,r\,\omega^2$ وتعاكس هذه القوة على الجسم m قوة جذب الأرض له. ويصبح بذلك الوزن الظاهرى للأجسام أقل ما يمكن عند خط الاستواء ولكن كلما اقتربنا من القطبين ينقص نصف قطر الحركة الدائرية التى يتسبب عنها القوة الطاردة حتى تتلاشى تماما هذه القوة عند القطبين.

٣/١١- حركة الصواريخ والأقمار الصناعية

(Motion of rockets and Satellites)

إذا قذف جسم فوق سطح الأرض إلى أعلى بسرعة v_o فإنه يرتفع إلى مسافة معينة يعود بعدها ثانية إلى الأرض. وتكون سرعته عند أى ارتفاع يصله x هى v حيث

$$v^2 = v_o^2 - 2gx \tag{3-32}$$

أما إذا قذف الجسم بسرعة صاروخية كبيرة فإنه لايعود ثانية إلى الأرض بل يدور فى مسار حولها مثل حركة القمر الطبيعي ويسمى الجسم فى هذه الحالة قمرا صناعياً .

يشترط لكى يدور جسم كتلته m حول الأرض أن تتزن قوة جذب الأرض له mg مع القوة الطاردة المركزية mv^2/r الناشئة عن الحركة الدائرية حيث r نصف قطر هذه الحركة، v سرعة الجسم فى المسار .

$$\therefore \quad mg = mv^2/r$$

وتكون أقل سرعة يمكن قذف بها جسم ليصير قمرا صناعيا هى

$$v = \sqrt{r \cdot g} \tag{3-33}$$

وباعتبار أن r لاتختلف كثيراً عن نصف قطر الأرض يكون :

$$r = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \quad , \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

وعلى ذلك فإن سرعة الجسم يجب ألا تقل عن 8 كيلو متر فى الثانية حتى يتحرك كتابع للأرض وتكون زمن دورته مساوية لطول المحيط مقسوماً على السرعة أى أن الزمن الدورى

$$T = \frac{2\pi r}{v} \cong 80 \text{ min.}$$

يساوى ثمانين دقيقة تقريباً باعتبار أن الحركة قريبة من سطح الأرض ، وأن نصف قطر المسار هو نصف قطر الأرض.

٣/١٢- سرعة الهروب (Velocity of escape) :

أما إذا أردنا أن يخرج الجسم نهائياً من مجال جذب الأرض يجب أن تكون طاقة الحركة الابتدائية للجسم مساوية على الأقل أو تزيد عن طاقة موضعه على سطح الأرض .

أى أن :
$$\frac{1}{2} m v^2 = m g r$$

وتكون بذلك سرعة الهروب من الجاذبية الأرضية هى :

$$v = \sqrt{2 g r} \qquad (3\text{-}34)$$

وتساوى تقريباً 11.2 كيلو متر فى الثانية.

وتستخدم الصواريخ عادة لإعطاء الجسم السرعة المطلوبة لوضعه فى مسار حول الأرض، أو لإخراجه نهائياً من مجال الجاذبية الأرضية.

٣/١٣- حركة الصاروخ (Motion of the rocket) :

اعتبر حركة صاروخية رأسياً إلى أعلى كما فى الشكل (٣ - ٧)، نفرض أن كتلة الصاروخ مضافا إليه كتلة الوقود بداخله هى m فى لحظة ما أثناء الانطلاق، وأن سرعته الرأسية فى هذه اللحظة هى v . تكون كمية حركته هى $m v$.

بعد زمن dt تنقص كتلة الصاروخ بمقدار ما استهلك من وقود dm ينفثه الصاروخ بسرعة نسبية v_t بالنسبة للصاروخ .

سرعة جزيئات الغاز المحترق بالنسبة للأرض هى : $v' = v - v_t$

كمية الحركة لجزيئات الغاز المحترق فى زمن dt هى

$$dm \,.\, v' = dm\,(v - v_t)$$

فى نهاية الفترة الزمنية dt تكون كتلة الصاروخ $m - dm$ وتكون سرعته قد أصبحت $v + d v$

كمية الحركة لصاروخ عند نهاية الفترة dt هى $(m - dm)\ (v + dv)$

كمية الحركة الكلية للصاروخ والغازات المحترقة عند نهاية الفترة dt هى :

$$(m - dm)(v + dv) + dm(v - v_t) \quad (3\text{-}35)$$

وباستخدام قانون نيوتن الثانى :

القوة المؤثرة على الصاروخ إلى أعلى = معدل تغير كمية الحركة . أى أن :

$$\frac{d}{dt}(m v) = - m g \quad (3\text{-}36)$$

ويلاحظ هنا أن هــذه القــوة توازن قوة جذب الأرض للصاروخ وباستخدام المعادلتين (3-36),(3-35) نحصل على :

$$- m g\, dt = \left[(m - dm)(v + dv) + dm(v - v_t) - m v + dm(v - v_t) - m v\right]$$

$$m \frac{dv}{dt} \; v_t \frac{dm}{dt} - m g \quad (3\text{-}37)$$

وتكون بذلك عجلة تسارع الصاروخ هى :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v_t}{m} \frac{dm}{dt} - g$$

وكلما ارتفع الصاروخ كلما نقصت عجلة الجاذبية الأرضية g وتنقص أيضا كتلة الصاروخ لاستهلاك المزيد من وقوده . ولكن تظل النسبة (dm / dt) ثابتة حيث إنها تمثل معدل الاحتراق .

لإيجاد سرعة الصاروخ عند أى لحظة تكامل المعادلة (3-37) مع وضع إشارة سالبة للمقدار $\frac{dm}{dt}$ لأن الكتلة تتناقص مع الزمن . أى أن :

$$m \frac{dv}{dt} = - v_t \frac{dm}{dt} - m g$$

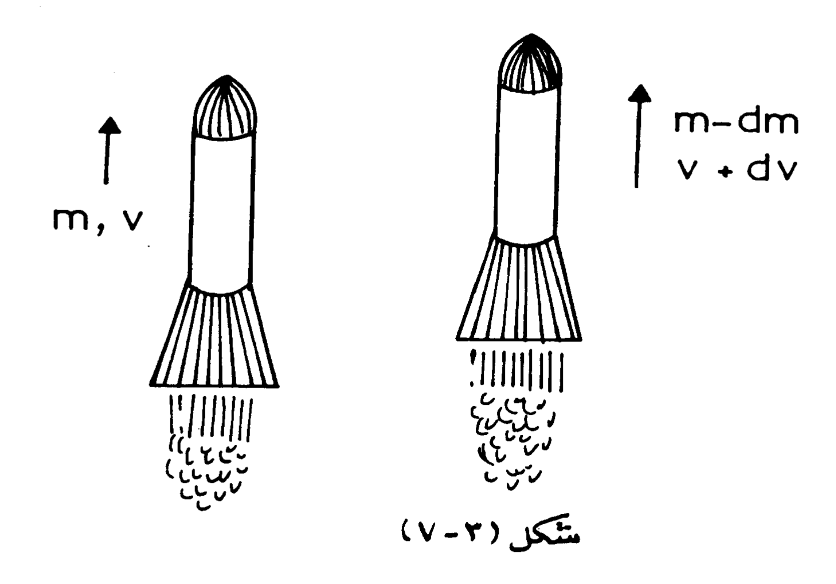
$$\therefore \; dv = - v_t \frac{dm}{m} - g\, dt$$

$$\int_0^v dv = - v_t \int_{m_0}^{m} \frac{dm}{m} - g \int_0^t dt$$

$$v = v_t \ln\left(\frac{m_0}{m}\right) - g t \quad (3\text{-}38)$$

وتعطى هذه المعادلة تغير سرعة الصاروخ مع الزمن . وقد فرضنا عند إجراء التكامل

أن v_1 ثابتة . وأن كتلة الصاروخ هى m_0عند بدء الزمن لانطلاق الصاروخ بعد زمن t هى ؟ mالسرعة v .



شكل (٣-٧)

تمارين على الفصل الثالث

١ - جسم يتحرك فى دائرة رأسية حول مركز جاذب ، يربط بينه وبين الجسم خيط غير مرن . أثبت أن أقل سرعة تسمح بإتمام دورة رأسية هى $v = \sqrt{r\ g}$ حيث r نصف قطر الدائرة ، g عجلة الجاذبية الأرضية .؟

٢ - تتحرك كتلة 2 كيلو جرام على مستوى أفقى أملس على محيط دائرة نصف قطرها 3 أمتار ، وبسرعة زاوية منتظمة قدرها 30 دورة فى الدقيقة ، فإذا كانت الكتلة مثبتة بخيط لمركز دائرة الحركة ، فأوجد الشد فى الخيط .؟

٣ - يتحرك قمر صناعى فى مسار دائرى ، حول كوكب متوسط كثافته 10جم / سم٣ . احسب زمن الدورة بفرض أن نصف قطر المسار يساوى تقريبا نصف قطر الكوكب .؟

٤ - أوجد قيمة تقريبية لكتلة الشمس واحسب متوسط كثافتها من المعلومات الآتية :

بعد الشمس عن الأرض = 10^{6} كيلو متر

سرعة الأرض فى مدارها = 30 كيلو متر / ثانية

ثابت الجاذبية الأرضية = 6.7×10^{-8} سم جم ث

قطر الشمس = 14×10^{5} كيلو متر

٥ - بندول بسيط زمن ذبذبته ثانيتان وكتلة كرته 10 جرام وسعة ذبذبته 5 سم . احسب سرعة وعجلة الكرة عندما تكون على مسافة 2 سم من وضع الاتزان . واحسب أيضا الطاقة الكلية للحركة .؟

٦ - علقت كتلة مقدارها 200 جم من طرف سلك زنبركى فأحدثت فيه استطالة قدرها 2 سم . أوجد زمن الذبذبة عند تعليق كتلة 500 جم فى هذا الطرف من السلك .؟

٧ - احسب الارتفاع الذى تكون فيه عجلة الجاذبية الأرضية مساوية 0.01 من قيمتها عند سطح الأرض ، علما بأن نصف قطر الأرض 6300 كيلو متر .؟

٨ - قضيب منتظم يتذبذب حول محور أفقى يمر بأحد طرفيه . إذا علم أن زمن الذبذبة 1.65 ثانية وكتلة القضيب 125 جراما ، فأوجد طول القضيب وعزم القصور الذاتى له

حول المحور الأفقى . ؟

٩ - شريحة من الصلب أحد طرفيها مثبت . تهتز بتردد 50 ذبذبة فى الثانية . إذا كانت سعة الذبذبة 0.8 سم عند الطرف المطلق أوجد سرعة هذا الطرف عندما يمر بمركز الحركة ، وكذلك أوجد العجلة عند أقصى إزاحة .؟

١٠ - جسم كتلته 2.5 كيلو جرام يعمل حركة توافقية بسيطة ترددها 3 ذبذبة / ثانية ، احسب العجلة وثابت القوة المؤثرة على الجسم عندما تكون إزاحته 5 سم من مركز الحركة .؟

١١ - كرة حديد كتلتها 4 كيلو جرام تتحرك حركة توافقية بسعة 3 سم وزمن دورى 3 ثانية ، أوجد التردد ، أكبر سرعة ، أكبر عجلة ، أكبر قوة وكذلك الطاقة الكلية للحركة .؟

١٢ - جسم يزن 6 كيلو جرامات علق من نهاية سلك زنبركى رأسى فأحدث استطالة 40 سم . إذا شد الجسم إلى أسفل مسافة 25 سم ثم ترك حرا فأوجد زمن الذبذبة .؟

١٣ - بندول بسيط زمن ذبذبته 4.2 ثانية . أوجد طوله وعجلة الجاذبية الأرضية إذا علم أنه عندما ينقص طول البندول مترا واحدا تصير زمن ذبذبته 3.7 ثانية .؟

١٤ - وضعت 9 كيلو جرام من الزئبق فى أنبوبة على شكل حرف U منتظمة المقطع قطره 1.2 سم . إذا اهتز الزئبق فى الأنبوبة بحرية أوجد زمن الذبذبة .؟

١٥ - ثبتت كتلة 5 جرام فى منتصف خيط مرن مشدود من طرفيه بثقل 10 كيلو جرامات . أوجد تردد اهتزاز الكتلة عندما تزاح من وضع الاتزان ثم تترك حرة علما بأن طول الخيط 50 سم .؟

الفصل الرابع
خواص السوائل الساكنة
(Properties of static liquids)

٤ / ١- ضغط السائل (Pressure of the liquid):

يؤثر ضغط السائل المتزن عمودياً على السطح، لأنه إذا لم يكن كذلك نفرض أنه يعمل فى اتجاه مائل على السطح، ويمكن عندئذ تحليل هذه القوة إلى مركبتين : إحداهما عمودية على السطح وتتزن مع رد الفعل العمودى ، أما الأخرى التى فى اتجاه السطح فإنها تعمل على تحريك السائل فى هذا الاتجاه ، وهذا يتنافى مع الفرض بأن السائل فى حالة سكون.

∴ ضغط السائل المتزن لابد أن يكون عمودياً على السطح، وهو القوة العمودية الواقعة على وحدة المساحات من السطح، وتساوى وزن عمود من السائل ارتفاعه يساوى ارتفاع السائل من هذه النقطة وحتى السطح الحر للسائل، ومساحة مقطعه تساوى الوحدة، أى أن :

$$P = h \rho g \qquad (4\text{-}1)$$

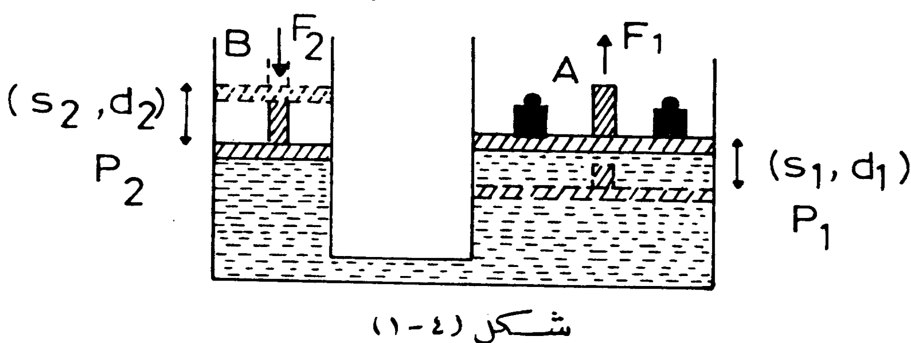
حيث h ارتفاع السائل، ρ كثافته ، g عجلة الجاذبية الأرضية.

٤ / ٢- قاعدة باسكال : (Pascal's law) :

إذا وقع أى جزء من سائل متزن، فى حيز محدود تحت تأثير ضغط ما ، فإن الضغط ينتقل غير منقوص إلى جميع أجزاء السائل.

ولإثبات هذه القاعدة تعتبر أسطوانتين B & A يتصلان من أسفل وبهما بعض من سائل . يقفل كل أسطوانة مكبس حر الحركة . شكل (٤ - ١) نفرض أن مقطع الأسطوانتين S_1 ، S_2 على الترتيب . إذا أثرنا بقوة F_1 على المكبس الأول ، بحيث يتحرك مسافة d_1 إلى أعلى ، يؤثر السائل على المكبس الثانى جاذباً إياه إلى أسفل مسافة d_2

الضغط المؤثر على السائل بواسطة المكبس الأول = $\frac{F_1}{S_1}$



شكل (٤ - ١)

الشغل المبذول على المكبس الأول = القوة × المسافة

$$F_1 \; d_1 = \frac{F_1}{S_1} S_1 d_1 =$$

$$= \frac{F_1}{S_1} V \qquad (4\text{-}2)$$

حيث V هو الحجم الذى اكتسحه المكبس الأول عند حركته، ويلاحظ أن هذا الحجم هو نفس الحجم الذى يكتسحه المكبس الثانى عند حركته . أى أن :

$$S_1 d_1 = S_2 d_2 = V$$

وبتطبيق قانون بقاء الطاقة على المجموعة يكون الشغل المبذول على المكبس الأول مساوياً للشغل الذى يبذله السائل لتحريك المكبس الثانى أى أن :

$$F_2 d_2 = \frac{F_2}{S_2} S_2 d_2 = \frac{F_2}{S_2} V \qquad (4\text{-}3)$$

ومن المعادلتين (4-2),(4-3) يتضح أن :

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \qquad (4\text{-}4)$$

أى أن :

$$P_1 = P_2 \qquad (4\text{-}5)$$

حيث P_1 ، P_2 هما ضغطا السائل تحت المكبسين على الترتيب.
وهذا يثبت أن ضغط السائل فى جميع أجزائه واحداً.

٤/٣ - قاعدة أرشميدس (Archimedes' law):

يؤثر أى سائل أو مائع على جسم مغمور فيه ، بدفع من أسفل إلى أعلى مما يسبب نقص وزن الجسم ظاهرياً ويؤثر هذا الدفع على الجسم سواء كان الجسم مغموراً كلياً أو جزئياً . وقد وجد أن هذا الدفع مساوى لوزن السائل الذى يزيحه الجزء المغمور من الجسم.

أى أن : الدفع = وزن السائل المزاح = حجم الجزء المغمور من الجسم × كثافة السائل. وتعرف هذه بقاعدة أرشميدس.

إذا كان السائل ماء (كثافته = 1) وكان الجسم مغموراً تماماً، يكون دفع الماء مساوياً وزن الماء المزاح ، ويساوى عددياً حجم الجسم.

تستخدم هذه القاعدة فى تعيين الأوزان النوعية للأجسام والسوائل، ويعرف الوزن النوعى لجسم بأنه النسبة بين وزن الجسم فى الهواء ووزن حجم من الماء يساوى حجم الجسم ، ويساوى عددياً كثافة الجسم ، إذ أن وزن حجم من الماء مساوى لحجم الجسم هو نفسه حجم الجسم ، باعتبار أن كثافة الماء هى الوحدة.

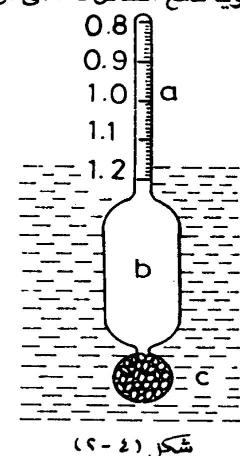
٤/٤ - الهيدرومترات (Hydrometers) :

الهيدرومتر هو جهاز لقياس الأوزان النوعية للسوائل ، وأكثر استعمالاته شيوعاً فى قياس الوزن النوعى للألبان وأحماض البطاريات . يتركب النوع البسيط من عمود من الخشب، منتظم المقطع مثبت فى أسفله قطعة رصاص، حتى إذا وضع فى سائل يطفو رأسياً. ويتوقف طول العمود x المغمور تحت سطح السائل على كثافة السائل.

دفع السائل للهيدرومتر = وزن السائل المزاح = $x\,S\,\rho$

حيث S مساحة المقطع ، ρ كثافة السائل.

بما أن الهيدرومتر يطفو على السائل يكون وزنه مساوياً لدفع السائل له . أى أن :



شكل (٤ - ٢)

$$w = x S \rho$$

وبما أن الكثافة d ومساحة المقطع ثابتتان ، يكون طول الجزء المغمور تحت السائل x متناسباً عكسياً مع كثافة السائل. ويمكن تدريج الجزء الظاهر فوق السائل ليعطى الأوزان النوعية مباشرة. كما هو الحال فى الهيدرومتر المعتاد المبين بالشكل (٤ / ٢) . ويتركب من ساق رفيعة منتظمة المقطع a تتصل بانتفاخ b ، فى أسفله مكان يوضع به بعض كرات رصاص c ، وذلك لكى يأخذ الهيدرومتر الوضع الرأسى ويكون ساقه إلى أعلى.

نفرض أن h طول الجزء غير المغمور من الساق داخل السائل. وأن مساحة مقطع الساق S إذا كان V هو الحجم الكلى للهيدرومتر يكون الحجم المغمور منه هو (V - hS) ويساوى حجم السائل المزاح.

وزن الهيدرومتر $= w = (V - h S) \rho$

وبذلك يكون الطول الظاهر من الساق فوق السائل

$$h = \frac{V}{S} - \frac{w}{S}\frac{1}{\rho} \qquad (4-6)$$

ولكن بما أن كلاً من v ، S ، w مقادير ثابتة للهيدرومتر الواحد فإن الجزء الظاهر من الساق يتناسب طردياً مع مقلوب الكثافة. ويعاير الهيدرومتر مع تدريج ساقه وذلك بوضعه فى سوائل معلومة الكثافة.

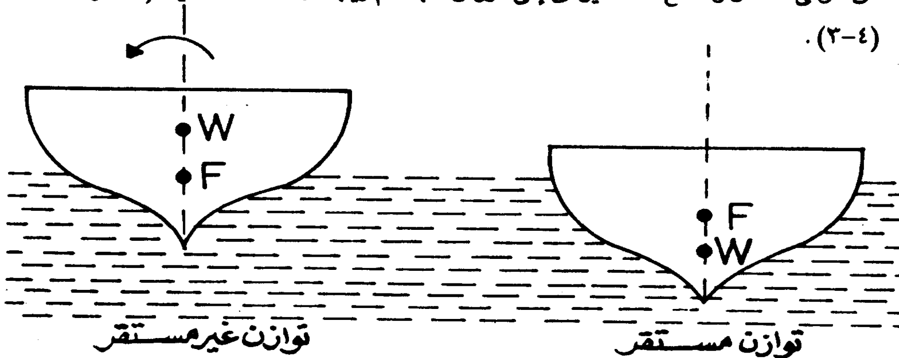
٤ / ٥ - اتزان الأجسام الطافية (Balance of floating bodies) :

عندما يطفو أى جسم فوق سائل يكون متزنا تحت تأثير قوتين هما :

أولاً : ثقله إلى أسفل وتعمل هذه القوة فى نقطة تسمى بمركز ثقل الجسم w.

ثانياً : دفع السائل إلى أعلى وتؤثر قوة الدفع فى نقطة تسمى بمركز الطفو F، وهو فى الواقع مركز ثقل السائل المزاح.

يكون الجسم فى حالة توازن مستقر إذا كان مركز الطفو F فى وضع أعلى من مركز ثقل الجسم w. أما إذا حدث العكس يكون الاتزان غير مستقر، وذلك بسبب تكون ازدواج من قوتى الثقل والدفع ؛ مما يؤدى إلى دوران الجسم ويجعل سافله عاليه (انظر شكل (٤-٣).



شكل (٤ - ٣)

مثال (٤-١) :

هيدرومتر يتكون من انتفاخ حجمه 5 سم٣ ، تعلوه ساق أسطوانية قطرها 5 مم، يطفو فى الماء ومغمور منه أعلى الانتفاخ مسافة قدرها 2 سم. ماهو الطول الذى ينغمر من ساقه إذا وضع فى سائل وزنه النوعى 0.95 ؟

الحـــل :

فى حالة الماء يكون حجم الجزء المغمور = حجم الانتفاخ V + حجم الجزء المغمور من الساق $\pi r^2 \ell$

وزن الماء المزاح = كثافة الماء × الحجم المغمور.

فى حالة السائل يكون وزن السائل المزاح = كثافة السائل × الحجم المغمور

$0.95 (V + \pi r^2 \ell') =$

حيث ℓ' هو طول الجزء المغمور من الساق.

من قانون الطفو يكون وزن الجسم مساوياً لوزن السائل المزاح.

أى أن وزن السائل المزاح = وزن الماء المزاح = وزن الجسم

$$V + \pi r^2 \ell = 0.95 (V + \pi r^2 \ell')$$

$$5 + 3.14 (0.25)^2 \times 2 = 0.95 (5 + 3.14) (0.25)^2 \ell'$$

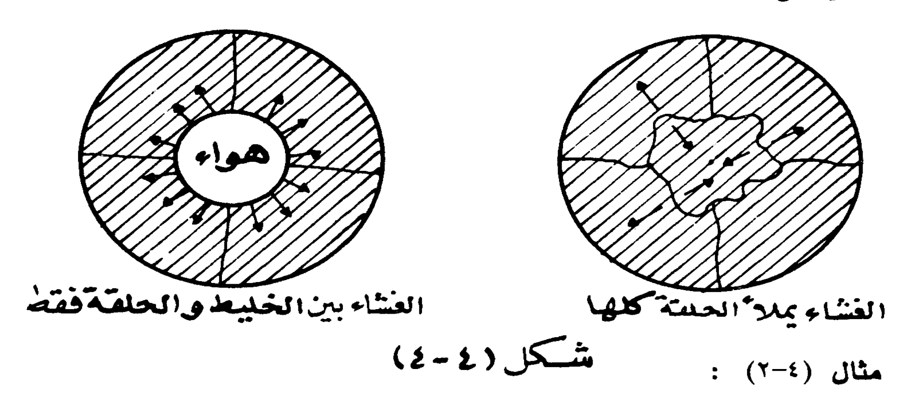
$$\ell' = 3.45 \text{ cm}$$

٤/٦-التوتر السطحي Surface tension :

تنشأ ظاهرة التوتر السطحى عن قوى التماسك والتجاذب بين جزئيات السائل عند السطح. أى أنها خاصية سطحية لاوجود لها فى داخل السائل. إذا اعتبرنا جزيئا موجوداً فى باطن السائل، فإنه يكون واقعاً تحت تأثير قوى التجاذب مع الجزئيات المحيطة به من جميع الجهات، ولذلك تساوى محصلة هذه القوى صفراً. أما الجزىء الموجود عند السطح فإنه يقع تحت تأثير قوى جذب الجزئيات التى تحته فقط، وتكون محصلة هذه القوى إلى أسفل وتعمل على تحريك الجزيئات عند السطح إلى داخل السائل، وهذا يسبب ميل السطح دائماً إلى الانكماش، مما يعمل على تكور قطرات السائل وتبدو كما لو كانت موضوعة داخل غشاء رقيق ومشدود من المطاط. أى خط على سطح السائل يكون واقعاً تحت تأثير قوتين متساويتين مقداراً ومتضادتين اتجاها . ويعرف التوتر السطحى بالقوة المؤثرة على وحدة الأطوال من أى خط من خطوط سطح السائل. ووحدات التوتر السطحى هى نيوتن / متر أى : $(M T^{-2})$.

ولإظهار قوى التوتر السطحى عملياً نحضر سلكا معدنياً على شكل حلقة ، ونثبت بداخله خية من خيط خفيف كما فى الشكل (٤ - ٤) . عندما نغمر السلك فى محلول صابون ثم نرفعه ، يتكون غشاء رقيق من الصابون داخل الحلقة وتأخذ خية الخيط أى شكل ، أما إذا قطعنا الغشاء داخل الخية فقط نجد أنها تأخذ فى الحال الشكل الدائرى المبين بالشكل(٤-٤) وذلك لأن قوى التوتر السطحى تؤثر عمودياً على كل أجزاء الخيط فتجعلها لذلك دائرية الشكل.

عمودياً على كل أجزاء الخيط فتجعلها لذلك دائرية الشكل.

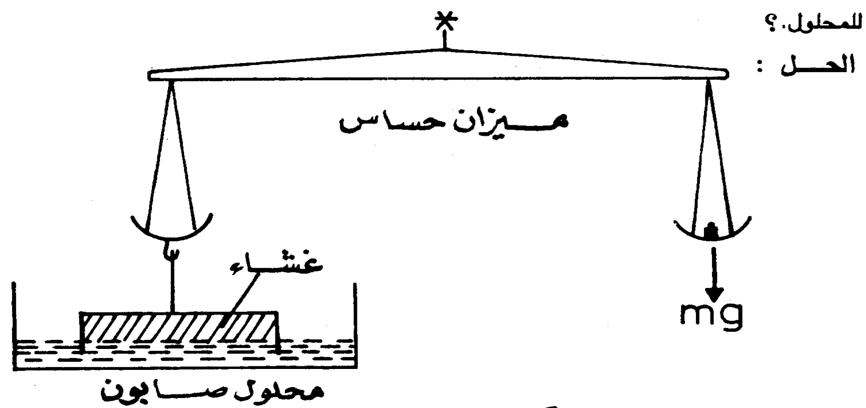


شكل (٤ - ٤)

مثال (٤-٢) :

تكون غشاء من الصابون على إطار على شكل مربع طوله 7 سم ،حينما غمر فى محلول صابون ثم علق الإطار فى كفة ميزان ، وكانت الكتلة التى يجب وضعها فى الكفة الأخرى ، لتعادل الشد الناتج عن التوتر السطحى هى 0.38 جم. أوجد التوتر السطحى للمحلول.؟

الحل :



شكل (٤ - ٥)

عند وضع الاتزان تكون القوة mg إلى أسفل ، متزنة مع قوة التوتر (شكل ٤ – ٥).

إذا كانت قوة التوتر السطحى هى σ عن كل وحدة أطوال ، تكون القوة المؤثرة على الإطار هى $2\sigma \ell$ ، حيث ℓ هو طول ضلع الإطار وقد ضربنا فى العدد 2 حيث إن الغشاء له سطحان.

$$m g = 2 \sigma \ell \qquad (4\text{-}7)$$

$$0.38 \times 980 = 2 \sigma \times 7$$

ومنها يكون التوتر السطحى للمحلول $\sigma = 26.6$ داين / سم.

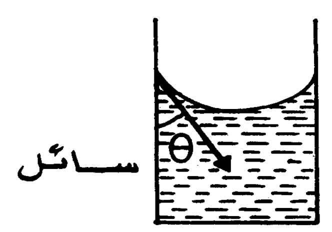
أى : 0.0266 نيوتن / متر.

٤/٧- الخاصة الشعرية وزاوية التلامس

(Capillarity and contact angle)

إذا غمرنا طرف أنبوبة رأسياً فى سائل نلاحظ ارتفاع السائل داخل الأنبوبة . تسمى هذه الظاهرة بالخاصة الشعرية ، وتعود لوجود توتر سطحى للسائل. وكلما ضاق مقطع الأنبوبة كلما ازداد ارتفاع السائل بها ويشذ الزئبق عن جميع السوائل فى هذا الشأن ، إذ ينخفض سطح الزئبق داخل الأنابيب الشعرية بالنسبة للسطح خارجها .

عند تلامس سائل مع سطح صلب، توجد قوى تجاذب بين جزئيات السائل وجزئيات الجسم الصلب، علاوة على التجاذب بين جزيئات السائل. فمثلاً عند وضع سائل نقى فى وعاء زجاجى نظيف، يشاهد ارتفاع سطح السائل الملامس لجدران الوعاء . انظر شكل (٤-٦).



زئبق

σ

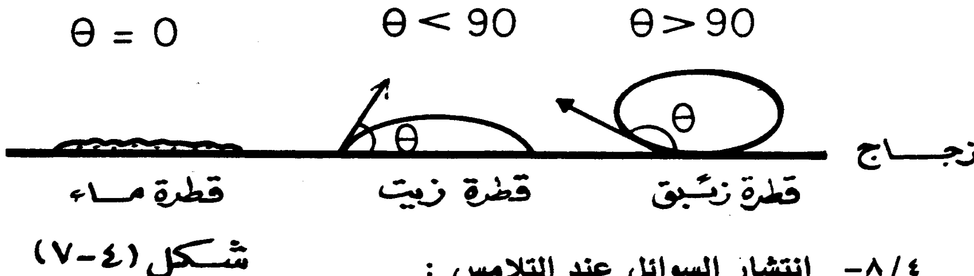
θ

شكل (٤-٦)

وذلك لجميع السوائل فيما عدا سائل واحد هو الزئبق . فيشاهد انخفاض السطح الملامس للزجاج عن مستواه فى الوعاء ، وذلك لأى قوى التجاذب بين جزئيات الزئبق تفوق تلك التى بين هذه الجزئيات وجزئيات الزجاج، وهذا بخلاف الحالة مع جميع السوائل الأخرى التى تزيد فيها قوة تجاذب جزئيات السائل مع الجدران عن قوى التجاذب بين جزئيات السائل نفسه.

الزاوية θ المحصورة بين المماس لسطح السائل، عند نقطة التلامس وجدار الوعاء داخل السائل ، تعرف بزاوية التلامس وتساوى صفراً فى حالة الزجاج والماء النقى، لذلك ينتشر الماء على سطح الزجاج.

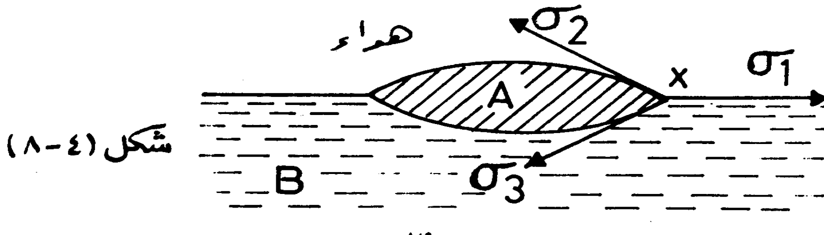
زاوية التلامس لجميع السوائل أقل من 90° بينما تزيد عن ذلك فى حالة الزئبق فقط وتساوى 140° عند تلامسه مع الزجاج (شكل ٤ – ٧) .



شكل (٤-٧)

٤/٨- انتشار السوائل عند التلامس :

إذا وضعنا قطرة من سائل A على سطح سائل آخر B . إما أن ينتشر السائل A فوق B كما هو الحال مع الزيت والماء. وإما أن تتماسك القطرة وتظهر على شكل عدسة من السائل A ترتكز على السائل B كما فى شكل (٤ – ٨).

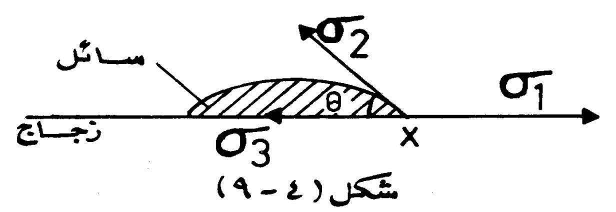


شكل (٤-٨)

نفرض أن σ_1 ، σ_2 ، σ_3 الممثلة بالأسهم فى الشكل تؤثر فى النقطة x، وتنشأ عن قوى التوتر السطحى بين السائل B والهواء وبين السائل A والهواء وبين السائلين B،A على الترتيب.

وواضح أن قطرة السائل A تنتشر على السائل B، إذا ما كانت القوة σ_1 فى اتجاه السطح أكبر من مركبتى القوتين σ_2 ، σ_3 فى الاتجاه العكسى. بينما تتكور القطرة إذا حدث عكس ذلك.

أما عند وضع القطرة على سطح صلب كالزجاج كما فى شكل (٤ – ٩) وكانت القوى σ_1 ، σ_2 ، σ_3 تمثل قوى التوتر السطحى بين الزجاج والهواء ، وبين السائل والهواء وبين السائل والزجاج على الترتيب ، فإن نقطة تأثير هذه القوى x تكون متزنة إذا كانت.



شكل (٤ – ٩)

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_2 \cos\theta \qquad (4\text{-}8)$$

حيث θ هى زاوية التلامس بين السائل والزجاج. وعلى ذلك تكون

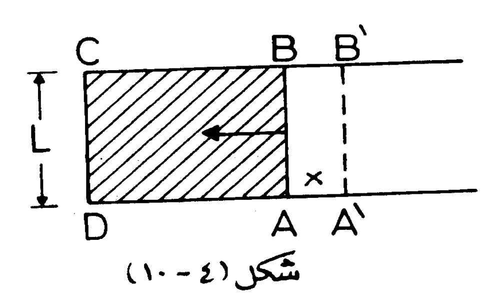
$$\cos\theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_2}$$

فإذا كانت $\sigma_1 > \sigma_3$ تكون $\cos\theta$ موجبة أى أن θ أقل من 90° ويمكن للسائل أن يبلل الزجاج . أما فى حالة الزئبق تكون الزاوية θ منفرجة لذلك يتكور الزئبق دون أن يبلل السطح.

٤/٩- العلاقة بين التوتر السطحي والطاقة السطحية :

(Relation between surface tension and surface energy)

اعتبر غشاء من سائل داخل الإطار ABCD كما فى شكل (٤ - ١٠) نفرض أن الضلع AB من الإطار يمكن له أن يتحرك . إذا كان σ هو التوتر السطحى للسائل تكون القوة المؤثرة على الضلع AB وطوله L هى $2\sigma L$ والعدد 2 نسبة لوجود سطحين للغشاء يؤثر كل سطح بقوة $L\sigma$.



شكل (٤ - ١٠)

نفرض أننا أزحنا الضلع AB للخارج مسافة x ضد تأثير قوة التوتر السطحى يكون الشغل المبذول هو $2 L \sigma x$

لكن $2Lx$ هى الزيادة فى مساحة الغشاء dS

يكون بذلك الشغل المبذول مساويا $\sigma . dS$ أى يساوى قوة التوتر السطحى مضروباً فى الزيادة فى مساحة الغشاء. وبذلك يمكن تعريف التوتر السطحى بأنه الشغل المبذول لكل زيادة فى مساحة الغشاء قدرها الوحدة.

مثال (٤-٣) :

أوجد مقدار الشغل المبذول ضد قوى التوتر السطحي لتكوين فقاعة صابون قطرها 1 سم إذا علم أن التوتر السطحي لمحلول الصابون 25 داين / سم .

الحـــل :

مساحة السطح الابتدائي لفقاعة الصابون = صفر

مساحة السطح النهائي لفقاعة بعد تكوينها = $2 \times 4 \pi R^2$

$= 2 \times 4 \pi \ (0.5)^2 = 2 \pi \ cm^2$

الشغل المبذول = التوتر السطحي × الزيادة في المساحة.

$= 25 \times 2 \pi = 127 \ ergs$

مثال (٤-٤) :

أوجد الشغل اللازم لتحويل قطرة من الماء نصف قطرها 0.5 سم إلى قطرات قطر كل منها 1 مم (التوتر السطحي للماء = 70 داين / سم)

الحل :

حجم القطرة = $(4/3) \pi \ R^3$

عدد القطرات : الحجم الابتدائي للقطرة / حجم القطرة بعد التجزئة

$$= \frac{(4/3)\pi (0.5)^3}{(4/3)\pi (0.1)^3} = 125$$

المساحة النهائية للقطرات = $125 \times 4 \pi r^2$

$= 125 \times 4 \pi (0.1)^2$

الزيادة في المساحة = $(5 \pi - 4 \pi (0.5)^2)$

$= 4 \pi$

الشغل المبذول = المساحة الزائدة × التوتر السطحي

$= 4 \pi \times 70$

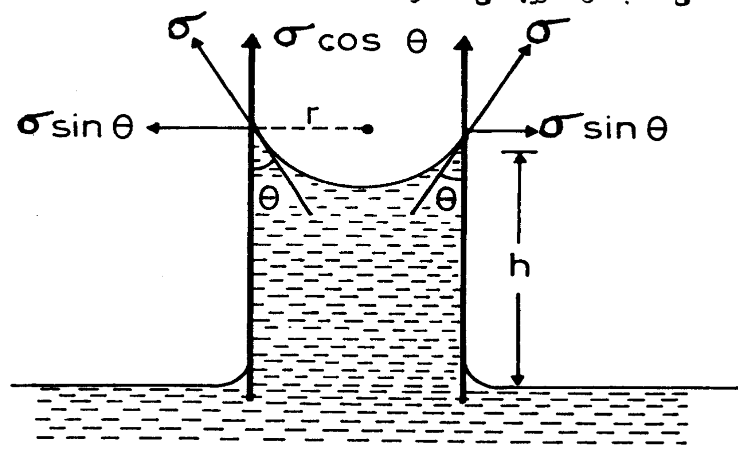
$= 879 \ ergs .$

٤/١٠– تعيين التوتر السطحي بطريقة الأنبوبة الشعرية :

(Determination of the surface tension using a capillary tube)

إذا غمرت أنبوبة شعرية نصف قطرها r فى سائل كثافته ρ فإن السائل يرتفع فى الأنبوبة (ماعدا الزئبق) بمقدار محدود h يختلف من سائل لآخر ويعتمد على نصف قطر الأنبوبة الشعرية.

نفرض أن θ هى زاوية التلامس بين السائل وزجاج الأنبوبة. تؤثر قوة التوتر السطحى σ على كل وحدة أطوال من خط التلامس بين السائل وجدار الأنبوبة . وتكون فى اتجاه المماس لسطح السائل إلى أعلى أى أنها تعمل زاوية θ مع جدار الأنبوبة كما مبين في شكل (٤ – ١١) . هذه القوة لها مركبتان : إحداهما $\sigma \cos \theta$ وتعمل فى اتجاه الأنبوبة والثانية $\sigma \sin \theta$ فى اتجاه عمودى عليها . تتلاشى جميع المركبات $\sigma \sin \theta$ مع بعضها لتضادها فى الاتجاه وتساويها فى المقدار.



شكل (٤ - ١١)

مجموع المركبات فى اتجاه الأنبوبة على طول المحيط كله وتعمل إلى أعلى هى :

$$2 \pi r \ \sigma \cos \theta$$

وتتزن هذه القوة مع وزن عمود السائل الذى يرتفع داخل الأنبوبة

$$\pi r^2 h \rho g$$

أى أن :

$$\sigma = \frac{r h \rho g}{2 \cos \theta} \qquad (4\text{-}9)$$

وفى حالة الماء تكون الكثافة $\rho = 1$ وزاوية التلامس مع الزجاج $\theta = 0$

أى أن :

$$\sigma = \frac{r h g}{2} \quad N/m. \qquad (4\text{-}10)$$

وعند إجراء التجربة لقياس التوتر السطحى للماء ، تثبت الأنبوبة الشعرية رأسياً بحيث يكون طرفها السفلى مغموراً فى الماء ، ويقاس ارتفاع الماء بداخلها . ولقياس نصف قطر الأنبوبة ندخل شريطاً من الزئبق ليكن طوله L ثم تقاس كتلته بميزان حساس ولتكن m تكون

$$m = \pi r^2 \; L \times 13.6$$

حيث كثافة الزئبق تساوى 13.6 ومن المعادلة السابقة نوجد r

حيث

$$r = \sqrt{m / \pi L \times 13.6} \qquad (4\text{-}11)$$

وباستخدام المعادلة (4-10) توجد قيمة التوتر السطحى للماء.

٤/١١- اختلاف الضغط علي السطوح المنحنية للسوائل والأغشية :

Pressure difference on curved surfaces of liquids and films

يتقعر السطح الحر لسائل إذا كان الضغط فوقه أكبر منه فى الداخل . ولإيجاد العلاقة بين الزيادة فى الضغط وانحناء السطح نعتبر جزءا صغيراً ABCD من السطح، ونفرض فى الحالة العامة أن نصف قطر انحناء AB هو R_1 وكذلك انحناء CD بينما نصف قطر انحناء كلا من AD, BC هو R_2 ، شكل (٤ - ١٢).

نفرض أن الضغط قد زاد فى الجانب المقعر بمقدار P ونتج عن ذلك إزاحة هذا الجزء إلى الوضع $A' B' C' D'$ ونفرض أن المسافة العمودية التى أزيح بها هى dR.

باعتبار المجموعة معزولة وتطبيق قانون بقاء الطاقة يجب أن يتساوى الشغل الخارجي المبذول لتمديد السطح مع الزيادة في الطاقة السطحية.

الشغل المبذول w = القوة × المسافة،

القوة = الضغط × المساحة

$\therefore w = P \times ABCD \times DR$

الزيادة في المساحة تساوى

$$dS = A'B'C'D' - ABCD$$

من هندسة الشكل

$$\frac{A'B'}{R_1 + dR} = \frac{AB}{R_1}$$

$$\frac{B'C'}{R_2 + dR} = \frac{BC}{R_2}$$

شكل (٤ - ١٢)

$$A'B'C'D' = AB\left(1 + \frac{dR}{R_1}\right) \times BC\left(1 + \frac{dR}{R_2}\right)$$

$$= ABCD\left(1 + \frac{dR}{R_1} + \frac{dR}{R_2}\right)$$

وأهملنا dR^2 لأنها كمية صغيرة من الدرجة الثانية

$\therefore$ الزيادة في المساحة

$$dS = dR\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) ABCD \qquad \textbf{(4-12)}$$

لكن من تعريف التوتر السطحي بأنه الطاقة الكامنة في وحدة المساحات ، تكون الزيادة في الطاقة السطحية = الشغل المبذول . أي أن :

$$P\,(ABCD)\,dR = \sigma\, dR\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) ABCD$$

$$\therefore \quad P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

ويسرى هذا القانون بالنسبة لسطح واحد فقط وزاوية تلامس صفر ، أما إذا كانت زاوية التلامس هى θ تصبح المعادلة.

$$P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cos \theta \qquad (4\text{-}13)$$

وتعتبر الآن الحالات الخاصة الآتية :

إذا كان السطح كريا مثل حالة فقاعة تكونت داخل ماء يكون :

$$R = R_1 = R_2$$

ويكون الضغط داخل الفقاعة

$$P = 2\sigma / R \qquad (4\text{-}14)$$

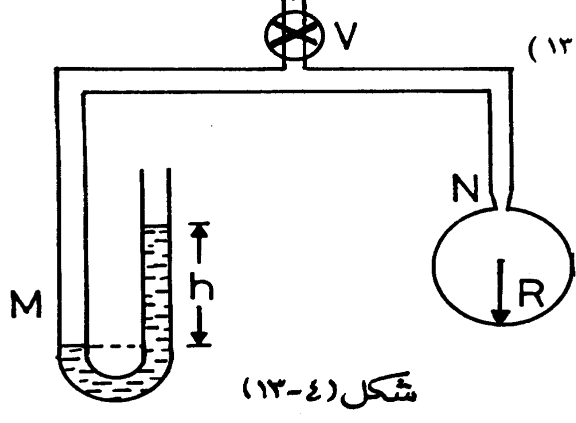
ويلاحظ أن هذا القانون يسرى بالنسبة لسطح واحد فقط . أما إذا اعتبرنا حالة فقاعة صابون مثلا فإن لها سطحين واحداً داخلياً والآخر خارجياً ويصير القانون عندئذ.

$$P = 4\sigma / R \qquad (4\text{-}15)$$

٤/١٢- تعيين التوتر السطحي بطريقة الفقاعة :

(Determination of surface tension by the bubble method)

نستخدم المعادلة (4-15) لإيجاد التوتر السطحى لمحلول صابون ، باستخدام الجهاز المبين بشكل (٤ - ١٣) ويتركب من أنبوبة زجاجية تنتهى من أحد طرفيها بفوهة ضيقة N ومن الطرف الآخر بمانومتر مائى M وتتصل أيضاً من خلال صمام V بمصدر ضغط هواء . توضع قطرة من السائل تحت الاختبار عند الفوهة N فتقفلها ، ثم يفتح صمام الهواء V



شكل (٤-١٣)

فيدخل الهواء وتتكون فقاعة عند الفوهة ثم يقفل الصمام بعد ذلك ويقاس قطر الفقاعة وليكن 2R وتقاس كذلك الزيادة فى الضغط داخل الفقاعة بواسطة المانومتر M وذلك بمعرفة الفرق h بين مستويي السائل فى فرعى المانومتر وتساوى

$$P = h \rho g$$

حيث ρ كثافة سائل المانومتر ، g عجلة الجاذبية الأرضية.

ومن المعادلة (4-15) نوجد التوتر السطحى $\sigma = PR/4$

مثال (٤-٥) :

أوجد مقدار الضغط داخل فقاعة من الصابون نصف قطرها 10 سم ، وأوجد الشغل اللازم لتكوينها علماً بأن التوتر السطحى للمحلول هو 30 داين / سم .؟

الحــــل :

الزيادة فى الضغط داخل الفقاعة هو :

$$P = 4\sigma / R = 4 \times 30/10$$

$$= 12 \text{ dynes / cm}^2$$

الضغط داخل الفقاعة = الضغط الجوى + الزيادة فى الضغط داخل الفقاعة .

الشغل المبذول لتكوين الفقاعة = طاقة السطح × الزيادة فى المساحة = التوتر السطحى × ضعف مساحة سطح الفقاعة.

$$= 2 \times 4\pi \; r^2 \; \sigma$$

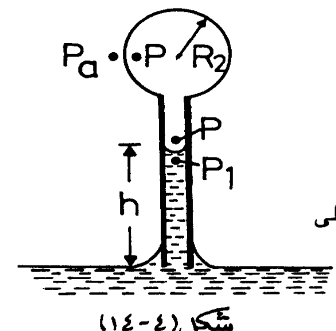
$$= 2 \times 4\pi \times 100 \times 30 = 24\pi \times 10^3 \text{ ergs}$$

مثال (٤-٦) :

غمر طرف أنبوبة شعرية قطرها 2مم رأسياً فى محلول صابون ، وتكونت على الطرف الآخر فقاعة صابون قطرها 2سم ، أوجد ارتفاع محلول الصابون فى الأنبوبة علماً بأن التوتر السطحى لمحلول الصابون 25 اعتبر كثافة السائل 1 وزاوية التلامس صفر بواحدات سم جم ث.؟

الحل :

نفرض أن الضغط فوق السطح المقعر للسائل فى الأنبوبة الشعرية هو P وأن الضغط تحت السطح مباشرة P_1 وأن نصف قطر الأنبوبة R_1 شكل (٤ - ١٤) يكون $P - P_1 = 2\sigma / R_1$ إذا كان الضغط الجوى P_a وكثافة السائل ρ وارتفاعه h فإن :



شكل (٤-١٤)

$$P_a - P_1 = h\rho g$$

وباعتبار الضغط داخل وخارج الفقاعة يكون

$$P - P_a = 4\sigma / R_2$$

حيث R_2 نصف قطر الفقاعة

من المعادلات الثلاث السابقة وبحذف P_a , P_1 , P نحصل على

$$\frac{2\sigma}{R_1} = \frac{4\sigma}{R_2} + \rho g h$$

ومنها

$$\frac{2 \times 25}{0.1} = \frac{4 \times 25}{1} + 980h$$

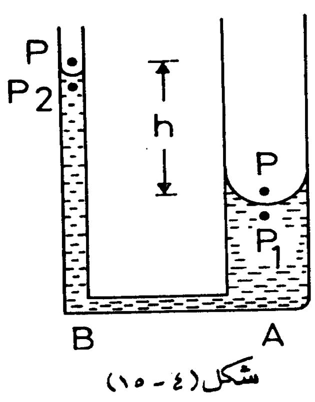
$$\therefore \quad h = 0.4 \text{ cm}$$

مثال (٤-٧) :

وضع ماء فى أنبوبة على شكل حرف U قطر أحد فرعيها 1 سم وقطر الفرع الآخر 1مم . أوجد الفرق بين مستويى سطح الماء فى الفرعين ، علما بأن التوتر السطحى للماء 70داين / سم. ؟

الحل :

نفرض أن الضغط الجوى P ، وأن الضغطين أسفل السطح الحر للسائل فى الفرعين A,B على الترتيب R_1 , R_2. شكل (٤ - ١٥)



شكل(٤ - ١٥)

الفرق بين الضغط على جانبى السطح الحر للسائل فى فرع الأنبوبة A والذى يأخذ شكل نصف كرة هو

$$P - P_1 = 2\sigma / R_1$$

وبالنسبة للفرع B

$$P - P_2 = 2\sigma / R_2$$

بالطرح

$$\therefore P_1 - P_2 = (2\sigma / R_2) - (2\sigma / R_1)$$

لكن

$$P_1 - P_2 = h \rho g$$

حيث ρ كثافة السائل . وإذا كان السائل ماء تكون الكثافة $\rho = 1$ ويكون

$$\frac{2 \times 70}{0.05} - \frac{2 \times 70}{0.5} = h \times 1 \times 980$$

$$\therefore h = 2.6 \text{ cm}$$

مثال (٤-٨) :

لوحان متوازيان من الزجاج وضعا رأسياً ، بحيث يلامس طرفاهما السفليين سطح السائل الذى يبلل الزجاج ، وتوتره السطحى σ . إذا كانت المسافة بين اللوحين x فأوجد الارتفاع الذى يصل إليه السائل. ؟

الحـــل :

نفرض أن طول كل لوح L يكون طول خط التلامس بين اللوحين والسائل 2L قوة التوتر السطحى $2L\sigma$ داين ، تتزن هذه القوة مع وزن عمود من السائل ارتفاعه h ومساحة مقطعه x.L

$$2L\sigma = x L h \rho g$$

حيث ρ كثافة السائل

ويكون بذلك ارتفاع السائل بين اللوحين هو :

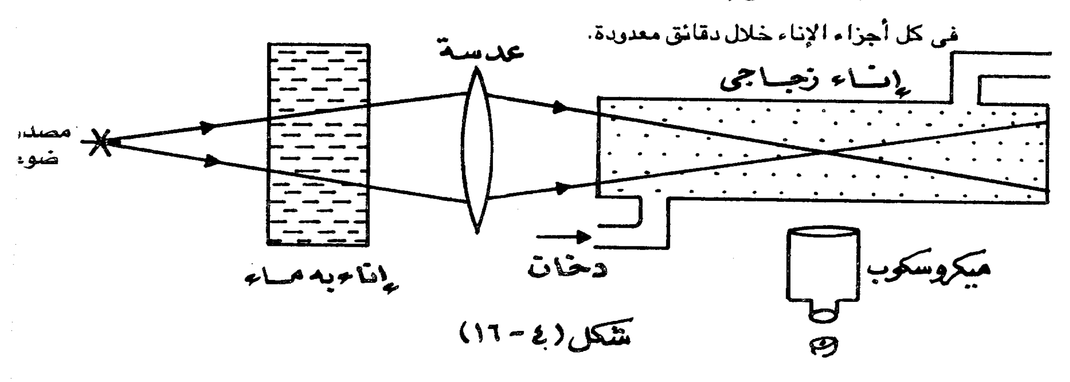
$$h = \frac{2\sigma}{x \rho g}$$

السوائل في حالة الحركة
(Liquids in motion)

٤/١٣ – خاصية الانتشار

الانتشار هو انتقال ذرات أو جزيئات المادة فى داخلها من مكان إلى مكان آخر ولظاهرة الانتشار الفضل فى اكتشاف الطبيعة الجزيئية للمادة . ولإثبات خاصية الانتشار فى المواد الصلبة نحضر لوحين من فلزين نقيين كالرصاص والذهب ، ثم يضغطان متلاصقين ويتركان لمدة طويلة ، ثم بإجراء تحليل كيميائى لكل لوح نجد أن ذرات الذهب قد تغلغلت فى الرصاص ، وكذلك ذرات الرصاص فى الذهب ، إلى مسافات قد تصل إلى بضعة مليمترات ، ممايثبت تحرك ذرات كل منهما وانتشارها .

أما فى حالة السوائل فالانتشار أسهل ، ويمكن الاستدلال على ذلك بوضع نقطة سائل ملون – حبر مثلاً – فى إناء كبير به ماء دون إحداث أية اهتزازات ، نجد أن اللون قد انتشر فى كل أجزاء الإناء خلال دقائق معدودة.



شكل (٤ – ١٦)

ولإثبات حركة الجزئيات فى الغازات تجرى تجربة الدخان . ويتركب الجهاز كما فى شكل (٤ – ١٦) . من مصدر ضوء موضوع أمام عدسة لامة، لتجميع الضوء داخل إناء زجاجى به فتحتان جانبيتان ، يمرر تيار من الدخان داخل الإناء الزجاجى ثم ينظر إلى ذرات الدخان التى تظهر كنقط مضيئة فى مجال رؤية الميكروسكوب ويوضع فى طريق الضوء إناء به ماء بارد لإزالة أى حرارة مصاحبة لشعاع الضوء ، والصادر عن المصدر وذلك حتى لاتسبب هذه الحرارة تيارات حمل تحرك الذرات داخل الإناء.

تظهر النقط مضيئة فى الميكروسكوب كما لو كان شيئاً غير منظور يصطدم بها ، وتلك هى جزئيات الهواء التى تتحرك وتصطدم بذرات الدخان الخفيفة الوزن ، فتظهر نتيجة التصادم على شكل رعشة للنقط المضيئة.

٤ / ١٤ ـ معامل الانتشار (Coefficient of Diffusion) :

نفرض أن لدينا وسطاً ما تختلف بداخله درجة تركيز جزىء معين ، نعتبر مركزاً للإحداثيات داخل الوسط واتجاها موجباً للقياس ، بحيث تتزايد درجة تركيز هذا الجزىء فى هذا الاتجاه.

تنتشر الجزئيات عن طريق حركتها ، من الأجزاء ذات التركيز المرتفع إلى الأجزاء الأقل تركيزاً أى أن الجزينات تتحرك فى اتجاه تناقص المسافة .

اعتبر مساحة dS عمودية على اتجاه الانتشار وتبعد مسافة x عن مركز الاحداثيات .
تتوقف كتلة المادة dm التى تعبر هذه المساحة على العوامل الآتية :

١ – اختلاف درجة التركيز C على جانبى المساحة ، وتعرف درجة التركيز بكتلة المادة المنتشرة فى وحدة الحجوم ، ويسمى الفرق بين درجتى التركيز عند نقطتين تبعدان 1 سم فى اتجاه الانتشار بمعدل النقص فى التركيز بالنسبة للمسافة أو بالميل التركيزى. (dC / dx)

٢ – مقدار المساحة التى تنتشر خلالها المادة.

٣ – زمن هذا الانتشار dt ويمكن بذلك كتابة قانون الانتشار الأول الذى وضعه فيك Fick

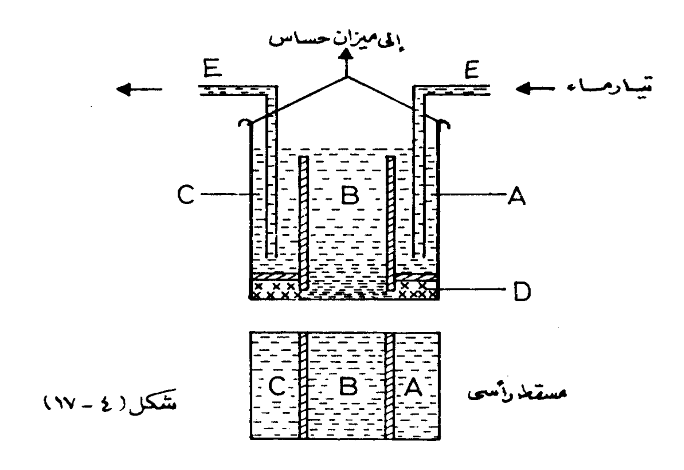
على الصورة

$$\frac{dm}{dt} = - K . \frac{dC}{dx} . dS \quad (4\text{-}16)$$

ويلاحظ هنا وجود إشارة سالبة ، وذلك لأن اتجاه الانتشار يكون دائماً فى عكس تزايد تركيز المادة . ويعرف الثابت K بمعامل الانتشار ، ، ومن الواضح أن قيمة هذا المعامل تتوقف على نوع كل من المادة المنتشرة ، وكذلك الوسط الذى تنتشر خلاله هذه المادة. أما إذا كان الانتشار نتيجة لاختلاف تركيز نفس المادة فى الوسط النقى ذاته سميت الظاهرة بالانتشار الذاتى.

٤/١٥- تعيين معامل انتشار محلول ملح في الماء :

نستخدم خلية زجاجية كالمبينة بشكل (٤ - ١٧) وتتركب من إناء على شكل متوازى



شكل (٤ - ١٧)

مستطيلات مقسم من الداخل لثلاثة أقسام A,B,C بحيث تكون جدران القسم الداخلى B فى مستوى منخفض قليلاً عن حافة الجدران الخارجية ، ويتصل القسم B فقط بقسم آخر

D فى قاع الإناء يحتوى على كمية من الأملاح المراد تعيين معامل انتشارها فى الماء . توجد أيضاً أنبوبتان EE يسمحان بدخول وخروج تيار منتظم من الماء النقى. تملأ الخلية بالماء إلى مستوى أعلى قليلاً من حافة جدران القسم B. يتكون فى القسم D محلول ملح مركز نتيجة لذوبان الملح فى الجزء D.

يبدأ انتشار محلول الملح فى ماء الجزء B من الخلية ، ويكون الانتشار رأسياً إلى أعلى حتى يصل لحافة هذا الجزء ، حيث يوجد تيار مستعرض من الماء يسحب أولاً بأول كل المادة الملحية التى وصلت إلى هذا المكان نتيجة للانتشار .

يترك الجهاز مدة كافية حتى الوصول إلى حالة الاستقرار ، التى يتم عندها سحب كل المادة التى انتشرت رأسياً إلى أعلى خلال مساحة عمودية معلومة فى زمن معين بواسطة تيار الماء.

وتعلق الخلية من كفة ميزان حساس ، لإيجاد معدل الفقد فى الثانية من وحدة الكتلة من المجموعة ، ويساوى هذا المقدار كتلة المادة التى تعبر عموديا 1 سم٢ من فوهة الجزءB من الخلية فى الثانية.

وبتطبيق قانون فيك (المعادلة 4-16).

$$\frac{dm}{dt} = - K \quad dS \quad \frac{dC}{dx}$$

نحصل على معامل الانتشار بقياس dS وهى مساحة مقطع الجزء B ، وكذلك بقياس معدل تغير تركيز المحلول مع الارتفاع عن قاع الخلية ، وذلك بإجراء تجربة جانبية يقاس فيها تغير معامل انكسار الضوء n مع تركيز المحلول باستخدام مقياس الانكسار لآبى، وبذلك نحصل على(dn / dC) ثم يقاس تغير معامل الانكسار على الارتفاعات المختلفة داخل الجزء B من الخلية فنحصل على (dn / dx) .

وبقسمة المقدارين نحصل على معدل تغير التركيز مع الارتفاع x

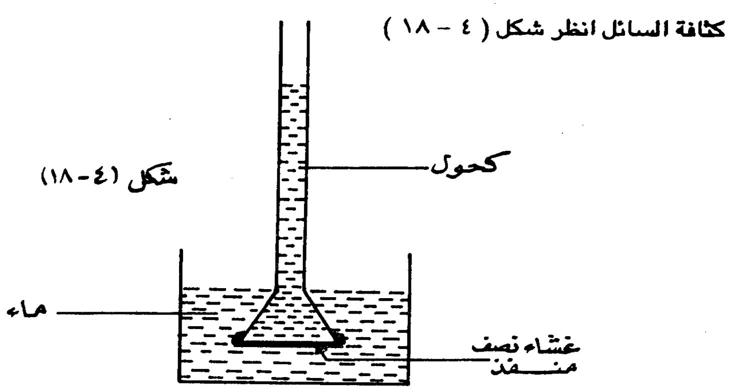
$$\frac{dC}{dx} = (dn / dx) / (dn / dC)$$

وبالتعويض فى معادلة فيك نحصل على معامل الانتشار K.

٤/١٦- الانتشار خلال الأغشية والضغط الأسموزي :
(Diffusion and osmotic pressure)

تنتقل السوائل خلال الأغشية النصف نفاذة بدرجات متفاوتة، وتسمى هذه الظاهرة بالانتشار الأسموزى . ولتوضيح هذه الظاهرة نحضر مثانة مملوءة بالكحول ونغمرها فى ماء نقى ، نجد أن المثانة تتضخم حتى تنفجر نتيجة لدخول الماء إليها دون خروج الكحول منها . وبالعكس إذا كان الماء داخل المثانة والكحول خارجها فإن المثانة تتكمش لخروج الماء منها.

يمكن منع انتقال الماء خلال الغشاء إذا أثرنا على الكحول بضغط معين يعرف بالضغط الأسموزى . ولقياس هذا الضغط نحضر أنبوبة مقفلة من أحد طرفيها بغشاء نصف نفاذ . يوضع المحلول بداخلها، وتثبت الأنبوبة في وضع رأسى بحيث يلامس طرفها ذو الغشاء سطح ماء نقى . بعد فترة نلاحظ ازدياد ارتفاع السائل فى الأنبوبة بسبب انتقال الماء خلال الغشاء . وعندما يتساوى الضغط الأسموزى بالزيادة فى الضغط الناشئة عن أرتفاع عمود السائل مسافة h يحدث اتزان ويكون الضغط الأسموزى $g \; \rho \; h$ حيث ρ كثافة السائل انظر شكل (٤ - ١٨)



شكل (٤-١٨)

الشغل المبذول لنقل حجم V من الماء خلال الغشاء عندما يكون الضغط الأسموزى للسائل Pيساوى PV والضغط الأسموزى مثل ضغط الغاز ، يتأثر بدرجة الحرارة المطلقة ويتناسب معها طردياً.

٤/١٧- قانون فانت هوف (Vanthoff's law) :

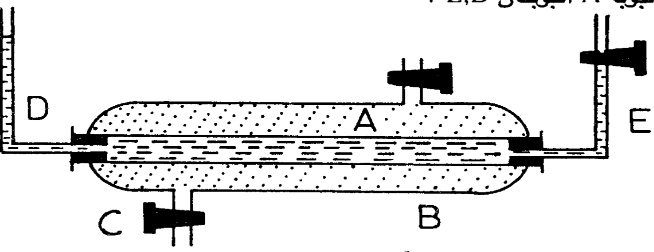
وجد فانت هوف بالتجربة أن الضغط الأسموزى لمحلول مخفف لملح ، لايتحلل داخل المذيب ، يساوى ضغط غاز تام جزيئاته من نفس جزيئات المذاب، ويشغل نفس حجم المحلول . ويمكن كتابة القانون رياضياً على الصورة الآتية :

$$\frac{PV}{T} = \frac{m}{M} r \quad (4\text{-}17)$$

حيث V حجم المحلول ، P ضغطه الأسموزى ، m كتلة المذاب، M الوزن الجزيئى للمذاب، T درجة الحرارة المطلقة، r ثابت.

٤/١٨- تعيين الضغط الأسموزي عملياً :

نستخدم الجهاز المبين بالشكل(٤ - ١٩) ويتركب من أنبوبة A من الفخار رسب على مسامها مادة سيانيد الحديد النحاسية ، لكى تجعل مسامها نصف نفاذة . يحيط بهذه الأسطوانة غلاف معدنى B يملأ بالمحلول تحت الاختبار عن طريق أنبوبة جانبية C ويتصل بطرفى الأنبوبة A أنبوبتان E,D .



شكل (٤ - ١٩)

يقفل الأنبوبة E صمام بينما D أنبوبة شعرية مدرجة.

تملأ الأنبوبة A بالماء النقى (أو المذيب عموماً) بحيث يظهر سطحه على تدريج الأنبوبة D . يمر الماء خلال مسام الأنبوبة A إلى المحلول المذاب مالم يؤثر على هذا الأخير ضغط هيدروستاتيكى عن طريق الفتحة C فى الأنبوبة B . عندما يتساوى هذا الضغط

بالضغط الأسموزى يظل سطح الماء فى الأنبوبة الشعرية D فى موضعه الأصلى.

٤/١٩- الحركة البراونية وقانون التوزيع العددي لدقائق جسم معلق في مائع في أعماقه المختلفة

(Brownian motion)

لاحظ براون وجود حركة مستمرة لأى معلقات موجودة داخل مائع وقد فسرت هذه الظاهرة التى عرفت باسمه على أساس نظرية الحركة للمادة التى تنص على أن جزيئات كل مادة دائمة الحركة فى جميع الاتجاهات . فعندما تتصادم جزيئات السائل مع المعلقات بداخله تظهر الحركة البروانية.

نفرض أن سائل او مائع فى حالة اتزان ديناميكى حرارى . ونفرض أن عدد الجزيئات التى لها سرعات بين $(v + dv)$, v فى لحظة ما هى n_v يستلزم شرط الاتزان أن يظل هذا العدد ثابتاً مع الزمن لايتغير.

نعتبر عموداً من المائع مساحة مقطعه الوحدة يتزن تحت تأثير الجاذبية الأرضية (شكل ٤-٢٠). ونفرض أن درجة الحرارة داخله ثابتة ومنتظمة . نفرض مركزاً للإحداثيات عند قاعدة العمود ونعتبر طبقة من المائع سمكها dx وتبعد عن القاعدة مسافة x ونفرض أن قيمة الضغط على سطحى هذه الطبقة هو P ، $P - dp$.

شكل (٤-٢٠)

يتزن وزن الجزيئات فى هذه الطبقة مع فرق الضغط على السطحين أى أن :

$$(P - dp) - P = dx \rho g = - dp \qquad (4\text{-}18)$$

حيث ρ هى كثافة السائل.

لكن من القانون العام للغازات

$$PV = RT \qquad (4\text{-}19)$$

حيث R هو ثابت الغاز للجرام الجزيئى ويساوى عدد أفوجادرو N مضروباً فى ثابت بولتزمان k . أى أن

$$P = \frac{N}{V} kT = n kT \qquad (4\text{-}20)$$

حيث $\frac{N}{V} = n$ = عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم من الغاز أو المائع .

$$dp = kT\, dn \qquad (4\text{-}21)$$

ومن المعادلتين (4-18) و (4-21) نحصل على :

$$- kT \; dn = dx \; \rho \; g$$

لكن الكثافة $\rho = mn$ حيث m هى كتلة الجزىء.

$$- k T \; dn = mg \; n\, dx$$

$$\int_{n_0}^{n} \frac{dn}{n} = \int_{0}^{X} - \frac{mg}{kT} \; dx$$

وبإجراء التكامل نحصل على :

$$n = n_0 \; e^{- mgx/kT} \qquad (4\text{-}22)$$

تعطى هذه المعادلة توزيع الجزيئات ، فى وحدة الحجوم من السائل أو المائع على الارتفاعات المختلفة x من سطح الأرض. ولما كان الضغط يتناسب طردياً مع عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم (معادلة 4-20) يمكن بذلك كتابة معادلة تغيير الضغط مع الارتفاع على الصورة.

$$P = P_0 \; \exp \left(- \frac{mgx}{kT} \right) \qquad (4\text{-}23)$$

ويعطى هذا القانون تغير ضغط الهواء الجوى مع الارتفاع عن سطح الأرض باعتبار ثبوت درجة الحرارة T.

٤/٢٠– تجارب بيرين لتعيين عدد أفوجادرو :

استحضر بيرين محلولاً غروانياً تكون لجزئياته نفس الحجم تقريباً ، وذلك بأن أدار المحلول بقوة طاردة مركزية لمدة طويلة ، حتى انفصلت الجزيئات المتشابهة معا ثم أخذ

قطرة من الجزء المتجانس ، ونظر إليها خلال ميكروسكوب قوى واعتبر أن القطرة تكون عموداً من سائل ارتفاعه حوالى 0.1 مم.

استطاع بيرين إيجاد عدد الجزيئات المعلقة ، التى تشغل مساحة معينة على ارتفاع معين من عمود السائل، وذلك بالنظر خلال ثقب رفيع فى مجال روية الميكروسكوب. وبتغيير المستوى البؤرى للميكروسكوب بتغير وضع قصبته، تمكن من إيجاد تغير عدد الجزيئات الموجودة على مساحة معينة مع الارتفاع.

نفرض أن x هى المسافة داخل السائل بين قراءتين متتاليتين للميكروسكوب .وأن عدد الجزيئات عندهما n_2 , n_1 . إذا كان معامل انكسار السائلμ تكون المسافة الهوائية المكافئة هى $\mu x = d$

وباستخدام قانون التوزيع العددى (المعادلة 22-4)نحصل على المعادلة :

$$\ln\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = \frac{m g}{k T} \mu x$$

لكن $k = \frac{R}{N}$ حيث R ثابت الغاز للجرام الجزيئى.

$$\therefore \quad \ln\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = \frac{m g n}{RT} \mu x \qquad (4\text{-}24)$$

ولإيجاد كتلة المعلق m توجد أولاً كثافة المعلقات فى كل حجم السائل نظراً لتساوى كثافتها مع كثافة المحلول التى يمكن إيجاد قيمتها بواسطة قنينة الكثافة.

نوجد بعد ذلك حجم الجزىء المعلق، بتخفيف المحلول والنظر إليه تحت الميكروسكوب ، مع إيجاد عدد الجزيئات التى تشغل طولاً معيناً . ومن ذلك نوجد قطر الجزىء ثم حجمه. ومن الكثافة والحجم نوجد الكتلة m.

وقد وجد بيرين باستخدام المعادلة (24-4) أن عدد أفوجادرو

$$N = 6.06 \times 10^{23}$$

٤/٢١ـ تدفق السوائل (Flow of Liquids) :

لكى يتحرك سائل داخل أنبوبة يجب بذل كمية من الطاقة على شكل شغل يتحول إلى

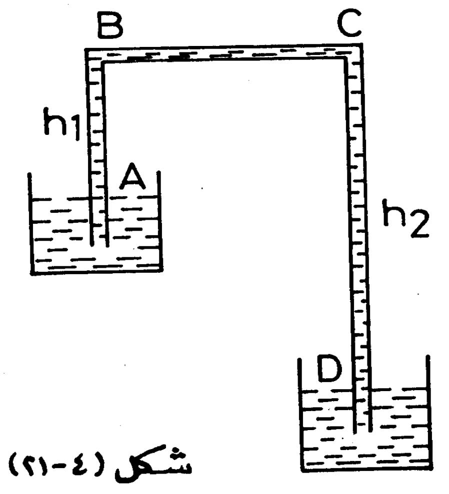
طاقة حركة . فإذا كانت F هى القوة الدافعة لحركة السائل فى أنبوبة مساحة مقطعها S يكون الضغط هو F/S . وإذا تحرك السائل مسافة x داخل الأنبوبة نتيجة لذلك يكون الشغل المبذول w هو .

$$w = F x = \frac{F}{S} S x = P V$$

حيث $Sx = V$ هو حجم السائل المدفوع. أى أن الشغل اللازم لتحريك سائل فى أنبوبة يساوى ضغط السائل مضروباً فى حجمه.

٤/٢٢- انتقال السوائل من المستويات المرتفعة للمنخفضة :

إذا غمر طرف أنبوبة ABCD فى إناء به سائل ، والطرف الآخر فى إناء آخر فى مستوى منخفض عن الأول ، وكان السائل متصلاً فى الأنبوبة (شكل ٤ - ٢١) فإن السائل يسرى داخلها من الإناء المرتفع إلى المنخفض حتى يتساوى سطحا السائل فى كل منهما أو يفرغ كلية من الإناء المرتفع.



شكل (٤-٢١)

لتفسير ذلك نفرض أن الضغط الجوى فوق سطح السائل عند كل من A , D هو P . اعتبر ضغط السائل عند نقطتين C,B على نفس المستوى.

الضغط عن B هو $P_B = P - h_1 \rho g$

حيث ρ كثافة السائل ، h_1 هو ارتفاع النقطة B عن سطح السائل فى الإناء A.

الضغط عند C هو $P_C = P - h_2 \rho g$

حيث h_2 هو ارتفاع النقطة C عن سطح السائل فى الإناء D

$$P_C - P_B = (h_1 - h_2) \rho g \qquad (4-25)$$

ولما كانت h_2 أكبر من h_1 فإن الضغط عند B يكون أكبر من الضغط عند C، ولذلك يسرى السائل فى الاتجاه B إلى C طالما استمر h_2 أكبر من h_1.

٤/٢٣- سرعة تدفق سائل من ثقب في إناء :

نفرض وجود إناء به سائل وبه ثقب فى أسفله ، ونفرض أن مستوى سطح السائل يظل ثابتا بإضافة بعض السائل باستمرار لمعادلة الكمية التى تخرج من الفتحة . يكون خروج السائل عند الثقب تحت تأثير الضغط الناشئ من ارتفاع السائل فوقه h ، وهذا يساوى $h\,\rho\,g$. حيث ρ كثافة السائل ، g عجلة الجاذبية.

إذا كانت سرعة خروج السائل من الفتحة V تكون طاقة حركة وحدة الحجوم من السائل عند خروجه من الفتحة هى $\frac{1}{2}\rho v^2$ وبمساواة طاقتى الوضع والحركة لوحدة الحجوم عند سقطوها مسافة h تكون :

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = h\rho g \qquad (4\text{-}26)$$

أى أن:

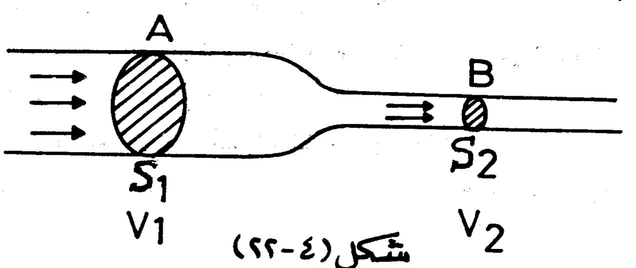
$$\therefore \quad v = \sqrt{2gh} \qquad (4\text{-}27)$$

وهذه هى سرعة خروج السائل من الفتحة.

٤/٢٤- تدفق السوائل في الأنابيب :

تتغير سرعة حركة أى سائل يتدفق فى أنبوبة ما حسب اتساع أو ضيق مقطعها . فكلما ازدادت الأنبوبة ضيقاً كلما ازدادت سرعة سريان السائل.

ولإثبات ذلك نفرض أنبوبة أفقية يتحرك فيها سائل غير قابل للانضغاط ، (شكل٤/٢٢) . نفرض نقطتين B،A مساحة المقطع عندهما S_1 ، S_2 على الترتيب وأن سرعتى



شكل (٤-٢٢)

التدفق عندهما v_1 , v_2 .

خلال فترة زمنية t يتحرك السائل عند النقطة A مسافة تساوى t . v_1 بينما يتحرك السائل عند النقطة B فى نفس الزمن مسافة t . v_2 ولكن بما أن حجم السائل الذى يمر بالنقطة فى الزمن t هو نفس حجم السائل المار بالنقطة B فى نفس الزمن يكون.

$$v_1 t S_1 = v_2 t S_2$$

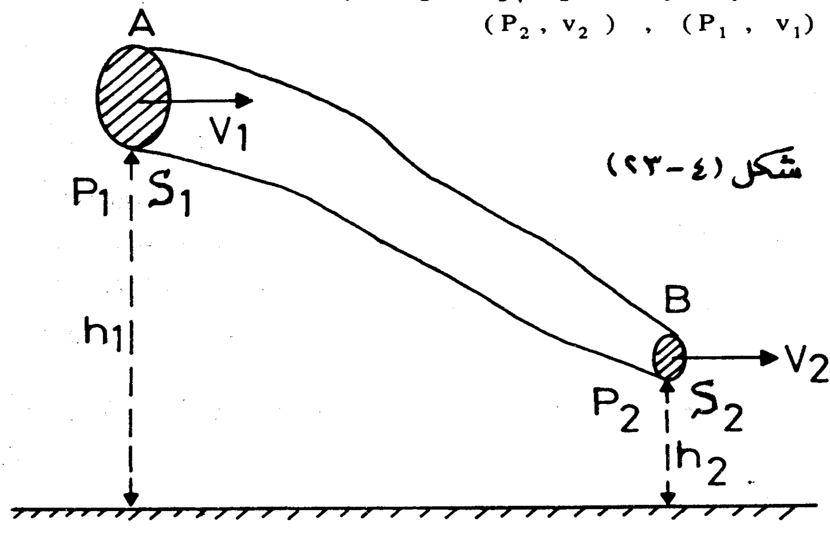
أى أن :

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \qquad (4\text{-}28)$$

ويعنى هذا أن سرعة التدفق تتناسب عكسياً مع مساحة مقطع الأنبوبة . وهذا يفسر سبب اندفاع المياه بسرعة أكبر من خرطوم المياة كلما ازدادت فتحته ضيقاً.

٤/٢٥-نظرية برنولي (Bernoulli's theorem) :

تعالج هذه النظرية دراسة حركة السوائل فى الأنابيب الرأسية ذات المقطع المتغير مثل شبكة أنابيب المياه فى المنازل . نفرض أن السائل غير قابل للانضغاط . ونفرض أن مساحة مقطع الأنبوبة ومقدار الارتفاع عن سطح الأرض عند كل من B,A (شكل ٤ -٢٣) هما (S_1 , h_1) , (S_2 , h_2) على الترتيب . وأن سرعة السائل وضغطه عندهما (P_1 , v_1) , (P_2 , v_2)



شكل (٤-٢٣)

لإيجاد العلاقة بين سرعة التدفق والضغط والارتفاع عن سطح الأرض نعتبر أن الأنابيب تكون نظاماً معزولاً، يمكن أن ينطبق عليه قانون بقاء الطاقة . أى أن مجموع الطاقات عند A يساوى مجموع الطاقات عند B .

تنشأ الطاقة عند أى نقطة مثل A أو B عن ثلاثة عوامل :

١ – طاقة الموضع التى يكتسبها السائل بفضل ارتفاعه h عن سطح الأرض وتساوى هذه الطاقة mgh حيث m هى كتلة السائل المار فى الثانية.

٢ – طاقة الحركة التى يكتسبها السائل بفضل سرعته v وتساوى $\frac{1}{2}\ m\ v^2$

٣ – الشغل الآلى المبذول لدفع السائل فى الأنابيب ، فإذا كانت مساحة الأنبوبة عند نقطة ما S وكان ضغط السائل عندها P تكون القوة المحدثة للحركة pS وإذا كانت سرعة تدفق السائل v فإنه يتحرك مسافة v فى الثانية الواحدة.

الشغل المبذول w = القوة × المسافة

$$W = P S v \qquad (4\text{-}29)$$

وبتطبيق قانون بقاء الطاقة عند كل من B,A نحصل على :

$$m g h_1 + \frac{1}{2}\ m v_1^2 + P_1 S_1 v_1$$

$$= m g h_2 + \frac{1}{2}\ m\ v_2^2 + P_2 S_2 v_2 \qquad (4\text{-}30)$$

وبما أن معدل التدفق واحداً عند كل من B,A يكون

$$m = S_1 v_1 \rho = S_2 v_2 \rho \qquad (4\text{-}31)$$

حيث ρ كثافة السائل . وبالتعويض من المعادلة (4-31) فى (4-30) نحصل على معادلة برنولى لتدفق السوائل.

$$gh_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + \frac{P_1}{\rho} = g h_2 + \frac{1}{2}\ v_2^2 + \frac{P_2}{\rho} = \text{constant} \qquad (4\text{-}32)$$

أما إذا كانت الأنابيب فى مستوى أفقى واحد تكون $h_2 = h_1$ وتصبح معادلة برنولى :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{P_2}{r} + \frac{1}{2} v_2^2 \qquad (4\text{-}33)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(\frac{v_2^2}{v_1^2} - 1 \right)$$

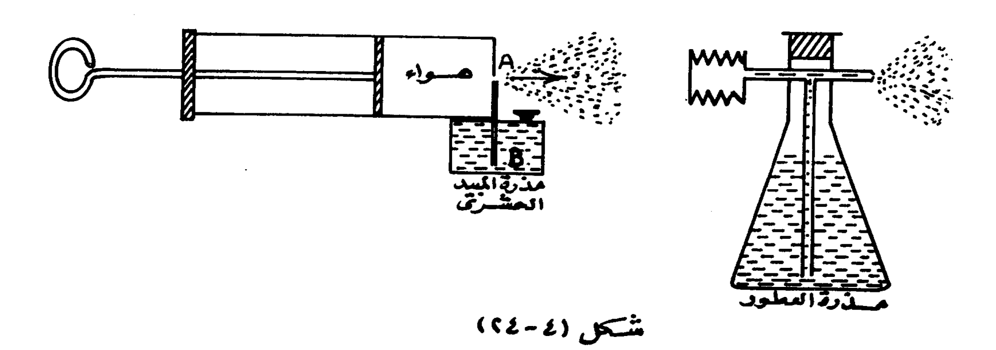
لكن $v_1 S_1 = v_2 S_2$ من معادلة **(4-31)** يكون

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right) \qquad (4\text{-}34)$$

ويتضح من المعادلة السابقة أنه إذا كان S_1 أكبر من S_2 يكون الضغط P_1 أكبر من P_2 ، بينما تكون سرعة التدفق v_1 أصغر من v_2 أى أنه عندما تزداد مساحة مقطع الأنبوبة تقل سرعة التدفق داخلها، بينما يزداد ضغط السائل فى هذا المكان. ومثال لذلك حركة الدم فى الأوعية الدموية بجسم الإنسان يمكن اعتبار أن الدورة الدموية تتم فى مجموعة من الأنابيب ذات مقاطع مختلفة . وبذلك يكون ضغط الدم كبيراً فى الشريان – حيث مساحة المقطع كبيرة – بينما تكون سرعة التدفق بطيئة؛ ولذلك يصعب إيقاف النزيف عن طريق التجلط فقط. بينما نلاحظ عكس ذلك فى حالة الجروح السطحية ، حيث تكون مقاطع الأوعية الدموية صغيرة فيكون ضغط السائل صغيراً، ويسهل عندئذ إيقاف تدفق الدم بتكوين جلطة مكان القطع.

تطبيقات عملية لنظرية برنولي :

تتوقف الفكرة الأساسية فى عمل مذرات العطور والمبيدات الحشرية السائلة ومذرات الطلاء بالبوية على نتيجة نظرية برنولى التى تنص على أن ازدياد سرعة السائل عند مقطع فى أنبوبة يصحبه انخفاض فى الضغط فى هذا المكان ففى شكل (٤ – ٢٤) إذا نفخ الهواء ليتحرك بسرعة كبيرة فوق الفتحة A والتى يكون مقطعها عادة صغيراً يحدث انخفاض فى الضغط فى الأنبوبة AB ويرتفع بذلك السائل فيها ويتناثر على شكل رذاذ خارجاً من الذرة.



شكل (٤-٢٤)

٤/٢٦- لزوجة السوائل (Viscosity of liquids) :

إذا سكبنا كمية من زيت وأخرى من جليسرين ، وثالثة من ماء على مستوى أفقى نجد اختلافاً فى قابلية كل منها على الحركة والانسياب. فبينما نجد الماء يستجيب بسهولة لفعل القوة التى تحركه نجد أن الجليسرين بطىء فى التدفق . وتسمى الخاصية التى تميز السائل من حيث استجابته للحركة باللزوجة . وتنشأ عن وجود ما يشبه الاحتكاك بين طبقات السائل بعضها ببعض . وكلما ازدادت قيمة هذا الاحتكاك كلما زادت لزوجة السائل. ويمكن على ذلك تعريف اللزوجة بأنها الممانعة التى تبديها طبقات السائل للحركة.

٤/٢٧- معادلة نيوتن (Newton's equation) :

نفرض سائلا يتحرك على مستوى أفقى، ونفرض أن السائل يتكون من طبقات فوق بعضها البعض تتحرك بسرعات مختلفة ، تحت تأثير قوة ماسية تعمل على تحريك السائل (شكل ٤ - ٢٥) . نفرض أن abcd مكعب داخل السائل قبل الحركة وأن شكله قد تغير إلى الوضع d\ , c\ , b\ , a\ أثناء حركة السائل. يتوقف مقدار الانبعاج فى شكل

المكعب على قوى الاحتكاك F بين الطبقات المختلفة . وتتناسب هذه القوة طردياً مع مساحة سطح السائل الذى تعمل عليه قوى الاحتكاك.

a a` b  b`

d c

شكل (٤ - ٢٥)

إذا فرضنا أن مساحة سطح الوجه للمكعب S،

وأن سرعة الطبقة العليا v_1 وسرعة السفلى v_2

يكون معدل تغير السرعة فى الاتجاه العمودى هو :

$$\frac{(v_1 - v_2)}{d}$$

حيث d هى المسافة العمودية بين طبقتى السائل ad، cd.

اعتبر نيوتن أن قوة الاحتكاك F تتناسب طردياً مع معدل تغير السرعة وكذلك مع مساحة السطح A. أى أن :

$$F = \eta S \frac{v_1 - v_2}{d} \qquad (4\text{-}35)$$

حيث ثابت التناسب η هو معامل لزوجة السائل ، ويعرف بأنه القوة التى إذا أثرت على وحدة المساحات من سائل أحدثت فيه وحدة معدل تغير فى السرعة ، وتعرف المعادلة (4-35) بمعادلة نيوتن.

وحدات معامل اللزوجة هى $ML^{-1}\ T^{-1}$ وتسمى وحدة هذا المعامل بالبواز إذا استخدمنا وحدات سم جم ث.

٤/٢٨-انسياب الموائع في الأنابيب الضيقة . معادلة بواسيى

(Poisseille's equation)

يشترط لكى يمر سائل فى أنبوبة أن يكون هناك فرق فى الضغط بين طرفيها يدفع السائل خلالها . ويتوقف حجم السائل المار فى الثانية على المتغيرات الآتية :

١ – معامل لزوجة السائل η.

٢ – نصف قطر الأنبوبة R.

٣ – معدل تغير الضغط فى اتجاه الأنبوبة ، ويعرف بأنه الفرق فى الضغط بين نقطتين

تبعدان مسافة قدرها الوحدة فى اتجاه التدفق.

ولإيجاد العلاقة بين المتغيرات السابقة نفرض أنبوبة نصف قطرها R، وطولها L يسرى خلالها سائل معامل لزوجته η.

اعتبر قشرة أسطوانية من السائل نصف قطرها x وسمكها dx ولها نفس محور الأسطوانة (شكل ٤ — ٢٦)

مساحة القشرة الاسطوانية = $2 \pi x L$

يؤثر على هذا السطح أثناء حركة السائل قوة احتكاك F_1 حيث :

$$F_1 = - \eta 2 \pi x L \frac{dv}{dx}$$

شكل (٤ - ٢٦)

حيث $\frac{dv}{dx}$ هو معدل تغير السرعة فى اتجاه نصف القطر . والإشارة سالبة لأن السرعة تتناقص كلما اقتربنا من جدار الأنبوبة، أى كلما ازدادت x . إذا كان الفرق فى الضغط بين طرفى الأنبوبة p، تكون القوة المحركة لهذه القشرة من السائل هى F_2 حيث :

$$F_2 = \pi x^2 P$$

وإذا كانت حركة السائل انسيابية منتظمة لايوجد للسائل عجلة تسارع وتكون :

$$F_1 = F_2$$

$$\pi x^2 p = - 2 \pi L \eta x \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{1}{2} P x \, dx = - L \eta \, dv$$

وبالتكامل

$$- L \eta v = \frac{P x^2}{4} + \text{constant} \qquad (4-36)$$

ونظراً لأن سرعة السائل تساوى الصفر عند سطح الأنبوبة، أى أنه : عندما x = R تكون v = 0

ويكون بذلك ثابت التكامل مساوياً $- \frac{P R^2}{4}$

وتصبح المعادلة (4-36)

$$v = \frac{P}{4L\eta}(R^2 - x^2) \qquad (4-37)$$

وتعطى هذه المعادلة المعروفة باسم معادلة بواسيى، تعطى قيمة سرعة السائل عند أى نقطة فى الأنبوبة . ولإيجاد معدل التدفق نعتبر مساحة مقطع القشرة الأسطوانية $2\pi x\ dx$ ويمر خلال هذا المقطع كمية من السائل تساوى $2\pi x\ dx\ v$

ويتجميع مثل هذه الكميات للحصول على كمية السائل المار فى الثانية نحصل على معدل التدفق على الصورة : $Q = \int_0^R 2\pi x v\ dx$

$$= \int_0^R \frac{P}{4\eta L}(R^2 - x^2)\ 2\pi x\ dx$$

$$= \frac{\pi P}{2L\eta}\left(\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4}\right)$$

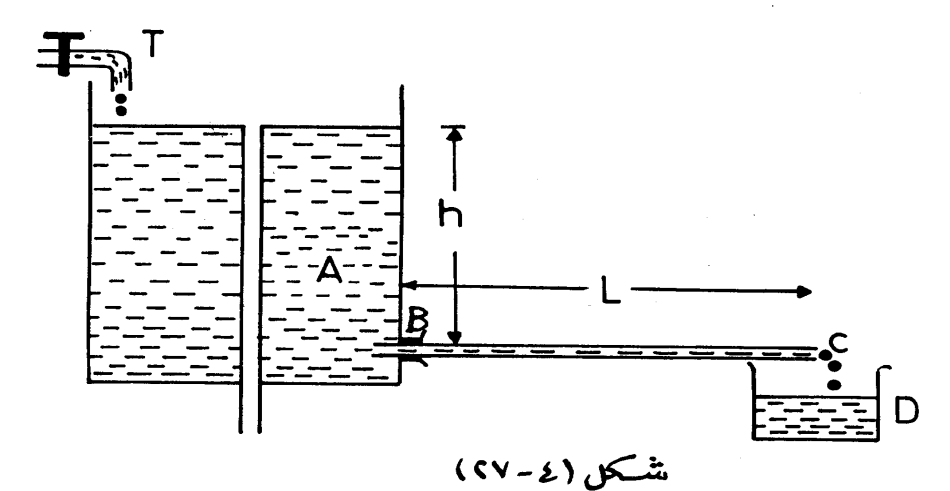
أى أن :

$$\therefore Q = \frac{\pi R^4}{8\eta L} P \qquad (4-38)$$

٢٩/٤- قياس معامل اللزوجة بطريقة بواسيي Poisseille :

تستخدم معادلة بواسيى لإيجاد معامل لزوجة السوائل سهلة الحركة فى الأنابيب كالماء والكحول. ويتكون الجهاز كما فى الشكل (٤ – ٢٧) من مستودع للسائل A يستقبل السائل من صنبور T ، وتثبت أنبوبة رأسية مفتوحة الطرفين بحيث تنفذ من فتحة فى قاع المستودع، وتعمل هذه الأنبوبة على حفظ مستوى سطح السائل فى المستودع ثابتاً على الدوام أثناء إجراء التجربة.

يثبت فى فتحة جانبية فى المستودع أنبوبة ضيقة المقطع BC ، يمر بداخلها السائل وينسكب من طرفها C ويتجمع فى المخبار D (شكل ٤ – ٢٧).



شكل (٤ - ٢٧)

إذا كان ارتفاع سطح السائل فى المستودع A أعلى من مستوى محور الأنبوبة BC بمقدار h ، فإن الفرق فى الضغط P بين طرفيها يكون : $P = h \rho g$ (حيث ρ كثافة السائل) . تجمع كمية من السائل V المنسكب من الأنبوبة فى زمن معين t ويحسب معدل التدفق $(Q = V/t)$ وبقياس نصف القطر الداخلى R للأنبوبة وكذلك طولها L وباستخدام المعادلة (4-38) يمكن إيجاد معامل اللزوجة.

$$\eta = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{R^4}{Q} \cdot \frac{h \rho g}{L} \qquad (4-39)$$

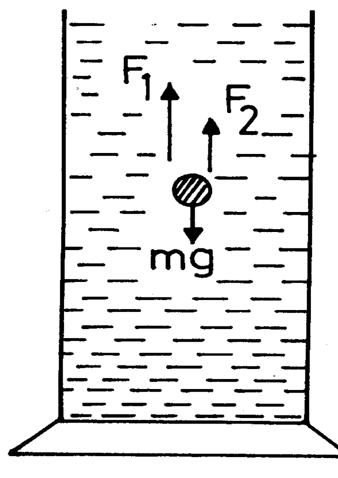
٤/٣٠- لزوجة السوائل بطريقة الكرة الساقطة : قانون استوكس (Stoke's law)

تتزايد سرعة كرة ساقطة فى سائل تزايداً تدريجياً ، حتى تصل إلى سرعة ثابتة تسمى بالسرعة النهائية v ويؤثر على الكرة عند السقوط ثلاث قوى .

١ - وزنها إلى أسفل ويساوى mg.

٢ - دفع السائل إلى أعلى ويساوى وزن حجم الكرة من السائل أى :

$$F_1 = 4/3 \pi R^3 \rho g$$



حيث R نصف قطرة الكرة ، ρ كثافة السائل.

٣ - قوة ممانعة السائل لحركة الكرة وتنشأ عن خاصية اللزوجة ، وتعمل هذه القوة فى عكس اتجاه الحركة - أى إلى أعلى ، ولإيجاد قيمة هذه القوة F_2 استخدم استوكس طريقة التحليل بالأبعاد.

نفرض أن F_2 تتوقف على كل من نصف قطر الكرة R ولزوجة السائل η ، وكذلك على السرعة النهائية v . أى أن :

$$F_2 = const.\ R^{\alpha} . \eta^{\beta} . v^{\gamma}$$

شكل (٤ - ٣٨)

وتكون معادلة الأبعاد هى :

$$(MLT^{-2}) = (L)^{\propto} (ML^{-1} T^{-1})^{\beta} (LT^{-1})^{g}$$

وبذلك نحصل على :

$$\beta = 1$$

$$\propto - \beta + \gamma = 1$$

$$- \beta - \gamma = - 2$$

وبحل المعادلات الثلاث نحصل على $\gamma = 1 : \beta = 1 : \propto = 1$

أى أن : $F_2 = const.\ R\ \eta\ v$

وأثبت استوكس أن الثابت يساوى π 6 وتكون بذلك قوة الممانعة للحركة :

$$F_2 = 6 \pi R v \eta \qquad \textbf{(4-40)}$$

وبتطبيق قانون نيوتن على الحركة المنتظمة للكرة داخل السائل تكون

$$4/3\ \pi R^3 \rho_1 g = 4/3\ \pi R^3 \rho\ g + 6 \pi R v \eta$$

حيث ρ_1 هى كثافة مادة الكرة الساقطة.

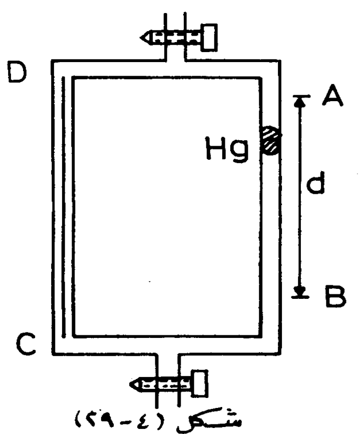
$$\therefore \quad \eta = \frac{2}{9} \frac{g R^2}{v} (\rho_1 - \rho) \qquad \textbf{(4-41)}$$

ومن هذه المعادلة يمكن إيجاد معامل لزوجة السائل بمعرفة قيم R ، ρ_1 ، ρ

وبقياس السرعة النهائية بتسجيل الزمن t ، لسقوط الكرة مسافة معينة L بعد الوصول إلى السرعة النهائية فتكون السرعة $v = L / t$.

٤/٣١- طريقة رانكين لقياس لزوجة الغازات

(Viscosity of gases by Rankine's method)



شكل (٤-٢٩)

يتركب جهاز رانكين لتعيين لزوجة غاز من أنبوبتين AB ، CD متصلتين كما فى شكل (٤ — ٢٩) ويحتويان على الغاز تحت الاختبار . الأنبوبة CD دقيقة المقطع وطولها L بينما الأنبوبة AB واسعة نسبياً ، ويوجد بها شريط قصير من الزئبق يتحرك رأسياً إلى أسفل عندما يوضع الجهاز فى وضع رأسى. عندما يتحرك شريط الزئبق يدفع الغاز المحبوس داخل الأنابيب للسريان داخل الأنبوبة الضيقة CD وتتوقف طبعاً سرعة هبوط شريط الزئبق على لزوجة الغاز المحبوس داخل الأنابيب.

نفرض أن S هى مساحة مقطع الأنبوبة AB. عند سقوط شريط الزئبق تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية g يؤثر على الغاز بضغط قدره mg / S ، يجعله يسرى فى الأنبوبة CD إذا كان t هو زمن سقوط قطرة الزئبق مسافة ℓ ، يكون حجم الغاز المار فى CD فى وحدة الزمن هو :

$$Q = \frac{S \ell}{t}$$

وباستخدام قانون بواسيى

$$Q = \frac{\pi R^4}{8 \eta L} P$$

أى أن :

$$\frac{S\,\ell}{t} = \frac{\pi R^4}{8\eta L}\ \frac{mg}{S}$$

ومنها

$$\eta = \frac{\pi R^4 t}{8\ell L S}\ \frac{mg}{S}$$

حيث R هو نصف قطر الأنبوبة الشعرية CD.

٤/٣٢- الحركة الدوامية وعدد رينولدز

(Reynold's number)

إذا زادت سرعة السائل عن حد معين تظهر مركبة لحركة السائل فى اتجاه عمودى على اتجاه التدفق . تكون دائماً هذه المركبة مساوية للصفر فى حالة الحركة الخطية . ويتسبب عن وجود هذه المركبة حركة دوامية تمتص جزءاً من طاقة حركة السائل.

ولإيجاد قيمة السرعة الحرجة للسائل ، التى ينتقل بعدها من الحركة الخطية إلى الحركة الدوامية ، نستخدم التحليل بالأبعاد.

تتوقف قيمة السرعة الحرجة v_c على كل من لزوجة السائل η وكثافته ρ ، ونصف قطر الأنبوبة R التى يتدفق السائل داخلها. أى أن :

$$v_c = const.\ \eta^{\alpha}\ \rho^{\beta}\ R^{\gamma}$$

وتكون المعادلة البعدية

$$(LT^{-1}) = (ML^{-1}\ T^{-1})^{\alpha}(ML^{-3})^{\beta}\ (L)^{\gamma}$$

$$\alpha + \beta = 0$$

$$-\alpha - 3\beta + \gamma = 1$$

$$-\alpha = -1$$

وبحل هذه المعادلات نحصل على : $\alpha = 1\ ,\ \beta = -1\ ,\ \gamma = -1$

وتصبح معادلة السرعة الحرجة هى :

$$v_c = C\,\eta\,\rho^{-1}\,R^{-1}$$

$$\therefore \quad v_c = C\,\frac{\eta}{\rho\,R}$$

ويطلق على الثابت C عدد رينولدز نسبة إلى أول شخص اكتشف هذه العلاقة . وتقدر قيمة هذا الثابت فى حالة الأنابيب الضيقة بحوالى 1000.

مثال (٤-٩) :

أنبوبة شعرية طولها 10 سم ونصف قطرها 0.1 سم يمر بها سائل تحت تأثير فرق فى الضغط يساوى 10 داين / سم٢ . أوجد سرعة السائل إذا كانت لزوجته 0.01 جم / سم / ث . وأوجد أيضاً حجم السائل المار فى زمن 15 دقيقة. ؟

الحل :

من معادلة بواسيى (4-37) وبوضع $x = 0$ تكون السرعة عند المحور.

$$v = \frac{P\,R^2}{4\,L\,\eta} = \frac{10 \times (0.1)^2}{4 \times 10 \times 0.01} = 0.25 \quad cm\,/\,s$$

حجم السائل المار فى الثانية

$$Q = \frac{\pi}{8}\;\frac{R^4}{\eta}\;\frac{P}{L}$$

ويكون حجم السائل المار فى 15 دقيقة هو :

$$V = \frac{3.14 \times (0.1)^4}{8 \times 0.01} \times \frac{10}{10} \times 15 \times 60$$

$$= 3.5325 \quad cm^3$$

مثال (٤-١٠) :

أنبوبتان B,A طولهما 100سم ، 50سم ونصف قطريهما 0.1 ، 0.2 مم على الترتيب. يمر بهما سائل داخلاً A تحت الضغط 80سم زئبق ، وخارجاً من B تحت ضغط

جوى 76 سم زئبق. أوجد قيمة الضغط عند نقطة اتصال الأنبوبتين. ؟

الحل :

شكل (٤ — ٣٠)

معدل التدفق واحد فى كل من الأنبوبتين . شكل (٤ — ٣٠)

$$Q_1 = Q_2$$

نفرض أن ضغط السائل عند النقط C,B,A هو على الترتيب P_A , P_B , P_C .

بالنسبة للأنبوبة A

$$Q_1 = \frac{\pi}{8} \frac{P_A - P_C}{L_1} \frac{r_1^4}{\eta}$$

بالنسبة للأنبوبة B

$$Q_2 = \frac{\pi}{8} \frac{P_C - P_B}{L_2} \frac{r_2^4}{\eta}$$

وبمساواة المعادلتين مع وضع $P_A = 80$, $P_B = 76$, $L_1 = 100$, $L_2 = 50$, $r_1 = 0.1$, $r_2 = 0.2$ وبالاختصار نحصل على الضغط عند نقطة اتصال الأنبوبتين.

$$P_C = 76.12 \quad \text{cm . Hg.}$$

مثال (٤-١١) :

أنبوبة شعرية طولها 50 سم ونصف قطرها الداخلى 0.2 مم تتصل وهى فى وضع أفقى بأسفل مستودع أسطوانى مساحة مقطعه 10 سم٢ مملوء بالماء . أوجد الزمن اللازم لكى ينخفض سطح الماء فى الإناء ، من الارتفاع 100 سم إلى 50 سم فوق مستوى

الأنبوبة، علما بأن معامل لزوجة الماء 0.01 ؟

الحل :

يتغير مع الزمن ارتفاع الماء فى الخزان، وكذلك يتغير ضغط الماء فوق الأنبوبة . نفرض أن بدء قياس زمن التدفق كان عند الارتفاع 100 سم . بعد زمن t يصبح السطح عند ارتفاع x فوق الأنبوبة.

شكل (٤ — ٣١)

اعتبر شريحة من سائل المستودع سمكها dx وحجمها A . dx حيث A مساحة مقطع المستودع . شكل (٤ — ٣١) نفرض أن زمن خروج هذه الكمية من الماء من الأنبوبة هو dt باستخدام معادلة بواسيى يكون معدل التدفق Q هو

$$Q = A \frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{\pi R^4}{8 \eta L} P$$

لكن الضغط يساوى $P = x g$

باعتبار كثافة الماء = ١

$$\frac{dx}{x} = \frac{\pi R^4 g}{8 \eta L A} dt$$

وبالتكامل نحصل على

$$\ln \frac{x_1}{x_2} = \frac{\pi R^4 g}{8 \eta L A} t$$

بوضع $x_2 = 50 \quad , \quad x_1 = 100$

نحصل على الزمن المطلوب

$$t = 56290 \text{ sec}$$

$$= 15.6 \text{ hr.}$$

تمارين على الفصل الرابع

١ – سبيكة من فلزين وزنها 170 جم يصبح وزنها الظاهرى 95 جم إذا غمرت فى سائل كثافته 1.5 / سم٣. إذا كانت الأوزان النوعية لمكونات السبيكة 4، 3 على الترتيب . أوجد النسبة الحجمية لكل من الفلزين. ؟

٢ – يرتفع الماء فى أنبوبة شعرية 6.2 سم . أوجد العمق الذى ينخفض سطح الزئبق بداخلها عند غمر نفس الأنبوبة فيه. ؟

(التوتر السطحى للماء 70 داين / سم وللزئبق 540 داين / سم، وزاوية التلامس بين الزئبق والزجاج 140°م وكثافة الزئبق 13.6 جم / سم٣)

٣ – فقاعتان مختلفتا الحجم تكونتا على طرفى أنبوة بها صمام يعزل بينهما . اشرح مع التفسير ماذا يحدث للفقاعتين عند فتح الصمام ؟

٤ – أنبوبة زجاجية مخروطية الشكل ارتفاعها 20 سم ، قطر طرفيها 0.3 سم ، 0.1 سم ثبتت رأسياً بحيث يلامس طرفها المتسع سطح ماء توتره السطحى 80 داين / سم احسب ارتفاع الماء فى الأنبوبة باعتبار زاوية التلامس بين الماء والأنبوبة يساوى صفراً. ؟

٥ – وضع هيدرومتر أسطوانى الشكل فى إناء به ماء . فكان سطح الماء ملامساً ساق الهيدرومتر عند تدريج 6 سم . ولما وضع الهيدرومتر فى زيت كثافته النوعية 0.8 كان سطح الزيت ملامساً للهيدرومتر عند التدريج 4 سم . أوجد طول الجزء غير المغمور من الهيدرومتر عندما يوضع فى سائل كثافته النوعية 0.9 علما بأن طول الهيدرومتر 10 سم ومساحة مقطعه 2 سم٢ وأنه مدرج من أعلى إلى أسفل. ؟

٦ – هيدرومتر يتكون من انتفاخ حجمه 5 سم٣ تعلوه ساق أسطوانية قطرها 5 مم يطفو فى الماء ، ومغمور منه أعلى الانتفاخ مسافة قدرها 2 سم . ماهو العمق الذى ينغمر من ساقه، وهو يطفو فى سائل وزنه النوعى 0.95 ؟

٧ – أوجد الشغل اللازم بذله ضد التوتر السطحى لتكوين فقاعة من الصابون قطرها 3 سم.

وما الشغل اللازم الاضافى لكى يزداد قطر الفقاعة إلى 6 سم ؟ (التوتر السطحى لمحلول الصابون 28 داين / سم)

٨ – أوجد الزيادة فى الضغط داخل فقاعة من الصابون نصف قطرها 10 سم .

وماهو الشغل المبذول لتكوينها بفرض أن التوتر السطحى لمحلول الصابون 30 داين / سم ؟

٩ – أوجد زيادة الضغط بالمليمترات من الزئبق، داخل قطرة مياه الأمطار عن خارجها ، إذا علم أن قطر القطرة 1 مم وأن التوتر السطحى للماء 72 داين / سم .

١٠ – أنبوبة رأسية على شكل حرف U فإذا كان قطرا الفرعين هما 5 مم ، 1 مم ، ووضع بها ماء توتره السطحى 73 داين / سم .

أوجد الفرق بين ارتفاعى الماء فى فرعى الأنبوبة.

وإذا وضع زئبق بدلاً من الماء توتره السطحى 550 داين / سم ، وكثافته 13.6 جم / سم٣ وزاوية تلامسه مع الأنبوبة 140°م فماذا يكون الفرق بين الارتفاعين فى فرعى الأنبوبة ؟

١١ – أوجد الشغل اللازم لتحويل قطرة ماء نصف قطرها 0.5 سم ، إلى قطرات صغيرة نصف قطر كل منها 0.1 سم علما بأن التوترالسطحى للماء 70 .؟

١٢ – شريحة من الزجاج طولها 10 سم وعرضها 1.54 سم وسمكها 0.2 سم تزن 8.2 جم فى الهواء غمرت رأسية فى الماء بحيث يكون جانبها الطويل أفقياً، ونصفها الأسفل مغموراً فى الماء. احسب وزنها الظاهرى (التوتر السطحى للماء 70 داين / سم).؟

١٣ – وضعت أنبوبة شعرية نصف قطرها 0.5 سم فى سائل ، بحيث كان طول الجزء المغمور من الأنبوبة فى السائل هو 4 سم ، وارتفاع السائل فى الأنبوبة الشعرية 10 سم . أوجد مقدار الضغط اللازم لعمل فقاعة على شكل نصف كرة فى نهاية الأنبوبة الشعرية . علما بأن التوتر السطحى للسائل 70 داين / سم وكثافته 0.9 جم / سم٣.

١٤ - يتسرب الماء من ثقب مساحته 0.5 سم٢ موجود فى جدار خزان به ماء، وكان ارتفاع الماء عن الثقب 100 سم . أوجد سرعة التدفق وكذلك معدل التسرب فى الساعة . بفرض أن ارتفاع الماء فى الخزان ثابت طوال الوقت. ؟

١٥ - احسب السرعة النهائية لكرة من الحديد نصف قطرها 0.2 سم تسقط فى حوض جلسرين كثافته 1.2 جم / سم٣ ومعامل لزوجته 8.3 بواز. علما بأن كثافة الحديد 8 جم / سم٣ وعجلة الجاذبية الأرضية 980 سم / ث٢. ؟

١٦ - أوجد القدرة الميكانيكية لقلب شخص إذا علم أنه يدفع الدم بمعدل 100 سم٣ فى الثانية وأن ضغط الدم 120 مم زئبق. ؟

١٧ - يسرى الماء فى أنبوبة أفقية بمعدل 1000 سم٣ فى الثانية . فإذا كان ضغط الماء يعادل 10^6 داين / سم٢ عند نقطة فى الأنبوبة مساحة المقطع عندها 9 سم٢، فكم تكون مساحة المقطع عند نقطة أخرى يكون الضغط عندها 1.2×10^6 داين / سم٢ ؟

١٨ - مستودع مغلق وبه فتحة جانبية . إذا كان ارتفاع الماء فى المستودع 480 سم أعلى الفتحة وكان الضغط أعلى الماء فى المستودع 2×10^6 داين / سم٢، فاحسب سرعة سريان الماء من الفتحة . وإذا كانت مساحة مقطع الفتحة 800 سم٢ فاحسب كمية الماء التى تسرى فى الدقيقة. ؟

١٩ - أوجد معامل لزوجة الماء من البيانات التالية :

- معدل سريان الماء فى أنبوبة شعرية - طولها 10 سم ونصف قطرها 5 مم - هو 8.1 سم٣ / دقيقة . ويتصل طرفا الأنبوبة بمانومتر مائى فرق مستوى الماء فى فرعيه 5.6 سم ؟

٢٠ - احسب نصف قطر القطرة من الزئبق التى إذا سقطت فى سائل كثافته 0.92 جم / سم٣ اكتسبت نفس السرعة النهائية التى تكتسبها فقاعة من الهواء نصف قطرها 0.1 سم صاعدة فى ماء ؟

(كثافتا الزئبق والهواء 13.6 ، 0.0013 جم / سم٣ على الترتيب ، معامل لزوجة السائل قدر معامل لزوجة الماء 80 مرة).

الفصل الخامس
خواص الحالة الصلبة
(Properties of Solids)

١/٥- مقدمة :

تتركب المادة فى حالاتها المعروفة (صلبة ، سائلة ، غازية) من ذرات أو جزئيات ، دائمة الحركة يربط بينها قوى تكون صغيرة جدا فى حالة الغازات ، وتكون أكبر فى حالة السوائل بينما تكون كبيرة جداً فى الأجسام الصلبة ، لدرجة أنها تحفظ للجسم شكله وحجمه بصفة دائمة.

ونظراً لصغر هذه القوى فى الغازات والسوائل فإن جزئياتها تتحرك عشوائياً، ولايكون هناك ترتيب منتظم لها . أما الأجسام الصلبة فهى نوعان.

أ – مواد صلبة بلورية وفيها تترتب الذرات بانتظام على شكل خلايا ، تتكرر فى الاتجاهات الثلاثة x,y,z لتكون الجسم.

ب – مواد صلبة أمورفية أو غير بلورية مثل الزجاج ، ويعتبر غالباً كسائل فوق مبرد، إذ يكون للجسم الأمورفى صفات قريبة الشبه من السوائل.

٢/٥- قوى الترابط (Binding forces) :

تستقر ذرات أو جزئيات المادة الصلبة – فى حالة اتزان داخلها – تحت تأثير قوى بينية كبيرة ، بعضها جاذب والآخر طارد . ويتوقف نوع هذه القوى وشدتها على نوع ذرات المادة المعنية .

القوى الجاذبة ثلاثة أنواع :

أ – قوى كولومية : وتنشأ من تجاذب الشحنات الكهربية المختلفة على الذرات المتجاورة ، كما يحدث فى حالة البلورات الأيونية مثل كلوريد الصوديوم.

ب – قوى فان درفال : وتحدث نتيجة لدوران الإلكترونات فى مساراتها حول النواة ،

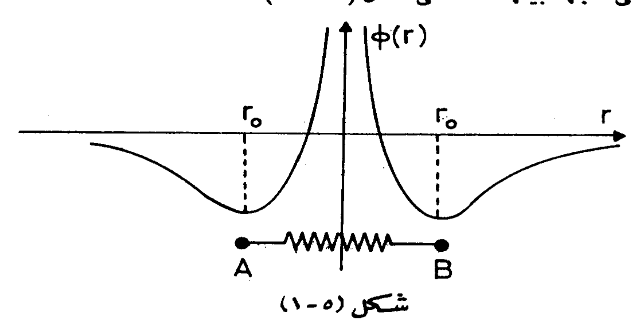
مـحـدثة ثنائيـات قطب كـهـربائية تتـجـاذب مع بعـضـهـا بقـوى تسـمى قـوى فـان درفال، وهى غالباً ضعيفة كما فى الشمع وهذا هو سبب انخفاض نقطة انصهاره

جـ - قوى التبادل : وتنشأ عندما يحدث انتقال إلكترون من ذرة إلى أخرى تجاورها ، كما فى الاتحاد الكيميائى ويسبب هذا الانتقال تلاصق الذرتين بقوى كبيرة.

أما القوى الطاردة فتنتج بسبب تنافر السحب الإلكترونية المحيطة بكل ذرة ، والتى يصبح تأثيرها كبيراً جداً عندما تقترب أى ذرتين من بعضهما لدرجة كبيرة لأى سبب من الأسباب.

٣/٥- منحنى طاقة الموضع : (Potential energy curve) :

إذا اعتبرنا قوى التجاذب وقوى التنافر بين ذرتين متجاورتين A & B فى جسم صلب ، يكون منحنى الجهد بينهما كما فى شكل (٥ - ١) .



شكل (٥-١)

توجد نهاية صغرى للجهد فى المنحنى تمثل موقع الذرة عند الاتزان ويسمى هذا الموقع بنقطة الشبيكة، ونظراً لصعوبة تعيين العلاقة الرياضية الكاملة بين دالة الجهد ϕ (r) والبعد r بين الذرات وضع العالم " مى Mie " علاقة تجريبية لتغير ϕ (r) مع r على الشكل الآتى :

$$\phi(r) = -\frac{a}{r^m} + \frac{b}{r^n} \qquad (5\text{-}1)$$

حيث a , b ثوابت ويمثل الحد الأول من المعادلة القوى الجاذبة ، بينما يمثل الحد الآخر قوى التنافر. وتغيير قيم n & m حسب الحالة :

فمثلاً فى حالة البلورات الأيونية حيث الرابطة كولومية تكون $m = 1$. أما فى حالة البلورات الجزيئية تكون $m = 6$ وهكذا.

تتحرك كل ذرة فى بئر الجهد (شكل ٥ - ١) حركة تذبذبية حول موضع الاتزان ، وتزداد سعة هذه الحركة بازدياد درجة الحرارة ، وهذا يفسر ظاهرة تمدد الأجسام بالحرارة. وعندما تصل درجة حرارة الجسم الصلب لنقطة الانصهار تكون الذبذبات من العنف بمكان ، حتى إنها تتغلب على قوى التجاذب ويتحطم الشكل الصلب للجسم متحولاً لسائل . وتمثل الطاقة الكامنة للانصهار الطاقة الحرارية اللازمة لتحطيم الشكل الصلب للجسم .

مثال (٥-١) :

تتغير طاقة الموضع $\phi(r)$ لذرتين فى جزىء ثنائى مع المسافة بينهما r وفقاً للمعادلة

$$\phi(r) = \frac{a}{r^{12}} - \frac{b}{r^{6}}$$

حيث a,b ثوابت. أوجد قيمة r عندما تكون الطاقة صفرية . وماذا تكون قيمة r لأقل طاقة ؟ أوجد القوة بين الذرتين ثم أوجد طاقة التحلل للجزىء؟

الحـل :

بوضع طاقة الموضع تساوى صفرا تكون

$$(r)_{\phi=0} = (a/b)^{\frac{1}{6}}$$

أيضاً تكون الطاقة أقل ما يمكن عندما يساوى المعامل التفاضلى لها بالنسبة للمسافة صفراً . أى أن :

$$\frac{d\phi}{dr} = 0$$

بتفاضل معادلة الجهد ومساواتها بالصفر نحصل على :

$$\frac{12a}{r_0^{13}} \quad + \quad \frac{6b}{r_0^{7}} \quad = \quad 0$$

عند قاع بئر الجهد تكون

$$r_0 \quad = \quad \left(\frac{2a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$$

القوة بين الذرتين تعطى بالمعادلة

$$F \quad = \quad - \quad \frac{d\phi}{dr}$$

$$= \quad \frac{12a}{r^{13}} \quad - \quad \frac{6b}{r^{7}}$$

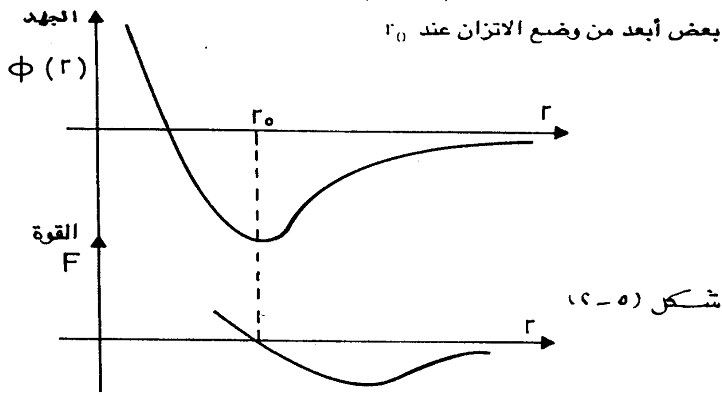
ويلاحظ أن هذه القوة تتلاشى فى موضعين عندما تكون :

$$r \quad = \quad \infty$$

أو

$$r \quad = \quad \left(\frac{2a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$$

وتكون القوة موجبة أى أن الذرتين تتنافران قبل $r = \left(\frac{2a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$ بينما تكون القوة سالبة بعد ذلك. انظر شكل (٥ – ٢) . أى أن الذرتين يتجاذبان عند فصل بعضهما عن بعض أبعد من وضع الاتزان عند r_0



شكل (٥ ـ ٢)

طاقة التحلل هى الشغل اللازم لفصل الذرتين إلى مسافة لانهائية أى أنها تساوى .

$$D = \phi(\infty) - \phi(min)$$
$$= 0 - \left(\frac{a}{4a^2/b^2} - \frac{b}{2a/b} \right)$$
$$= b^2 / 4a$$

وهذا يعنى أن الجزىء يتحلل بمجرد أن تصل طاقة حركة الذرات فى قاع بئر الجهد لقيمة أكبر من D.

٥/٤- أنواع الجوامد المتبلورة :

أ - البلورات الأيونية - مثل كلوريد الصوديوم (Ionic crystals) .

يوجد بذرة الصوديوم إلكترون واحد فى قشرتها الخارجية ، بينما تكون القشرتان الأولى $1s^2$ والثانية $2s^2 \; 2p^6$ مشبعتين بالإلكترونات . لذلك إذا أزيل هذا الإلكترون الخارجى من ذرة الصوديوم يصير تركيبها الإلكترونى مثل ذرة النيون وهذا التركيب أكثر استقراراً.

وبالنظر إلى التركيب الإلكترونى لذرة الكلور نجد أنه ينقصها إلكترون واحد فى قشرتها الثالثة ، لتتشبع إلكترونياً وتصير مثل ذرة الأرجون الأكثر استقراراً . لذلك فإن اتحاد ذرتى الصوديوم والكلور يتم سريعاً ويكون ملح الطعام المتكون على الصورة الأيونية Cl^- Na^+ ، وتكون قوى الترابط الرئيسية بين الأيونات فى هذا التركيب هى القوى الكولومية بين الشحنات المختلفة على الأيونات المتجاورة . ونظراً لأن كلوريد الصوديوم ملح متعادل كهربياً بالرغم من تكوينه من أيونات موجبة وسالبة ، لذلك يجب أن تكون الأيونات متراصة تبادلياً فى أى اتجاه ، أى أن كل أيون صوديوم يحيط به ستة أيونات كلور، كأقرب جيران ويكون التركيب البلورى هو التكعيبى البسيط simple cubic.

ب - البلورات الجزيئية (Molecular crystals) :

يكون الترابط هنا بقوى فان درفال . جميع ذرات البلورة متشابهة ومتعادلة كهربياً ،

وتحمل الذرة شحنات سالبة تكون ثنائى قطب كهربى electric dipole . تترتب ثنائيات القطب فى الذرات المتجاورة بحيث تكون الشحنات المختلفة أقرب مايمكن دائماً، وتكون القوى الكهربائية المحصلة هى الفرق بين قوى التجاذب والتنافر بين الشحنات المختلفة والمتشابهة . ويكون الجذب أكبر قليلاً من التنافر لقرب الشحنات المختلفة عن الشحنات المتماثلة.

يكون الترابط هنا ضعيفاً ولذلك تكون درجة انصهار مثل هذه المواد صغيرة كما فى الشمع مثلاً.

جـ – البلورات التساهمية (covalent crystals) :

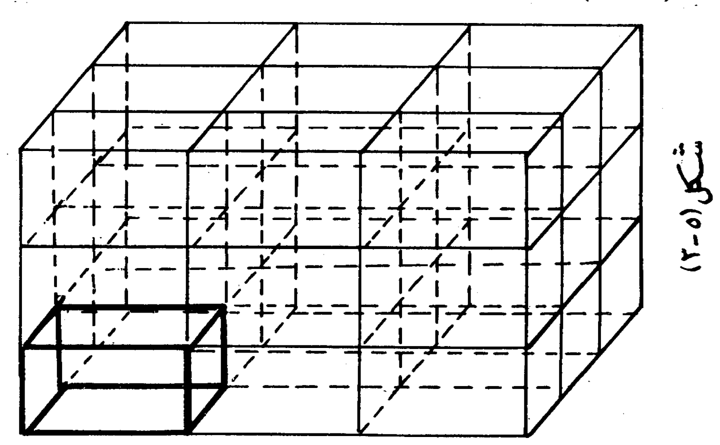
فى هذه البلورات تكون الكثافة الكهربائية بين الذرات المتجاورة كبيرة وتشترك الإلكترونات بين الذرات لتشبيع قشراتها الخارجية. ومثال ذلك ذرة الكربون حيث يوجد أربعة إلكترونات فى قشرتها الثانية التى تتشبع بعدد ثمانية إلكترونات ، فإذا توزعت ذرات الكربون بحيث يكون لكل ذرة كربون أربع ذرات كأقرب جيران، يمكن أن تشترك كل ذرتين متجاورتين فى إلكترونين وتصبح بذلك جميع ذرات الكربون فى الجسم الصلب وكأن بأغلفتها الخارجية عدد ثمانية إلكترونات لكل وليس أربعة فقط، وهذا الوضع مستقر وينشأ عن ذلك قوى تساهمية كبيرة كما فى حالة الماس.

د – البلورات الفلزية (Metal crystals) :

تتميز الفلزات بعدد صغير من الإلكترونات فى الأغلفة الخارجية ، بينما تكون الأغلفة الداخلية مشبعة مما يجعل ترابط الإلكترونات الخارجية بالنواة ضعيفاً . ولذلك تتكون سحابة من الإلكترونات تحيط بأيونات هذه الذرات ، وتكون قوى التجاذب بين الأيونات والسحابة الإلكترونية هى القوى الأساسية للترابط بين ذرات الفلز . وتتميز هذه الرابطة بأنها مرنة flexible ويعود ذلك لعدم وجود ربط مباشر بين الذرات وبعضها، كما فى الحالات السابقة وإنما يجىء الربط بين الأيون والسحابة الإلكترونية المحيطة به.

٥/٥- التركيب البلوري للأجسام الصلبة (Crystal structure):

تتركب الذرات داخل شبيكات الأجسام البلورية ترتيباً منتظماً ، لتكون خلايا متماثلة إذا ازيح أى منها فى الاتجاه x أو الاتجاه y أو الاتجاه z فى الفراغ لايتغير الترتيب الذرى. ونقط الشبيكة – حيث مواضع الاتزان لذراتها – تامة التماثل فلكل ، منها نفس العدد من أقرب جيران (عدد التناسق) كما أن أبعاد الجيران المتناظرة تكون دائماً واحدة وفى نفس الاتجاه فى الفراغ . ويتركب الجسم من عدد كبير من الخلايا المتراصة بانتظام كما فى شكل (٥ – ٣).



شكل (٥-٣)

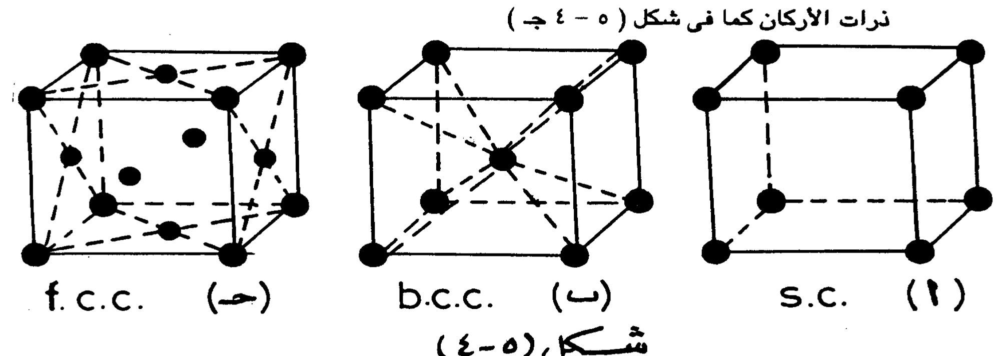
وقد وجد براڤيه من دراسات هندسية لترتيب عدد لانهائى من النقط ترتيباً منتظماً، أن هناك فقط سبعة أنظمة بلورية تنتظم بداخلها أربع عشرة وحدة خلية ، يمكن أن تترتب فيها النقط ترتيباً منتظماً فى الفراغ كما هو الحال فى الشبيكة البلورية.

ومن أهم هذه الأنظمة البلورية النظام التكعيبى، الذى تترتب ذرات معظم المعروف من الفلزات على صورته. وخلية هذا النظام على شكل مكعب تترتب فيه الذرات على أحد ثلاثة طرق وهى :

أ – التكعيبى البسيط : وتوجد ذرة فى كل ركن من الأركان الثمانية للمكعب ، كما فى شكل (٥ – ٤ أ).

ب – التكعيبى متمركز الجسم : وتوجد ذرة فى مركز المكعب بالإضافة إلى الذرات فى الأركان الثمانية، كما فى شكل (٥ – ٤ ب).

جـ – التكعيبى متمركز الوجه : ويوجد بمركز كل وجه من أوجه الخلية ذرة بالإضافة إلى ذرات الأركان كما فى شكل (٥ – ٤ جـ)



شكل (٥-٤)

وتستخدم عادة طريقة حيود الأشعة السينية لتعيين التركيب البلورى للمادة ، وإيجاد ترتيب الذرات فى وحدة الخلية.

ولاتعتمد خواص الأجسام الصلبة كليا على قوى الترابط بين ذراتها، أو على شكل وحدة الخلية وترتيب الذرات فيها، وإنما تعتمد أيضاً على وجود أخطاء محتملة فى ترتيب هذه المجاميع الكبيرة من الذرات ، مما يسمى بأخطاء الشبيكة ويمكن تلخيص هذه الأخطاء فيما يلى :

أ – أخطاء نقطية وأنواعها ثلاثة هي :

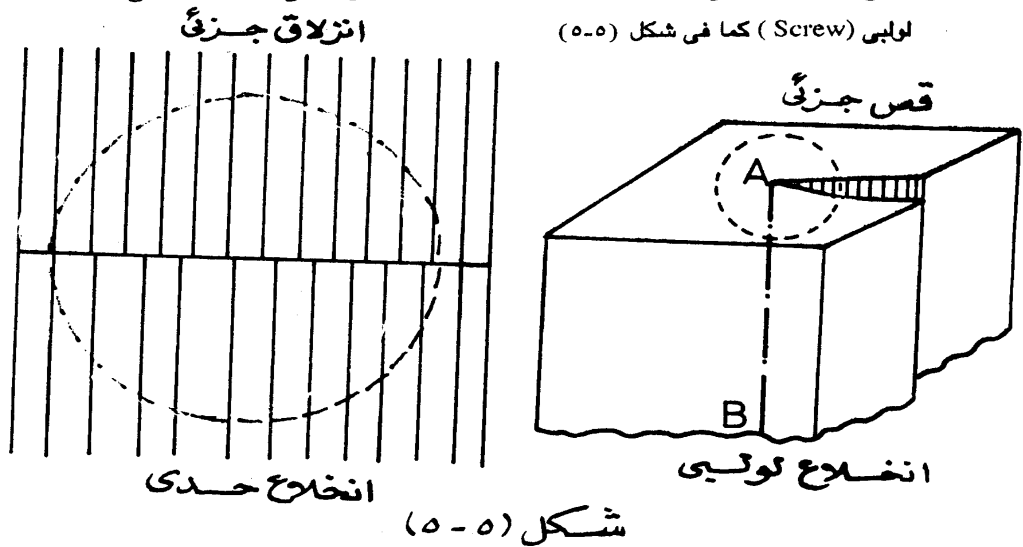
١) الشغرة (Vacancy) : وهى مكان خال لذرة فى أى خلية.

٢) البينية (interstitial) وهو وجود ذرة بين الذرات لا تشغل نقطة شبيكة.

٣) الشائبة (impurity) وهى ذرة غريبة عن باقى الذرات تشغل أحد الأماكن السابقة فى الشبيكة.

ب – أخطاء خطية وتسمى بالانخلاعات (Dislocations) :

وهى أخطاء طولية تنشأ عن إجهاد موثر على الجسم بسبب حدوث انزلاق جزئى، وينتج عن ذلك انخلاع حدّى (Edge) أو حدوث قص جزئى فينتج عن ذلك انخلاع لولبى (Screw) كما فى شكل (٥-٥)



شـكل (٥ - ٥)

جـ ـ أخطاء سطحية وحجمية تعالج على أنها مجاميع من الانخلاعات ، إن وجدت فى بعدين كونت خطأ سطحياً ، وأحياناً تتجمع فى فراغ البلورة لتكون الشقوق الميكرونية أو أى خطأ حجمى آخر.

٦/٥- مرونة الأجسام الصلبة (Elasticity of solids) :

إذا أثرنا بقوة على جسم صلب ونتج عنها تغير فى أبعاده أو فى شكله ، تحركت أجزاؤه بالنسبة لبعضها البعض. فإذا أزيلت القوة المؤثرة واستعاد الجسم تماماً شكله وحجمه الأصلى يقال : إن الجسم تام المرونة ، أما إذا لم يستعد الجسم أبعاده وشكله كان

الجسم بلاستيكيا. ولجميع الأجسام الحقيقية جانب بلاستيكى إذا تعدت القوة المؤثرة الحدود المرنة للجسم وبعدها يحدث تشوه بلاستيكى، ويتكون عن ذلك الكثير من الأخطاء البلورية فى داخله.

القوى المؤثرة على الأجسام نوعان :

أ - قوى ضاغطة أو شادة :

وهى القوى التى تحدث تغيراً فى أبعاد الجسم.

ب - قوى قاصة :

وهى القوى التى تغير من شكل الجسم وتحدث إجهاد قص فيه.

تعريف :

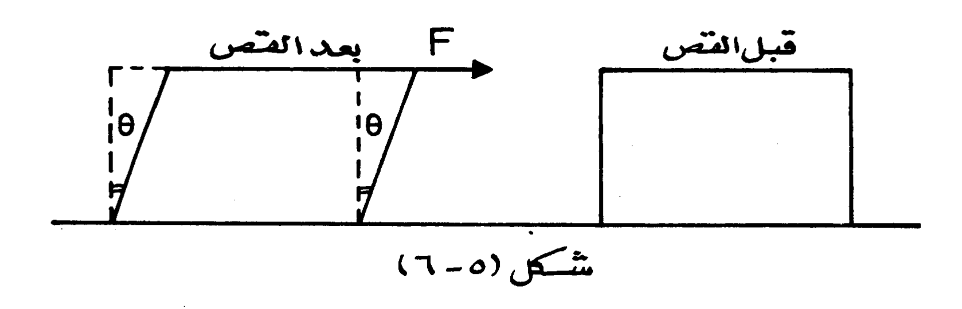
الإجهاد هو القوة المؤثرة على وحدة المساحات من الجسم ووحداته نيوتن / متر٢ .

والإجهاد ثلاثة انواع :

١ - إجهاد طولى وفيه تعمل القوة على إبعاد جزيئات الجسم ، كما يحدث عند استطالة خيط مرن.

٢ - إجهاد ضاغط وفيه تعمل القوة على تقريب الجزيئات من بعضها ، كما يحدث عند انكماش قضيب تحت قوتين ضاغطتين.

٣ - إجهاد قص وتعمل فيه القوة مماسيا على الجسم ، كما هو الحال عند التأثير بقوة مماسية على سطح مكعب مثبتة قاعدته ، فيتغير شكله كما مبين بشكل (٥ - ٦).



شكل (٥ - ٦)

الانفعال هو التغير النسبى الحادث بفعل الإجهاد وينقسم إلى ثلاثة أنواع :

١ - انفعال طولى ويساوى التغير فى الطول $d\ell$ مقسوماً على الطول الأصلى ℓ

أى أن : $e = \frac{d\ell}{\ell}$

٢ - انفعال حجمى وهو التغير النسبى فى الحجم $\frac{dV}{V}$

٣ - انفعال قاص ويقاس بالزاوية θ، التى يدورها خط مستقيم على سطح الجسم نتيجة لتأثير القوة.

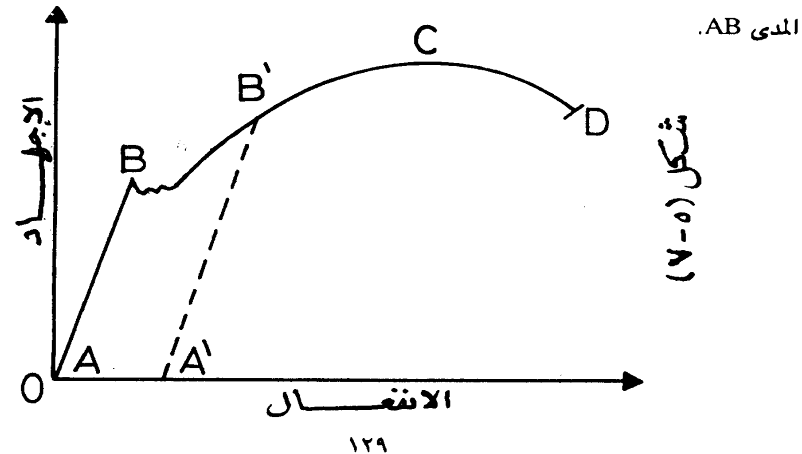
٧/٥- قانون هوك (Hooke's law) :

وضع هوك خلاصة تجاربه على شكل قانون يعرف باسمه ينص على :

« تتناسب مركبات الإجهاد طردياً مع مركبات الانفعال المناظرة داخل الحد المرن للجسم ».

ويعرف ثابت التناسب بمعامل المرونة.

والحد المرن هو النقطة التى يبطل بعدها قانون هوك . ويوضح شكل (٥ - ٧) منحنى المرونة الذى يبين العلاقة بين الإجهاد والانفعال الطولى فى تجربة يستخدم فيها سلك معدنى مثبت من أحد طرفيه ومشدود من طرفه الآخر. يلاحظ أن الانفعالى الطولى (الاستطالة النسبية) تتناسب طردياً مع الإجهاد ، أى مع الشد الواقع على السلك وذلك فى المدى AB.



شكل (٥-٧)

يطلق على النقطة B الحد المرن للجسم وأحياناً بنقطة الإذعان. وإذا تعدى الجسم حده المرن بأن وصل إلى نقطة مثل $B^\prime$ فإنه عند إزالة القوة المؤثرة يتراجع الانفعال فى اتجاه $B^\prime$ $A^\prime$ ويبقى قدر دائم منه يساى $AA^\prime$

وإذا زيد الإجهاد حتى النقطة C نكون قد وصلنا إلى أكبر إجهاد يمكن للجسم أن يتحمله وبعدها ينكسر . ولذلك يطلق على قيمة الإجهاد عند النقطة C بإجهاد الكسر.

ويطلق على المواد التى لها إجهاد كسر أعلى من إجهاد الإذعان (وهى قيمة الإجهاد عند النقطة B) بالمواد اللينة بينما يطلق على المواد التى يقترب فيها إجهاد الكسر من إجهاد الإذعان بالمواد الهشة إذ أنها تنكسر قبل أن يحدث فيها أى انفعال يذكر.

٥/٨- معاملات المرونة (Elastic moduli) :

يمكن التعبير عن قانون هوك رياضيا بالمعادلة :

$$\frac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال}} = \text{مقدار ثابت} \qquad (5\text{-}2)$$

ويتوقف المقدار الثابت على طبيعة المادة ويميزها من ناحية مرونتها ، ولذلك يطلق عليه معامل المرونة . ولما كان هناك ثلاثة أنواع من الانفعال لذلك يوجد أيضاً ثلاثة أنواع من معاملات المرونة هى :

معامل يونج للمرونة الطولية E

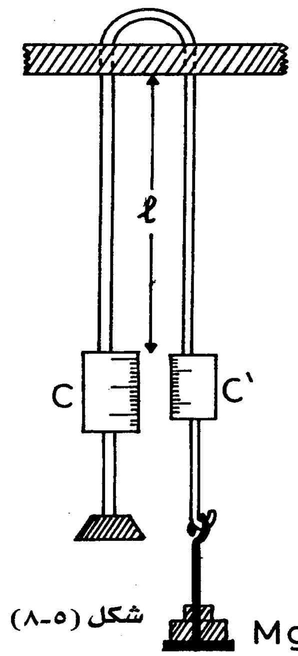
معامل المرونة الحجمية K

معامل القص G

معامل يونج للمرونة الطولية (Young's modulus) :

إذا أثرت قوتان متساويتان مقدارا ومتضادتان اتجاهاً ، على سلك طوله ℓ ومساحة مقطعه S ونتج عن ذلك استطالة بمقدار $\Delta\ell$ ، يكون معامل يونج E هو :

$$E = \frac{F / S}{\Delta \ell / \ell} = \frac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال}} \qquad (5-3)$$



شكل (٥-٨)

ولإيجاد معامل يونج عملياً نستخدم الجهاز المبين بشكل (٥ – ٨) وهو عبارة عن سلك طوله ℓ ونصف قطره r ، يعلق فى طرفه الحر أثقال مختلفة وتقاس الاستطالة الناتجة فى كل مرة ، ويستخدم لذلك مقياس مدرج C وورنية 'C تنزلق على المقياس C عند استطالة السلك. توجد متوسط الاستطالة لثقل الكيلوجرام وتستخدم المعادلة (5-3) لإجياد معامل المرونة E

$$E = \frac{F / S}{\Delta \ell / \ell}$$

$$E = (M g / \pi r^2) / (\Delta \ell / \ell)$$

حيث M هى الكتلة المعلقة فى السلك والتى تحدث استطالة $\Delta\ell$ ، وتكون وحدات معامل يونج هى نفس وحدات الإجهاد ، أى نيوتن / متر٢ إذ أن الانفعال لا وحدات له حيث إنه تغير نسبى.

مثال (٥ – ٢) :

قضيب من الصلب طوله 5 سنتيمترات ومساحة مقطعه 0.1 سم٢ ، أثرت قوة ضاغطة على طرفيه فنقص طوله بنسبة 3% من الطول الأصلى.

أوجد القوة المؤثرة على كل من طرفيه. (معامل يونج لمادة القضيب $E = 2 \times 10^3$ نيوتن / متر٢). ؟

الحـــل :

الإجهاد الضغط :

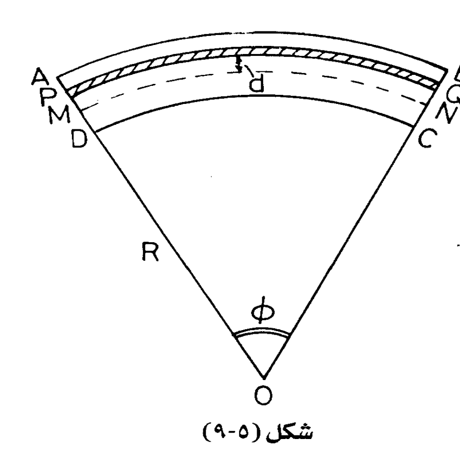
$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

القوة المؤثرة على كل طرف هى :

$$F = E\frac{\Delta \ell}{\ell} S = 2\times 10^{3} \times 0.03 \times 0.1 \times 10^{-4}$$

$$= 0.2 \text{ newton}$$

معامل يونج بطريقة انحناء القضبان (Bending of rods) :



شكل (٥-٩)

اعتبر قضيب ABCD واقع تحت تأثير ازدواج ، ينتج عنه انحناء القضيب على شكل قوس دائرة كما فى شكل (٥ - ٩) . إذا فرضنا أن القضيب مكون من شرائح رقيقة ملتصقة ببعض، تكون الشرائح الداخلية القريبة من مركز الانحناء واقعة تحت تأثير تضاغط بسبب انكماشها ، بينما يحدث العكس لتلك الشرائح البعيدة فهى تستطيل. يوجد فى وسط القضيب شريحه لم يتغير طولها وتسمى بالشريحة المتعادلة وتوجد عند خط يسمى محور التعادل MN.

نفرض أن نصف قطر انحناء خط التعادل هو R وأن الزاوية التى تقابله عند مركز الانحناء هى ϕ

اعتبر شريحة PQ التى تبعد مسافة d عن خط التعادل.

من هندسة الشكل ϕ $RQ = (R + d)$

ويكون مقدار الاستطالة فى الشريحة PQ بسبب الانحناء هو :

$$(R + d) . \phi - R\phi = d. \phi$$

الانفعال الحادث فى الشريحة = $\frac{\text{الاستطالة}}{\text{الطول الأصلى}}$

$$= \frac{d\ \phi}{R\ \phi} = \frac{d}{R}$$

وإذا كانت مساحة مقطع الشريحة a ومعامل يونج لمادة القضيب E، تكون القوة F المسببة لهذه الاستطالة وفقاً لقانون هوك هى :

$$F = E \frac{d}{R} a \qquad (5\text{-}4)$$

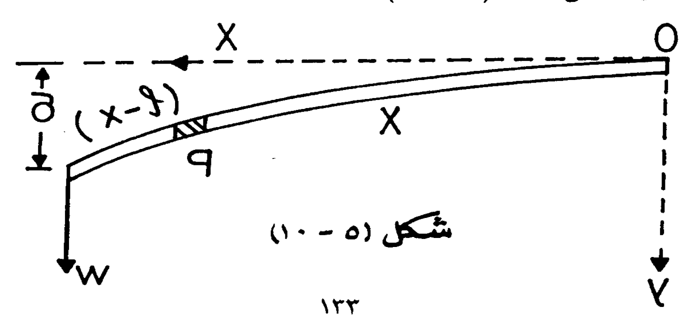
عزم هذه القوة حول خط التعادل = $F \frac{d}{R}\ a\ d$

وبتجميع عزوم مثل هذه القوة المؤثرة على جميع شرائح القضيب نحصل على العزم الكلى للانحناء M حيث

$$M = \frac{E}{R} \Sigma\ a\ d^2 = \frac{E}{R} I \qquad (5\text{-}5)$$

ويسمى المقدار $I = \Sigma\ ad^2$ بعزم القصور الذاتى الهندسى لمقطع القضيب حول محور عمودى على مستوى الانحناء، ويلاحظ أنه يحمل نفس طابع عزم القصور الذاتى لجسم مع فارق واحد، وهو أننا نتعامل هنا مع مساحة a مضروبة فى مربع بعدها عن المحور، بينما فى حالة القصور الذاتى لجسم فإننا نتعامل مع كتلة m مضروبة فى مربع بعدها عن المحور.

لتعيين عزم الانحناء لقضيب خفيف ومنتظم مثبت من أحد طرفيه ومحمل بثقل W على الطرف الآخر كما فى الشكل (٥ - ١٠) ،



شكل (٥ - ١٠)

نفرض أن كتلة القضيب صغيرة بالنسبة للكتلة المعلقة عند طرفه، ونعتبر الطرف المثبت للقضيب مركزاً للإحداثيات ، والاتجاه الأفقى ox اتجاهاً موجباً للقياس والعمودى عليه oy.

إذا كان نصف قطر الانحناء R كبيراً يكون الانحناء صغيراً، ويمكن عندئذ إثبات أن الانحناء.

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2 y}{dX^2} \tag{5-6}$$

اعتبر مقطع القضيب عند نقطة مثل P تبعد عن المركز O مسافة x - يكون بعد النقطة P عن موضع الثقل المعلق هو $(\ell - x)$ حيث ℓ هو طول القضيب . ويكون عزم القوة المؤثرة على مقطع القضيب عند هذه النقطة هو :

$M = W(\ell - x)$ ولما كان هذا الجزء من القضيب فى حالة اتزان ، فإنه يكون واقعاً تحت تأثير ازدواج معاكس عزمه هو عزم الانحناء. أى أن :

$$M = \frac{E}{R} I = W(\ell - x) \tag{5-7}$$

وباستخدام المعادلة (6 - 5) نحصل على :

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{W}{IE}(\ell - x)$$

وبإجراء التكامل فإن :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{W}{IE}\left(\ell x - \frac{x^2}{2}\right) + \text{constant}$$

وبمعرفة أنه :

عند x = o يكون $\frac{dy}{dx} = o$ فإن ثابت التكامل يتلاشى وبإجراء التكامل مرة ثانية نحصل على :

$$[y]_o^\delta = \frac{W}{IE}\left[\ell \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right]_o^\ell + \text{constant}$$

والثابت هنا أيضاً يساوى صفراً لأنه عندما x = o يكون y = o.

وبذلك يكون مقدار الانخفاض δ فى نهاية القضيب هو :

$$\delta = \frac{W}{IE} \left(\frac{\ell^3}{2} - \frac{\ell^3}{6} \right) = \frac{W \ell^3}{3IE} \qquad (5\text{-}8)$$

وإذا كان القضيب مستطيل المقطع عرضه α وعمقه β فإن عزم القصور الذاتى الهندسى لمقطعه حول محور التعادل يكون : $I = \frac{1}{12} \alpha \beta^2$

ويكون بذلك الانخفاض :

$$\delta = \frac{4 W \ell^3}{E \alpha \beta^3} \qquad (5\text{-}9)$$

ولتعيين معامل يونج عملياً يقاس الانخفاض δ فى طرف القضيب الناتج عن تعليق ثقل m جرام، يكون الوزن إلى أسفل $w = m \ g$

حيث g هى عجلة الجاذبية الأرضية ويكون بذلك معامل يونج

$$E = \frac{4 mg \ell^3}{\delta \alpha \beta^3} \qquad (5\text{-}10)$$

ويلاحظ أنه فى حالة استخدام قضيب طوله ℓ مرفوع على حافتين ، ثم بوضع أثقال عند منتصفه وقياس الانخفاض الحادث، وجب تعديل المعادلة **(5-10)** وذلك باعتبار أن نصف الثقل المعلق يؤثر على نصف القضيب أىأنه يجب استبدال قيمة الثقل بالمقدار $\frac{W}{2}$

والطول بالمقدار $\frac{\ell}{2}$

وبالتعويض فى المعادلة **(5-10)** نحصل على :

$$E = \frac{mg \ell^3}{4 \delta \alpha \beta^3} \qquad (5\text{-}11)$$

معامل المرونة الحجمي (Bulk modulus) :

يتغير حجم الأجسام بتغير الضغوط الواقعة عليها . ففى حالة السوائل والغازات يكون التغير فى الحجم محسوساً عنه فى الأجسام الصلبة.

نفرض أن الحجم الابتدائى للجسم V ، وأن التغير فى الحجم الناشئ عن زيادة فى الضغط بمقدار ΔP هو ΔV

الانفعال الحجمى يساوى ($\Delta V / V$)

$$\text{ويكون معامل المرونة الحجمى } K = \frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}}$$

$$K = -V\left(\frac{\Delta P}{\Delta V}\right) \qquad \textbf{(5-12)}$$

والإشارة السالبة تدل على أن الزيادة فى الضغط تحدث نقصاً فى الحجم

معامل المرونة الحجمي لغاز :

عند تعيين معامل المرونة الحجمى لغاز ، يجب التحديد إذا ماكان التغير فى حجم الغاز نتيجة لتغير الضغط ، يتم مع ثبوت درجة الحرارة أو أن تغيير الحجم مصحوباً بتغير الدرجة مع ثبوت كمية الحرارة. ويترتب على ذلك وجود معاملين للمرونة الحجمية للغاز أحدهما مع ثبوت الدرجة والآخر مع ثبوت كمية الحرارة ويعرف الأخير بالمعامل الأديباتى.

عند ثبوت درجة الحرارة يتغير حجم أى غاز مع ضغطه وفقا لقانون بويل

$$PV = \text{constant}$$

بمفضالة المعادلة بالنسبة للحجم نحصل على :

$$P + V\frac{dP}{dV} = 0$$

$$P = -V\frac{dP}{dV} = K_T$$

أى أن معامل المرونة الحجمى لغاز عند ثبوت درجة حرارته يساوى ضغط الغاز.

أما إذا تغيرت درجة الحرارة أثناء الضغط فإن علاقة الحجم بالضغط تتبع المعادلة

$$PV^{\gamma} = \text{constant} \qquad \textbf{(5-13)}$$

حيث $\gamma = C_P / C_V$ هى النسبة بين الحرارة النوعية للغاز تحت ضغط ثابت إلى تلك تحت حجم ثابت.

ويمفاضلة المعادلة (5-13) بالنسبة للحجم نحصل على :

$$P \gamma V^{\gamma-1} + V^{\gamma} \frac{dP}{dV} = 0$$

أى أن :

$$\gamma P = -V \frac{dP}{dV} = K_{\phi} \qquad (5\text{-}14)$$

أى أن معامل المرونة الحجمى الأديباتى يساوى γP

ويعرف مقلوب معامل المرونة الحجمى بمعامل الانضغاط.

معامل الصلابة أو القص لسلك (Shear modulus) :

يستخدم هذا المعامل حينما يحدث الإجهاد المؤثر على جسم ما تغييرا فى شكله فقط دون أبعاده، فإذا فرضنا مثلاً مكعباً من المطاط مثبت من قاعدته ، وأثرنا على سطحه العلوى بقوة مماسية تسبب انبعاج شكله كما مبين بالشكل (٥ / ١١) ، يكون :

شكل (٥-١١)

الانفعال القاص يساوى θ بالتقدير الدائرى.

$$\text{معامل الصلابة} = G = \frac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال}}$$

$$G = \frac{F/S}{\theta} \qquad (5\text{-}15)$$

حيث F القوة المماسية المؤثرة على سطح مساحته S.

تعيين معامل الصلابة لسلك :

اعتبر أسطوانة مثبتة من طرفها العلوى ويؤثر على طرفها السفلى ازدواج مماسى، يحدث انفعال قص فى الأسطوانة .

اعتبر شريحة أسطوانية ABCD كما فى الشكل (٥ – ١٢) نصف قطرها x وسمكها

dx وتؤثر عليها قوة F(x)

$$\text{الإجهاد} = \frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}} = \frac{F(x)}{2\pi x\ dx}$$

نفرض أن الخط AB على سطح الشريحة قد دار بزاوية θ بعد الانفعال وأخذ الوضع AB\ . ونفرض أن القوس BB\ يعمل زاوية φ عند مركز المقطع الأسطواني السفلي. فإذا كان طول الأسطوانة ℓ فإن طول القوس

$$x\phi = \ell\theta = BB'$$

ومن تعريف معامل الصلابة N بأنه الإجهاد مقسوماً على الانفعال أي أن :

$$G = \frac{F(x)}{2\pi x\ dx\ \theta}$$

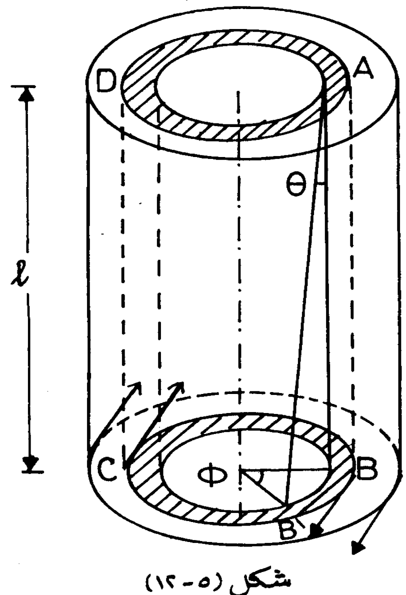
تكون القوة F (x) المؤثرة على الشريحة ABCD هي :

$$F(x) = 2\pi x\ dx\, G\ \frac{x\phi}{\ell}$$

عزم هذه القوة حول محور الأسطوانة هو :

$$M(x) = F(x)\ \ x$$

$$= \frac{2\pi G\ \phi}{\ell}\ x^3\ dx$$



شكل (٥-١٢)

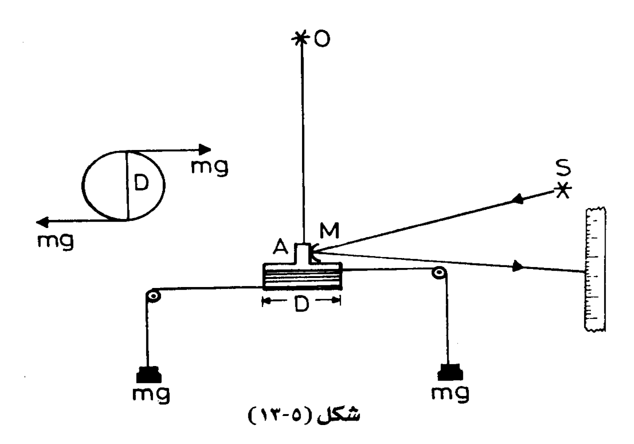
العزم الكلى للقوة المؤثرة على نهاية الأسطوانة يساوى مجموع العزوم على جميع الشرائح الأسطوانية المكونة لها :

$$\therefore\ M = \Sigma\ M(x) = \int_0^R \frac{2\pi G}{\ell}\ x^3\ dx$$

$$M = \frac{\pi G \phi R^4}{2\ell} \qquad (5\text{-}16)$$

حيث R نصف قطر الأسطوانة .

وتستخدم هذه المعادلة لإيجاد معامل الصلابة لسلك بقياس عزم الازدواج المحدث للقص. وذلك بالجهاز المبين بالشكل (٥ – ١٣).



شكل (٥-١٣)

يثبت السلك المراد تعيين معامل صلابته من أحد طرفيه عند O ، مع تثبيت طرفه الآخر A فى أسطوانة قطرها D ملفوف عليها خيط ، يتصل طرفاه بكفتى ميزان يوضع بهما الأثقال . ويمرر كل خيط قبل اتصاله بالكفة على بكرة.

عند وضع كتلة m فى كل من الكفتين يحدث لى فى السلك ، ويمكن قياس زاوية الدوران θ بواسطة شعاع ضوء ساقط من مصدر S على مرآة M مثبتة على أسطوانة . ينعكس الشعاع ليسقط على مقياس مدرج . تبين حركة الشعاع على المقياس قيمة زاوية الدوران.

عزم الازدواج المحدث للقص = m g D

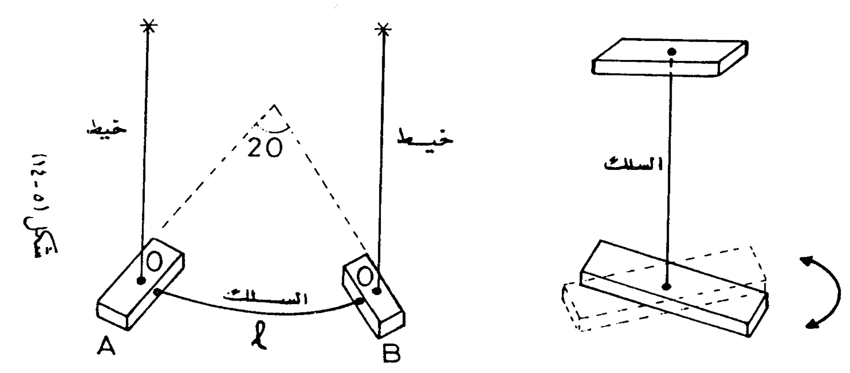
فإذا كان نصف قطر السلك R طوله ℓ فمن المعادلة (5-16) يكون :

$$mgD = \frac{\pi G \phi R^4}{2\ell} \tag{5-17}$$

ومنها نحصل على معامل الصلابة G.

الطريقة التذبذبية لتعيين معاملا المرونة والصلابة لسلك :

نحضر قضيبين مربعى المقطع من النحاس ونثبت من منتصفيهما السلك تحت الاختبار كما فى الشكل (٥ – ١٤) . ونعلق المجموعة بواسطة خيطين متوازيين من الحرير.



عند تقريب طرفى القضيبين بعضهما لبعض قليلاً ثم تركهما ، تحدث حركة تذبذبية فى مستوى أفقى ويكون مركزا القضيبين عند 0,0 فى حالة سكون تقريباً. أي أن حركة السلك تكون تحت تأثير ازدواج عزمه.

$$\frac{E}{R}\ \Sigma\ a\ d^2$$

إذا كان طول السلك ℓ وإذا كان كل قضيب قد دار زاوية θ ، يكون نصف قطر انحناء السلك $R = \ell / 2\theta$. وإذا كان I هو عزم القصور الذاتى لكل قضيب حول محور رأسى يمر بمركزه تكون معادلة الحركة :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{E}{R}\ \Sigma\ a\ d^2$$

$$= -\frac{2E}{\ell}\ \Sigma\ a\ d^2\ \theta$$

وهذه معادلة حركة توافقية بسيطة على شكل :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega_1^2\ \theta$$

حيث

$$\omega_1^2 = \frac{2E\ \Sigma\ a\ d^2}{I\ \ell} = \frac{4\pi^2}{T_1^2}$$

حيث T_1 زمن الذبذبة

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I\ \ell}{2E\Sigma a\ \ d^2}}$$

وبما أن السلك دائرى المقطع يكون عزم القصور الذاتى الهندسى له $= \frac{\pi R^4}{4}$ $\Sigma\ a\ d^2$

تصبح بذلك زمن الذبذبة

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{2\ I\ \ell}{E\pi\ R^4}}$$

بمعرفة زمن الذبذبة يمكن حساب معامل يونج للمرونة من المعادلة

$$E = \frac{8\pi I \ell}{T_1^2\ R^4} \quad (5\text{-}18)$$

ولإيجاد معامل الصلابة G لنفس هذا السلك ، نزيل خيطى التعليق ونثبت أحد القضيبين أفقياً، ويترك الآخر معلقاً بواسطة السلك تحت الاختبار (شكل ٥ – ١٤) . عند التأثير بازدواج على الأسطوانة المعلقة ثم تركها تتحرك حركة توافقية بسيطة معادلتها .

$$M = I\ \frac{d^2\ \phi}{dt^2} = -\ \frac{\pi\ G\ R^4}{2\ell}\ \ \phi = -\ \omega_2^2\ \phi$$

وتكون السرعة الزاوية للحركة هى :

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{G\ \pi\ R^4}{2\ \ell\ I}}$$

ويكون الزمن الدورى لها

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{2 \ell I}{\pi G R^4}}$$

ومن المعادلة نحصل على معامل الصلابة

$$G = \frac{8 \pi \ell I}{T_2^2 R^4} \qquad (5-19)$$

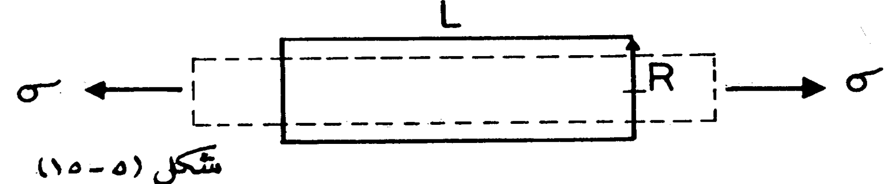
وذلك بقياس زمن الذبذبة T_2 وحساب عزم القصور الذاتى I للقضيب حول محور الدوران.

ويمكن بطريقة التذبذب المعروفة بطريقة سيرل إيجاد النسبة بين معامل المرونة ومعامل الصلابة، دون الحاجة لحساب عزم القصور الذاتى I أو لمعرفة قطر وطول السلك . وذلك بقسمة المعادلتين (5-18) ، (5-19) لنحصل مباشرة على :

$$\frac{E}{G} = \frac{T_2^2}{T_1^2} \qquad (5-20)$$

نسبة بواسون γ (Poisson's ratio):

يصاحب الانفعال الطولى لأى جسم تغييراً فى بعده المستعرض . فمثلاً عندما يستطيل سلك ينقص طول قطره (شكل ٥ – ١٥).



شكل (٥ - ١٥)

وتعرف نسبة بواسون ، وهى أحد معاملات المرونة، بأنها النسبة بين الانفعال المستعرض إلى الانفعال الطولى. أى أن :

$$\gamma = - \frac{\Delta R}{R} / \frac{\Delta \ell}{\ell} \qquad (5-21)$$

حيث ΔR , $\Delta \ell$ التغيران الحادثان فى نصف القطر وفى الطول على الترتيب .

والإشارة السالبة تدل على أن استطالة السلك يصاحبها انكماش القطر، والعكس عند إحداث ضغط السلك لينقص طوله فيزداد عندئذ نصف قطر السلك. ونسبة بواسون لا أبعاد لها إذ أنها نسبة عددية.

وبما أن حجم السلك يظل ثابتاً قبل وبعد الانفعال.

$$\therefore \quad V = \pi R^2 \ell$$

وبمفاضلة المعادلة تحصل على :

$$\pi R^2 d\ell + 2\pi R \ell dR = 0$$

$$\therefore \quad \frac{d\ell}{\ell} = -2 \frac{dR}{R}$$

وتكون بذلك نسبة بواسون :

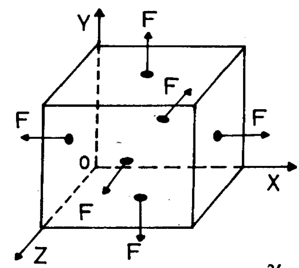
$$\gamma = - \frac{dR}{R} / \frac{d\ell}{\ell} = \frac{1}{2}$$

وقد وجد عملياً أن متوسط نسبة بواسون للفلزات حوالى 0.3 .

العلاقة بين معاملات المرونة

(Relation between elastic moduli)

أولاً : اعتبر مكعباً من المادة طول ضلعه الوحدة واعتبر ثلاثة من أحرفه تكون محاور إحداثيات x,y,z



شكل (٥-١٦)

نفرض أننا أثرنا قوة F عمودياً على كل زوجين متقابلين من الأوجه المتعامدة كما فى الشكل (٥ – ١٦).

الاستطالة فى اتجاه القوة = الانفعال الطولى

$\frac{F}{E}$ حيث E معامل يونج للمرونة.

الانكماش العمودى المصاحب لهذه الاستطالة = $\gamma \cdot \frac{F}{E}$

$\therefore$ طول أى ضلع من أضلاع المكعب = $\left(1 + \frac{F}{E} - 2\gamma \frac{F}{E}\right)$

التغير فى حجم المكعب هو :

$$1 - \left(1 + \frac{F}{E} - 2\gamma \frac{F}{E}\right)^3$$

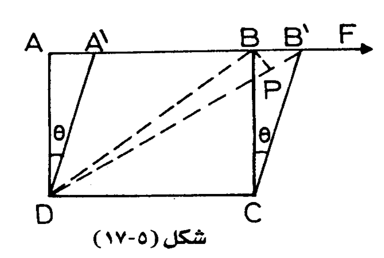
وباعتبار الانفعال $\frac{F}{E}$ كمية صغيرة يمكن إهمال الحدود العليا فى المفكوك ، ويصير التغير فى حجم المكعب هو الانفعال الحجمى ويساوى :

$$3F\left(\frac{1}{E} - \frac{2\gamma}{E}\right)$$

ويكون معامل المرونة الحجمى K هو

$$K = \frac{F}{F\left(\frac{1}{E} - \frac{2\gamma}{E}\right)}$$

$$\therefore \quad K = \frac{E}{3(1-2\gamma)} \tag{5-22}$$



شكل (٥-١٧)

ثانياً : العلاقة بين القص والاستطالة :

لإثبات أن القص والاستطالة مقترنة بانكماش فى اتجاه عمودى عليه، نعتبر أحد أوجه المكعب ليكن ABCD قبل التأثير عليه بالقوة القاصة ، ويصبح A\ B\ C D بعد التأثير عليه بالقص ، شكل (٥-١٧)، وحدوث انفعال قاص بزاوية θ.

يصاحب هذا الانفعال استطالة فى القطر B\ D مع انضغاط فى القطر A\ C

الاستطالة فى القطر = $\frac{B^{\backslash} P}{BD} = \frac{BB^{\backslash}}{\sqrt{2}} \quad \frac{1}{\sqrt{2}\, BC}$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}\theta = \frac{1}{2}\,\frac{BB^{\backslash}}{BC} = \tag{5-23}$$

أى أن الاستطالة فى القطر $\frac{1}{2}$ انفعال القص . وكذلك يمكن إثبات أن الانضغاط النسبى فى القطر $A^{\backslash}C$ يساوى $\frac{1}{2}$ انفعال القص، وهذا يعنى أن انفعال القص θ يكافئ تماما استطالة نسبية θ $\frac{1}{2}$ مصحوبة بانضغاط نسبى عمودى عليها يساوى θ $\frac{1}{2}$

نفرض الآن أن المكعب تؤثر عليه قوى شادة على وجهين متقابلين ، وقوى ضاغطة على وجهين آخرين عمودين على الأولين.

الاستطالة تساوى $\frac{F}{E} + \gamma\frac{F}{E}$

الانكماش يساوى $\frac{F}{E} + \gamma\frac{F}{E}$ وهما متساويان ومتعامدان أى أنهما يساويان قصا قدره زاوية θ

معامل الصلابة $G = F / \theta$

لكن من المعادلة (5-23)

$$\theta = 2\left(\frac{F}{E} + \gamma\frac{F}{E}\right)$$

ويكون بذلك معامل الصلابة

$$G = \frac{F}{2(1+\gamma)} \tag{5-24}$$

وبحذف نسبة بواسون من المعادلتين (5-22) ، (5-24) ، نحصل على العلاقة بين معاملات المرونة وهى :

$$E = \frac{9\,G\,K}{3\,K + G} = \frac{9\,G}{3 + (G/L)} \tag{5-25}$$

حيث معامل الانضغاط يساوى مقلوب معامل المرونة الحجمى ، أى أن معامل الانضغاط
$= 1 / K$

الطاقة المختزنة في سلك عليه إجهاد :

إذا أثرنا بقوة F على سلك طوله ℓ ونتج عن ذلك استطالة $\Delta \ell$ ، تتناسب الاستطالة مع القوة وفقاً لقانون هوك . وتتزايد القوة من قيمة صفرية إلى قيمتها النهائية F فتحدث الانفعال $\frac{\Delta \ell}{\ell}$ كما في الشكل (٥ – ١٨).

الشغل المبذول أثناء حدوث الانفعال = القوة × المسافة

= القوة المتوسطة × الاستطالة = $\frac{1}{2} F . \Delta \ell$

وتختزن هذه الطاقة داخل السلك المشدود.

من قانون هوك : $F / S = E \frac{\Delta \ell}{\ell}$

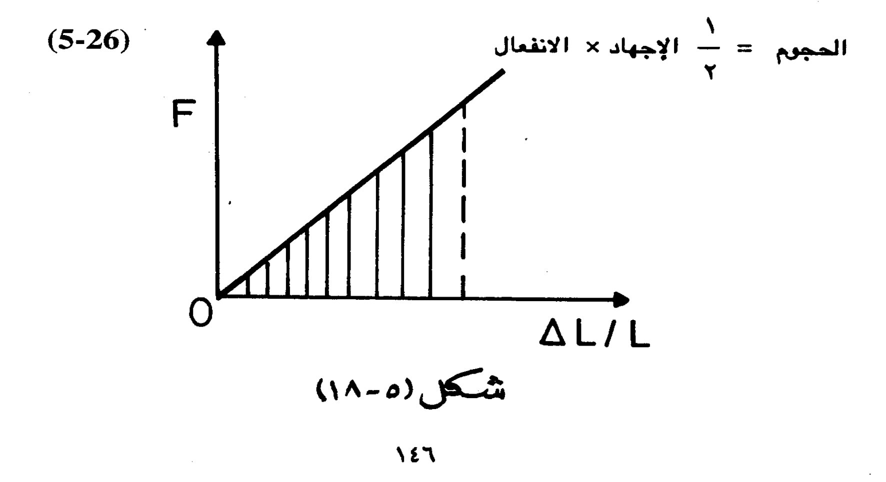
حيث S هى المساحة التى تؤثر على القوة F

تكون بذلك الطاقة المختزنة فى حجم السلك $S \ell$ هى :

$$\frac{1}{2} \frac{F}{S} . S \ell \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

لكن الإجهاد يساوى (F / S) ، وبالقسمة على $S \ell$ تكون الطاقة المختزنة لوحدة

الحجوم = $\frac{١}{٢}$ الإجهاد × الانفعال (5-26)



شكل (٥-١٨)

تمارين على الفصل الخامس

١ – سلكان أحدهما من النحاس والآخر من الحديد ، طول كل منهما 5 أمتار ثبت طرفاهما معا فى نقطة وعلق فى الطرف المشترك الآخر كتلة 20 كيلو جراماً. إذا كانت مساحة مقطع كل منهما 0.01 سم٢.

أوجد مقدار الاستطالة . $(E$ (للنحاس) $= 10^{11}\ N / m^2$

$(E$ (للحديد) $= 2 \times 10^{11}\ N / m^2$

الحـــل :

يستطيل كل من السلكين بمقدار واحد ليكن $d\ell$

بالنسبة للنحاس تكون القوة المؤثرة عليه هى : $F = E\ A\ \frac{d\ell}{\ell}$

و بالنسبة للحديد تكون القوة المؤثرة عليه هى $F_1 = E_1\ A\ \frac{d\ell}{\ell}$

أى أن :

$$F_1 / F = E_1 / E$$

$$\therefore\ F_1 = 2\ F$$

القوة الكلية المؤثرة على السلكين هى ثقل 20 كيلو جرام وتساوى مجموع $F_2\ ,\ F_1$

$$\therefore\quad mg = 20 \times 9.8 = F_1 + F = 3\ F$$

$$\therefore\ F = \frac{20 \times 9.8}{3}\ N$$

وبذلك تكون الاستطالة

$$\frac{d\ell}{5} \times \frac{0.01}{10^4} \times 10^{11} = \frac{20 \times 9.8}{3}$$

ومنها $d\ell = 0.00327\ m$

٢ – أنبوبة زجاجية منتظمة بها ماء وتتدلى رأسياً وتتعرض لشد بواسطة ثقل. أوجد نسبة بواسون للزجاج . علما بأن المتر من الأنبوبة يستطيل بمقدار 0.06 سم بينما يزداد طول متر من الماء داخلها بمقدار 0.04 سم.

الحـــل :

حجم الماء داخل الأنبوبة ثابت ويساوى : $V = \pi R^2 \ell$

حيث R نصف قطر الأنبوبة ، ℓ ارتفاع الماء بداخلها.

بمفاضلة المعادلة نحصل على

$$0 = 2 R \ell \, dR + R^2 \, d\ell$$

$$\therefore \frac{dR}{R} = - \frac{1}{2} \frac{d\ell}{\ell}$$

التغير النسبى فى نصف القطر يساوى $0.0002 = \frac{1}{2} \times \frac{0.4}{100}$

التغير النسبى فى طول الأنبوبة يساوى

$$\frac{d\ell}{\ell} = \frac{0.06}{100} = 0.0006$$

$$\text{نسبة بواسون} = \frac{\text{التغير النسبى فى نصف القطر}}{\text{التغير النسبى فى الطول}} = \frac{0.0002}{0.0006} = 1/3$$

٣ – أوجد كثافة الماء فى قاع محيط على عمق 5 كيلومترات، علماً بأن معامل الانضغاط يساوى 5×10^{-11} سم٢ / داين

الحـــل :

$$\text{معامل الانضغاط} = \text{مقلوب معامل المرونة الحجمى} = \frac{\text{التغير النسبى فى الحجم}}{\text{الزيادة فى الضغط}}$$

الزيادة فى الضغط على عمق 5 كيلومترات = $5 \times 1000 \times 100 \times 980$

التغير النسبى فى الحجم = $5 \times 1000 \times 100 \times 980 \times 5 \times 10^{-11}$

$$= 0.0245$$

أى أن كل 1 سم٣ على هذا العمق ينقص حجمه بمقدار 0.0245 . سم٣ عن نظيره عند السطح . أى أن الكثافة عند هذا العمق تساوى :

$$\frac{1}{1 - 0.0245} = 1.025 \ gm / cm^3$$

٤ – ثبت قضيب من الصلب من طرفيه عندما كانت درجة حرارته $200°$ م.
أوجد قيمة الطاقة المخزونة فى وحدة الحجوم ، عندما يبرد القضيب لدرجة الصفر المئوى. (معامل يونج للصلب 1.1×10^{-5} داين / سم٢ ومعامل تمدده الطولى .) ؟

الحـــل :

$$\text{الطاقة المختزنة} = \frac{1}{2} \text{الإجهاد} \times \text{الانفعال}$$

$$\text{الإجهاد} = E \frac{d\ell}{\ell}$$

من قانون التمدد يكون $\frac{d\ell}{\ell}$ مساوياً معامل التمدد × الزيادة فى درجات الحرارة أى أن

الانفعال يساوى $\frac{d\ell}{\ell} = 1.1 \times 10^{-5} \times 200$

والإجهاد يساوى $2 \times 10^{12} \times 1.1 \times 10^{-5} \times 200$

وتكون الطاقة المختزنة تساوى

$$\frac{1}{2} \times 10^{12} \times 1.1 \times 10^{-5} \times 200 \times 1.1 \times 10^{-5} \times 20$$

$$= 484 \times 10^{5} \ \text{ergs}$$

$$= 0.484 \ \text{Joules}$$

٥ – أوجد عزم الازدواج اللازم للى قضيب نصف قطره R وطوله ℓ ومعامل صلابته G بزاوية معينة . ماذا يكون الازدواج فى حالة أسطوانة مجوفة نصف قطريها

R_2 & R_1

احسب الشغل المبذول فى لى سلك طوله 100 سم ونصف قطره 2 مم خلال زاوية نصف قطرية ؟ ($G = 8 \times 10^{11}$ dynes / cm^2)

٦ – أسطوانة من الحديد مزودة بمكبس وتحتوى غازا حجمه 500 سم٣ وضغطه ضغط جوى واحد فإذا زاد الضغط على الغاز بمقدار 2% نقص حجمه بمقدار 10 سم٣ عند ثبوت درجة حرارته . أوجد معامل المرونة الحجمى لهذا الغاز علماً بأنه يتبع قانون بويل ؟

الحــل :

معامل المرونة الحجمى هو :
$$K_T = - V \frac{dP}{dV}$$

الإجهاد هو التغير فى ضغط الغاز عن الضغط الجوى .

$$dp = 1.013 \times 10^6 \times \frac{2}{100}$$
$$= 2.026 \times 10^4 \text{ dynes / cm}^2$$

الانفعال الحجمى
$$\frac{dV}{V} = \frac{10}{500} = 0.02$$

يكون معامل المرونة

$$K_T = \frac{2.026 \times 10^4}{0.02} = 1.013 \times 10^6 \text{ dynes / cm}^2$$

٧ – وضعت كتلة 5 كيلوجراما على أسطوانة طولها 50 سم ونصف قطرها 1 سم ، ومعامل المرونة لمادتها 3.5×10^{11} داين / سم٢. أوجد النقص فى طول الأسطوانة ، كذلك كمية الطاقة المخزونة بداخلها.؟

٨ – سلك من الرصاص طوله 100 سم ونصف قطره 2.5 مم ، ثبت من طرفه العلوى وعلق فيه ثقلا أدى إلى استطالته بمقدار 0.5 مم وأصبح نصف قطره 2.4995 مم. أوجد نسبة بواسون ؟

٩ – ثبتت قاعدة مكعب من النحاس بمقدار طول ضلعه 5 سم . ثم أثرنا على سطحه العلوى

بقوة ماسية مقدارها 1.5×10^8 داين

أوجد إجهاد القص ومقدار الانفعال وكذلك مقدار إزاحة السطح العلوى للمكعب علماً

بأن معامل الصلابة للنحاس 4.24×10^{11} داين / سم٢ ؟

١٠ – علقت كتلة صغيرة فى طرف سلك رأسى من النحاس نصف قطره 1 مم.

احسب الثقل الإضافى الذى يجب تعليقه ليمنع انكماش السلك إذا انخفضت درجة

حرارته من 20°م إلى الصفر المئوى ؟

(معامل التمدد الطولي للنحاس = 0.000018 لكل درجة .

معامل يونج للنحاس 10^{11} نيوتن / متر٢.

١١ – أوجد كثافة الماء عند قاع بحيرة عمقها 250 مترا. علما بأن معامل المرونة الحجمى

2100 ضغط جوى ؟

١٢ – مكعب طول ضلعه 2 سم أثرنا على سطحيه العلوى والسفلى بقوتين مماسيتين

ومتضادتين قيمة كل منهما 800 نيوتن. أوجد الشغل الناتج من انفعال القص. إذا علم

أن معامل الصلابة للمادة 2.7×10^{11} داين / سم٢ ؟

١٣ – أوجد الشغل المبذول فى استطالة سلك طوله 10 سم ومساحة مقطعه 1 مم٢ بمقدار

1مم. ثم أوجد القوة اللازمة لاستطالة السلك 0.5 سم . علماً بأن معامل المرونة الطولى

لمادة السلك 1.3×10^{12} داين / سم٢ ؟

١٤ – أسطوانة جوفاء ارتفاعها 10 سم تنقص بمقدار 0.02 سم تحت تأثير قوة ضاغطة

مقدارها 6.6×10^4 داين ، فاذا كان نصف القطر الداخلى للأسطوانة $\frac{4}{5}$ نصف

القطر الخارجى ، فأوجد قطر الأسطوانة الخارجى . علماً بأن معامل يونج لمادة

الأسطوانة 3.3×10^7 داين / سم٢ ؟

الفصل السادس
الحرارة وقياسها (HEAT)

٦/١- مصادر الطاقة الحرارية (Sources of heat energy) :

تتنوع مصادر الطاقة الحرارية . وقد تكون التفاعلات الكيميائية هى أهم المصادر التقليدية للطاقة . فعندما تتحد مادتان كيميائيا ينتج عن هذا التفاعل امتصاص أو انطلاق للطاقة . فالحرارة الناشئة عن حرق الوقود الكيميائى هى فى الواقع نتيجة لتفاعل كيميائى بين الوقود وأكسيجين الهواء .

وهناك مصدر آخر للطاقة الحرارية ينشأ عن تحويل الأنواع المختلفة من الطاقة إلى حرارة . فعندما تتصادم الأجسام - أو يحتك بعضها ببعض عند الحركة - تتحول جزء من الطاقة الميكانيكية إلى طاقة حرارة . كذلك إذا أمررنا تيارا كهربائيا فى سلك مقاومة ينتج عن ذلك تسخين فى السلك ، مما يدل على تحويل الطاقة الكهربائية إلى حرارة .

وتعتبر الطاقة النووية من الطاقات غير التقليدية، التى تنتج عند تحويلها إلى طاقة حرارية كميات هائلة من الحرارة ، نتيجة إفناء جزء صغير من كتلة المادة المتفاعلة نوويا . وقد حدد إينشتين العلاقة بين كتلة المادة التى تفنى وكمية الطاقة التى تتحرر نتيجة لذلك بقانونه المشهور :

الطقاة المحررة = الكتلة × مربع سرعة الضوء

$$E = m c^2 \quad (6-1)$$

وتعتبر الطاقة الشمسية نوعا من الطاقة النووية ، إذ من المعروف حاليا أن الحرارة المشعة من الشمس هى جزء من طاقة تفاعل نووى بين ذرات الهيدروجين ، لتكون ذرات هليوم مع تحول فرق الكتلة بين كل أربع ذرات هيدروجين وذرة الهليوم الناتجة إلى طاقة وفقا لقانون إينشتين ، مما يؤدى إلى رفع درجة حرارة الشمس وتصبح لذلك مصدرا مشعا للطاقة الحرارية .

٦/٢- درجة الحرارة وقياسها (Temperature) :

تحدد درجة حرارة جسم ما المستوى الحرارى له وتختلف اختلافا بينا عن كمية الحرارة المخزونة به ، والتى يحددها كمية الطاقة الميكانيكية المصاحبة لحركة الجزئيات التى يتكون منها الجسم . فإذا أعطينا كمية معينة من الحرارة إلى كتلتين مختلفتين من نفس المادة ، فإننا نجد أن إحساسنا بسخونة الجسم الصغير أكبر منه للجسم الكبير . هذا الإحساس بالسخونة أو البرودة هو الذى نعبر عنه بدرجة الحرارة .

يصاحب عادة التغير فى درجة حرارة جسم ما تغيرات فى خواصه الفيزيائية من أهمها :

١ – التغير فى أبعاد الجسم (ظاهرة التمدد) .

٢ – التغير فى ضغط الغاز عند حفظ حجمه ثابتا .

٣ – التغير فى المقاومة الكهربية .

٤ – التغير فى القوة الدافعة الكهربية الناتجة عن تلامس فلزين .

٥ – تغير طول الموجة المشعة مع درجة حرارة الجسم الساخن .

ولما كان قياس هذه التغيرات الطبيعية ممكنا بدقة كبيرة ، لذلك تؤخذ هذه التغيرات وسيلة لتحديد المستوى الحرارى للأجسام الساخنة وتسمى أجهزة القياس بالترمومترات .

مقاييس درجة الحرارة نوعان : نسبى ومطلق . المقياس النسبى كالمقياس المئوى أو الفهرنهيتى ، ويعتمدان على الماء كمادة أساسية حيث تؤخذ نقطتا التجمد والغليان له كدرجتين قياسيتين . ويقسم التغير فى أى من الخواص الطبيعية المصاحبة للتغير بين هاتين الدرجتين إلى عدد من الأقسام يسمى كل قسم منها درجة . ففى المقياس المئوى يكون عدد الأقسام 100 قسم ويؤخذ صفر المقياس على أنه نقطة تجمد الماء .

أما فى المقياس الفهرنهيتى فيقسم نفس هذا القدر من التغير إلى 180 قسما ، وتقابل درجة تجمد الماء ونقطة غليانه على هذا المقياس الدرجتين 32 ، 212° فهرنهيت على

الترتيب ، وبذلك تعادل الدرجة الواحدة على المقياس الفهرنهيتى $\frac{5}{9}$ من الدرجة على المقياس

المئوى . وتحدد العلاقة بين الدرجة المئوية $t°C$ والدرجة الفهرنهيتة F بالمعادلة

$$t = \frac{5}{9}(F - 32) \qquad (6 - 2)$$

أما المقياس المطلق فلا يعتمد على أى مادة قياسية ، وإنما نعتبر أن الطاقة الحرارية المخزونة داخل الجسم هى التى تحدد مستواه الحرارى . وتعتبر درجة الصفر على المقياس المطلق بأنها الدرجة التى تتلاشى عندها تماما كمية الطاقة المخزونة داخل الجسم . وقد وضع كلفين هذا المقياس ولذلك يعرف باسمه . ودرجة الصفر المطلق تناظر درجة $-73.16°$ م على المقياس المئوى .

٣/٦- أنواع الترمومترات (Kinds of Thermometers) :

يقتصر استخدام خاصية التمدد فى الأجسام الصلبة لقياس درجة الحرارة فقط ، عندما تكون فروق الدرجات كبيرة وذلك لصغر معاملات تمددها ، وعلى العكس من ذلك نجد أن التمدد فى الغازات كبير جدا ، فهى أفضل من ناحية حساسيتها للتغير فى الدرجة ، ولكن تكمن صعوبة استخدامها فى كبر حجم مستودع الترمومتر الغازى ، مما يجعله عديم الفائدة لقياس الدرجة فى أى حيز صغير . ويستخدم عادة الزئبق كمادة ترمومترية لما يتميز به من صفات ، إذ يغلى فى درجة $356.7°$ م ويتجمد عند درجة $-38.9°$ م ، وذلك يسمح بمدى متسع نسبيا من درجات الحرارة التى يمكن له قياسها ، كما أنه سائل معتم تسهل رؤيته فى الأنابيب الزجاجية ، ومعامل تمدده الحجمى (0.00018 لكل درجة) كبير مما يسهل قياس التغير فى حجمه برفع درجة الحرارة .

ويتركب الترمومتر الزئبقى المعتاد من مستودع زجاجى رقيق الجدران ، مملوء زئبقاً ويتصل بأنبوبة شعرية دقيقة المقطع ومقفلة من طرفها العلوى . عندما ترتفع درجة حرارة الترمومتر يتمدد الزئبق فى المستودع فيرتفع شريط منه فى الأنبوبة الشعرية . ولمعايرة

الترمومتر يوضع المستودع فى جليد مجروش فى درجة الصفر المئوى ثم فى ماء يغلى ، ويحدد ارتفاع شريط الزئبق فى الأنبوبة الشعرية فى كل من الحالتين ، ثم تقسم المسافة بينهما إلى مائة قسم يعادل كل منها درجة مئوية . ويوجد أنواع من الترمومترات الزئبقية كترمومتر بكمان الشديد الحساسية إذ يستطيع قياس التغير فى درجة الحرارة بمقدار يصل إلى 0.01 من الدرجة وهناك أيضا الترمومتر الطبى المستخدم لتسجيل درجة حرارة الإنسان .

٦ / ٤ – ترمومتر المقاومة البلاتيني

: (Platinum resistance thermometer)

تتغير مقاومة الموصل المعدنى مع درجة حرارته وفقا للمعادلة :

$$R_t = R_O (1 + \alpha t) \qquad (6 - 3)$$

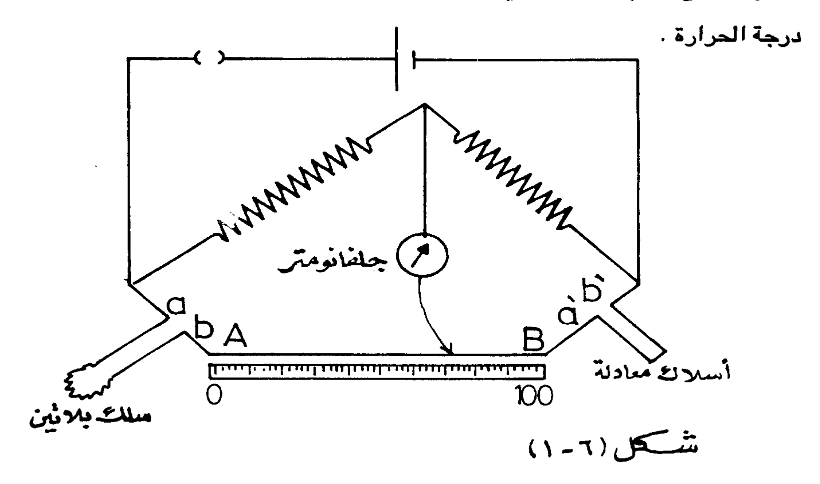
حيث R_t ، R_O هما مقاومتا الموصل عند الدرجتين o, t على الترتيب .

α هو معامل زيادة المقاومة مع درجة الحرارة . وتستخدم هذه الظاهرة فى ترمومتر المقاومة البلاتينى لقياس درجات الحرارة .

يتركب الترمومتر من سلك من البلاتين يلتف حول شريحة رقيقة من الميكا العازلة، وتتصل نهايتا السلك بجهاز حساس لقياس المقاومة يتركب عادة من قنطرة هويتستون (شكل ٦ –١) . يوضع السلك البلاتينى كأحد أذرعها ، ثم يوجد وضع الاتزان وعدم الانحراف فى الجلفانومتر ، ومنه يمكن حساب قيمة مقاومة السلك بدلالة مقاومة باقى أذرع القنطرة .

لمعادلة التغير فى مقاومة أسلاك التوصيل ab للترمومتر البلاتينى – نتيجة لوجودها داخل الوسط الساخن – يوضع فى ذراع القنطرة المقابل للترمومتر أسلاك معادلة a'b' ، تماثل أسلاك التوصيل للسلك البلاتينى ، وتوضع فى نفس الوسط الساخن (شكل ٦ – ١) حتى تتغير مقاومتها بنفس القدر كأسلاك توصيل سلك الترمومتر ، وبذلك يكون التغير فى

المقاومة الذى تسجله قنطرة هويتستون ناشئاً فقط عن تغير مقاومة سلك البلاتين وحده مع درجة الحرارة .



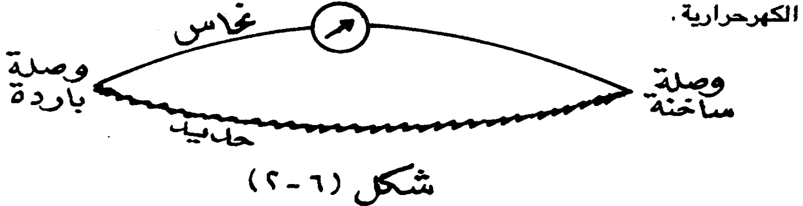
شكل (٦ - ١)

ويعاير الجهاز ليعطى درجات الحرارة المقاسة مباشرة دون الاحتياج لحساب مقاومة الترمومتر فى كل حالة . وذلك باستخدام سلك مقاومة AB كالموجود بالقنطرة المترية ، حيث يعين عليه مواضع الاتزان فى درجات معلومة (كنقطتى انصهار الجليد وغليان الماء) . فإذا قسمت المسافة بينهما إلى عدد مائة قسم يناظر كل قسم منها درجة واحدة مئوية ، وبذلك يمكن قراءة درجة حرارة وسط بمجرد إيجاد موضع الاتزان على السلك AB الذى يمثل حينئذ ساق الترمومتر .

٦/٥ – ترمومتر الازدواج الحراري (The thermo couple) :

وجد سيبك أنه حينما يتصل فلزان مختلفان – كالنحاس والحديد مثلا – ليكونان ازدواجا حراريا كالمبين بشكل (٦ – ٢) تتولد قوة دافعة كهربية عندما ترتفع درجة حرارة إحدى الوصلتين بالنسبة للأخرى . وتتوقف شدة التيار الناشئ – كما يسجله الجلفانومتر

الموجود بالدائرة – على فرق درجات الحرارة بين الوصلتين وتعرف هذه الظاهرة بالخاصة الكهرحرارية .



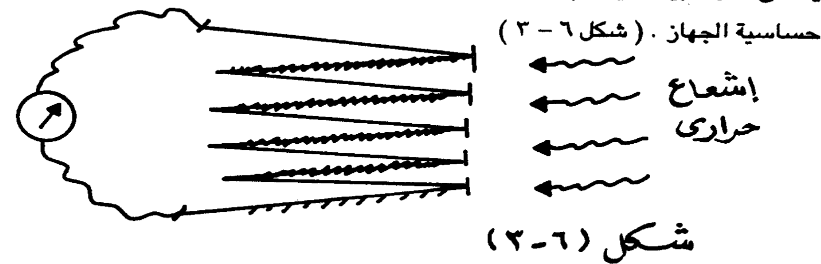
شكل (٦ - ٢)

عند وضع الوصلة الباردة فى جليد مجروش ، لحفظ درجة حرارتها عند الصفر المئوى ، وبوضع الوصلة الأخرى فى أى وسط ساخن ، ينحرف الجلفانومتر انحرافا يتناسب طرديا مع درجة الحرارة المئوية للوصلة الساخنة بشرط ألا يكون الارتفاع فى الدرجة كبيرا .

ويمكن هنا أيضا معايرة مقياس الجلفانومتر ليعطى درجات الحرارة مباشرة ، وذلك بوضع الوصلة الساخنة فى ماء يغلى درجة حرارته $100°$ م ، وبتقسيم مقدار الانحراف إلى مائة قسم يعبر كل منها عن درجة حرارة مئوية .

ونظرا لشدة حساسية هذا الترمومتر يستخدم عادة لقياس التغيرات الصغيرة فى درجة الحرارة كما أن لصغر سعته الحرارية (وهى هنا السعة الحرارية للوصلة الكهربائية) لايؤثر وضع الترمومتر فى الوسط المختبر على درجة حرارته ، خاصة إذا كان هذا الوسط له سعة حرارية صغيرة .

ويستخدم أيضا ترمومتر الازدواج الحرارى فى قياس الإشعاع الحرارى بجهاز يسمى الثرموبيل ، ويتركب من مجموعة كبيرة من الازدواجات تتصل على التوالى لزيادة حساسية الجهاز . (شكل ٦ – ٣)



شكل (٦ - ٣)

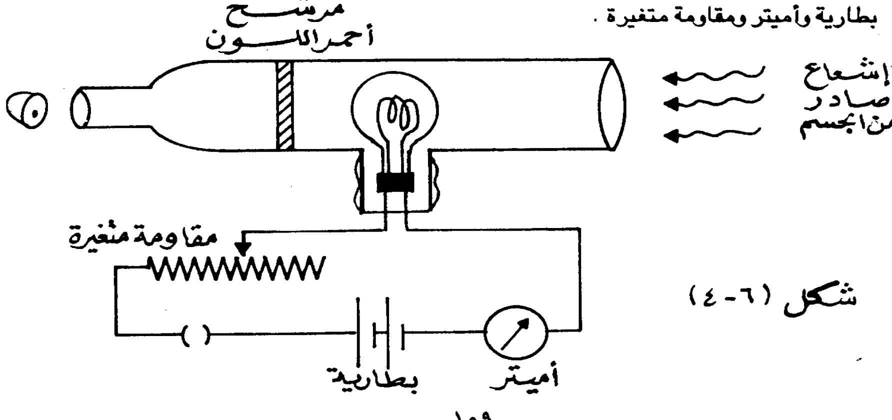
عندما تتعرض الوصلات الأمامية للإشعاع الحرارى ترتفع درجة حرارتها بالنسبة لدرجة حرارة الوصلات الخلفية ، إذ أنها محفوظة داخل الجهاز بعيدا عن الإشعاع . ويسبب الفرق فى درجتى الحرارة بين الوصلات الأمامية والخلفية تيارا كهربائيا ، ينتج عنه انحراف الجلفانومتر بمقدار يتناسب مع شدة الإشعاع الساقط . ويستخدم الترموبيل عادة كأداة تسجيل لطيف الأشعة تحت الحمراء .

٦/٦ – البيرومتر الضوئي (Optical Pyrometer) :

عندما يسخن جسم لدرجة حرارة مرتفعة يصل لدرجة معينة يبدأ فيها لونه بالاحمرار ، ثم بزيادة الدرجة يصل الجسم إلى درجة التوهج ، مما يدل على أن درجة الحرارة تتحكم فى طول الموجة الضوئية المشعة من الجسم ، فتقل أطوال هذه الموجات كلما ارتفعت درجة الحرارة .

وتستخدم هذه الخاصية فى قياس درجات الحرارة الشديدة الارتفاع ، كما فى مواقد المصانع والأفران العالية . ويطلق على الجهاز المستخدم لذلك بالبيرومتر الضوئى أو بيرومتر الفتيل المختفى .

يتركب البيرومتر الضوئى – كما فى الشكل (٦ – ٤) من تلسكوب يوجد بداخل قصبته مرشح ضوئى أحمر اللون ، ومصباح كهربائى صغير يتصل بدائرة كهربائية مكونة من بطارية وأميتر ومقاومة متغيرة .



شكل (٦ - ٤)

عند النظر للجسم الساخن من خلال تلسكوب الجهاز يظهر مجال الرؤية مضيئا باللون الأحمر ، وذلك بالنسبة لوجود المرشح أحمر اللون فى طريق الأشعة الصادرة من الجسم . يرى فى نفس الوقت فتيل المصباح الكهربى كخط معتم فى مجال الرؤية . أما إذا أمررنا تيارا كهربيا فى فتيل المصباح ، ورفعنا شدته تدريجيا باستخدام المقاومة المتغيرة ، يبدأ الفتيل فى التوهج ثم نصل إلى حد يتعذر فيه تماما رؤية الفتيل ، وذلك عندما تكون حرارة الفتيل هى نفس درجة حرارة الجسم الساخن . وإذا زيدت شدة التيار عن ذلك يبدأ ظهور الفتيل كخط مضىء وليس كخط مظلم كما كان من قبل . ولمعايرة بيرومتر الفتيل المختفى لكى يعطى درجات حرارة مباشرة ، نستخدم درجات حرارة عيارية لأجسام ساخنة ويدرج مقياس الأميتر بدائرة المصباح ، حتى يعطى درجة الحرارة مباشرة .

٦/٧- كمية الحرارة وقياسها (Quantity of heat) :

تعرف وحدة كمية الحرارة بالسعر وهو كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة جرام واحد من الماء درجة مئوية . فإذا كان لدينا كتلة m من الماء ثم رفعت درجة حرارتها من t_1 إلى t_2 تكون كمية الحرارة المستخدمة لذلك هى :

$$Q = m \times 1 (t_2 - t_1)$$

وتعرف السعة الحرارية بأنها كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة الجسم درجة واحدة مئوية . فإذا فرضنا وجود كمية من الماء - ترتفع درجة حرارتها درجة واحدة مئوية ، إذا أعطيت نفس كمية الحرارة كالتى أعطيت للجسم - سميت هذه الكمية بالمكافئ المائى للجسم .

تتوقف السعة الحرارية لجسم ما على طبيعته ؛ فالجرام من النحاس له سعة حرارية تختلف عن الجرام من الحديد . وتسمى السعة الحرارية للجرام الواحد من المادة بالحرارة النوعية لها . أما إذا اعتبرنا وزن الجرام الجزيئى من المادة سميت السعة الحرارية حينئذ بالحرارة الذرية . وقد وجد ديولنج وبتى أن الحرارة الذرية لجميع المواد واحدة تقريبا فى درجات الحرارة المرتفعة وتساوى قيمتها ثلاثة أمثال ثابت الغاز للجرام الجزيئى . أما فى

درجات الحرارة المنخفضة تقل الحرارة الذرية للمادة وتقترب من الصفر كلما اقتربنا من درجة الصفر المطلق .

يستخدم عادة لتعيين الحرارة النوعية لمادة ما أحد الطرق الآتية ، والتى يتوقف الاختيار بينها على حالة المادة : صلبة أو سائلة أو غازية ، وكذلك على الكمية التى يمكن الحصول عليها من المادة كبيرة أو صغيرة . وهذه الطرق هى :

طريقة الخلط ، طريقة المسعر الجليدى ، طريقة التبريد ، الطريقة الكهربائية ، وطريقة التكثيف .

٨/٦ – تعيين الحرارة النوعية بطريقة الخلط :

عندما يتلامس جسمان درجة حرارتيهما مختلفة تنتقل الحرارة من الجسم الساخن إلى الجسم البارد حتى يتساويا فى درجة الحرارة وتسمى الحالة حينئذ بالاتزان الحرارى .

فإذا كانت كتلة الجسم الأول m_1 ودرجة حرارته t_1 وحرارته النوعية c_1 ، تكون كمية الحرارة المختزنة بداخله هى $m_1 \ c_1 \ t_1$ ، فإذا خلطنا حراريا هذا الجسم بآخر كتلته m_2 ودرجة حرارته t_2 وحرارته النوعية c_2 حتى حالة الاتزان الحرارى ، وبتطبيق قانون بقاء الطاقة تكون :

الحرارة المكتسبة من الجسم البارد = الحرارة المفقودة من الجسم الساخن أى أن :

$$m_1 \ c_1 \ (t_1 - t) = m_2 \ c_2 \ (t - t_2) \qquad (6 - 4)$$

حيث t هى درجة الحرارة النهائية للمخلوط عند الاتزان الحرارى .

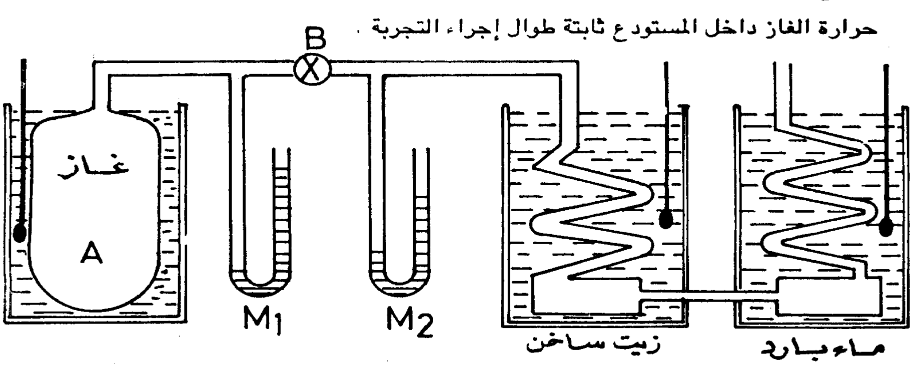
وقد أهملنا هنا الحرارة المفقودة بالإشعاع مثلا واعتبرنا أن المجموعة تكون نظاما معزولا حراريا .

تستخدم هذه المعادلة لإيجاد الحرارة النوعية لجسم ما ، باستخدام الماء كمادة عيارية حرارتها النوعية تساوى الوحدة . وتصلح عادة هذه الطريقة فى حالة الأجسام الصلبة أو السائلة . ولكى تكون درجة الدقة معقولة يجب أن تكون السعات الحرارية لكل من الجسمين

المخلوطين متقاربة ، وإلا كان الاختلاف فى درجة الحرارة النهائية للمخلوط عن درجة حرارة الجسم ذى السعة الكبيرة صغيرا وبذلك يكون الخطأ فى النتيجة كبيرا .

٦/٩ ـ الحرارة النوعية لغاز تحت ضغط ثابت (c_p) :

فى هذه التجربة يتم خلط كمية من الغاز الساخن تحت الاختبار ، فى مسعر به ماء بارد بجهاز كالمبين بالشكل (٦ – ٥) ويتركب من مستودع A ، يوجد به الغاز تحت ضغط مرتفع يمكن قياسه بواسطة مانومتر M_1 ، والمستودع موضوع فى ثرموستات لحفظ درجة حرارة الغاز داخل المستودع ثابتة طوال إجراء التجربة .



شكل (٦ – ٥)

يمرر الغاز من المستودع A خلال صمام B لتنظيم مرور تيار ثابت من الغاز داخل أنابيب التسخين والخلط ويقاس ضغط هذا التيار بواسطة المانومتر M_2 . ترتفع درجة حرارة الغاز بمروره داخل الأنابيب المعدنية الموضوعة داخل حمام زيتى ساخن درجة حرارته $t°C$ ، ثم ينتقل بعد ذلك إلى أنابيب الخلط الحرارى الموضوعة فى مسعر به ماء بارد درجة حرارته الابتدائية $t°_1C$. وترتفع درجة الحرارة داخل المسعر المائى بمرور الغاز الساخن ، ولتكن درجة الحرارة النهائية $t_2°C$ بعد إمرار كمية محسوبة من الغاز .

الحرارة المكتسبة من المسعر المائى = المكافئ المائى له W x فرق درجات الحرارة.

المكافئ المائى للمسعر ومحتوياته = كتلة المسعر × حرارته النوعية + كتلة أنابيب الخلط × حرارتها النوعية + كتلة الماء بالمسعر × 1

الحرارة المفقودة من الغاز = كتلة الغاز m x حرارته النوعية × فرق الدرجات .

الحرارة النوعية للغاز فى هذه الحالة C_p تكون تحت ضغط ثابت (الضغط الجوى) .

تكون بذلك معادلة التبادل الحرارى هى :

$$m C_p (t - \bar{t}) = W (t_2 - t_1) \qquad (6 - 5)$$

حيث $\bar{t}$ هى درجة الحرارة المتوسطة للمسعر المائى

$$\bar{t} = \frac{1}{2} (t_1 + t_2)$$

ولتعيين كتلة الغاز المار فى الأنابيب m gm يستخدم المانومتر M_1

حيث يقاس ضغط الغاز داخل المستودع عند بداية التجربة وعند نهايتها وليكن ذلك P_1 & P_2 على الترتيب . فإذا فرضنا أن V هو حجم المستودع وأن درجة الحرارة المطلقة للغاز بداخله T وبتطبيق القانون العام للغازات نوجد حجم الغاز الابتدائى V_1 داخل المستودع ، عند معدل الضغط ودرجة الحرارة باستخدام المعادلة :

$$\frac{P_1 V}{T} = \frac{76 V_1}{273} \qquad (6 - 6)$$

أى أن :

$$V_1 = V . \frac{P_1}{76} . \frac{273}{T} \qquad (6 - 7)$$

وبالمثل يمكن معرفة حجم الغاز المتبقى بعد انتهاء التجربة عند المعدلين

$$V_2 = V \frac{P_2}{76} . \frac{273}{T} \qquad (6 - 8)$$

ويكون بذلك حجم الغاز الذى مر بالأنابيب عند معدل الضغط ودرجة الحرارة هو :

$$V_1 - V_2 = V \frac{P_1 - P_2}{76} . \frac{273}{T} \qquad (6 - 9)$$

وتكون كتلة الغاز المار خلال التجربة هى حجم الغاز × كثافته ، أى أن :

$$m = (V_1 - V_2)\rho \qquad (6 - 10)$$

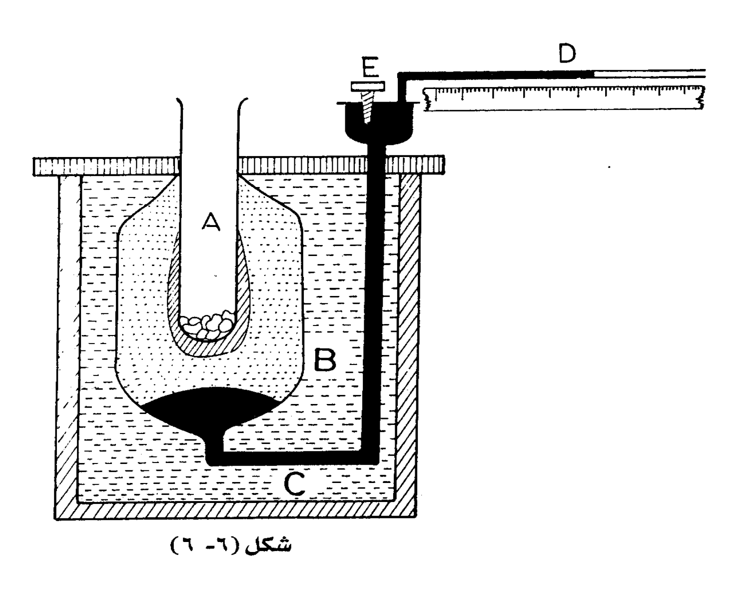
حيث ρ هى كثافة الغاز عند المعدلين .

وباستخدام المعادلة (5 - 6) يمكن حساب c_p

٦/١٠ – تعيين الحرارة النوعية بمسعر بنزن الجليدي

(Bunzen's ice calorimeter) :

تعتمد نظرية مسعر بنزن الجليدى على أنه إذا خلطت كمية من جسم ساخن لدرجة معلومة، مع كتلة من الجليد فى درجة الصفر المئوى ، ينصهر جزء منها نتيجة للحرارة التى يكتسبها الجليد من الجسم ، حتى تهبط درجته إلى الصفر المئوى . فإذا أمكن معرفة كتلة الجليد المنصهر أمكن بالتالى تحديد كمية الحرارة التى فقدها الجسم ، ومن ثم حرارته النوعية . هذا بفرض معرفة الحرارة الكامنة لانصهار الجليد ، وهى الحرارة اللازمة لتحويل 1 جم من الجليد فى درجة الصفر إلى ماء فى درجة الصفر .



شكل (٦- ٦)

ويتركب الجهاز كما فى الشكل (٦ - ٦) من أنبوبة A تتصل بأخرى أوسع منها ، تنتهى من أسفل بأنبوبة شعرية C مثنية على شكل U . تُملأ الأنبوبة B بالماء النقى ثم يستبدل بعض الماء بالزئبق وذلك بتسخينها حتى يتمدد الماء ، فينسكب خارج الأنبوبة الشعرية C وقبل أن يبرد الماء يغمر طرف هذه النبوبة فى الزئبق . وعندما يبرد ينكمش ساحبا وراءه شريطاً من الزئبق . وينتهى طرف الأنبوبة C داخل خزان صغير من الجليد ممتلئ بالزئبق ، ويخرج منه أنبوبة D شعرية المقطع مثبتة أمام مقياس مدرج لقياس المسافة التى يتحركها شريط الزئبق عند إجراء التجربة . ويمكن ضبط طول شريط الزئبق فى الأنبوبة D بواسطة مسمار محوى E ، يمكن له أن يضغط على جلد الخزان فيسبب إزاحة الشريط D إلى الخارج .

يوضع الجهاز فى إناء به جليد مجروش لحفظ درجة حرارته ثابتة عند الصفر المئوى ، ثم يوضع فى الأنبوبة A بعض الأثير ويمرر بداخله تيار هوائى ليتبخر ، فيمتص بذلك حرارة التبخر من الوسط المحيط به - أى - من ماء الأنبوبة B . ونظراً لأن المسعر كله فى درجة الصفر المئوى ، لذلك يتجمد بعض الماء حول الأنبوبة A حيث كان الأثير . ويصبح بذلك الجهاز معداً للاستعمال بعد تبخر جميع الأثير من الأنبوبة A .

لتعين الحرارة النوعية للجسم ترفع درجة حرارته إلى t_1 °C ، ثم يسقط فى الأنبوبة A حيث يتم التبادل الحرارى بين الجسم وجليد الأنبوبة A ، فيتحول جزء من كتلته m إلى ماء فى نفس الدرجة . فإذا كانت كتلة الجسم m_1 وحرارته النوعية c_1 تكون الحرارة المفقودة من الجسم $m_1 \ c_1 \ t_1$ سعرا ، وتستهلك هذه الكمية كحرارة كامنة لتحويل الجليد فى درجة الصفر إلى ماء فى درجة الصفر ، أى أنها تساوى $m\,L$ حيث L هى الحرارة الكامنة لانصهار الجليد وتساوى **80** سعرا للجرام الواحد .

لإيجاد كتلة الجليد m المنصهر بسبب التبادل الحرارى نستخدم ظاهرة تغير حجم الجليد عندما ينصهر . نفرض أن كثافة الجليد والماء فى درجة الصفر هما على الترتيب ρ_1 ، ρ_2 . يكون حجم الجرام من الجليد هو $\frac{1}{\rho_1}$ ويسمى بالحجم النوعى . ويلاحظ أن

الجليد يطفو على سطح الماء وهذا يعنى أن كثافة أقل من كثافة الماء . لذلك يكون الحجم النوعى للجليد أكبر منه الماء ، فعندما ينصهر جزء من الجليد نتيجة لسقوط الجسم الساخن فى المسعر يقل حجم الماء فى الأنبوبة D ، وبذلك يتراجع شريط الزئبق فى الأنبوبة D لمسافة h مثلا ويكون النقص فى الحجم هو $\pi R^2 h$ حيث R نصف قطر الأنبوبة الشعرية D . وبما أن النقص فى حجم الجرام من الجليد عند انصهاره هو $\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)$ تكون بذلك كتلة الجليد m التى نتج عن انصهارها نقص فى الحجم قدره $\pi R^2 L$ هو:

$$m = \frac{\pi R^2 h}{\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)} \text{ gm} \qquad (6 - 11)$$

وبمعرفة m تكون الحرارة المكتسبة من الجليد m L وتصبح معادلة التبادل الحرارى

$$m L = m_1 c_1 t_1 \qquad (6 - 12)$$

ومن هذه المعادلة يمكن حساب الحرارة النوعية c_1 للجسم .

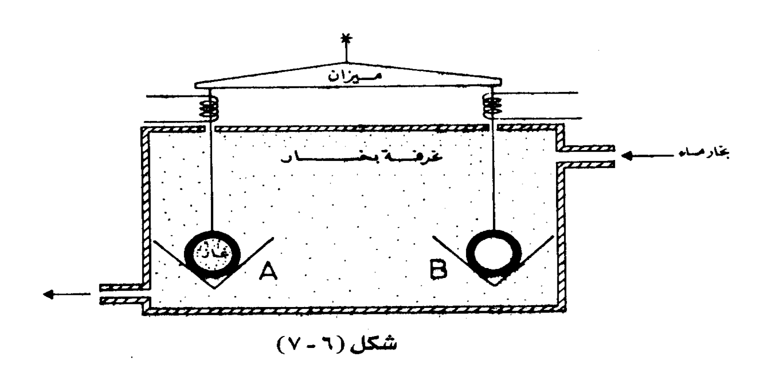
٦/١١- الحرارة النوعية لغاز تحت حجم ثابت:

تستخدم طريقة التكثيف لتعيين الحرارة النوعية لغاز تحت حجم ثابت c_V فمن المعروف أنه عند تعليق جسم بارد فى غرفة بخار ماء فى درجة °100م يتكثف على الجسم كتلة m من البخار ، نتيجة للتبادل الحرارى بين الجسم والبخار . ولما كانت درجة البخار ثابتة عند °100م تكون كل الحرارة المكتسبة من الجسم البارد ليسخن حتى هذه الدرجة قد أخذت من الحرارة الكامنة للبخار مما جعل كتلة m منه تتكثف على الجسم . فإذا كانت كتلة الجسم m_1 وحرارته النوعية c_1 ودرجة حرارته الابتدائية t ، وإذا كانت الحرارة الكامنة للبخار هى L ، تكون معادلة التبادل الحرارى

$$m L = m_1 c_1 (100 - t) \qquad (6 - 13)$$

ومن هذه المعادلة يمكن تعيين الحرارة النوعية c_1 لأى جسم .

استخدم جولى هذه الطريقة لتعيين الحرارة النوعية للغازات تحت حجم ثابت c_V ، والجهاز المعروف بمسعر جولى البخارى يتركب من كرتين B,A متماثلتين ومفرغتين ومعلقتين من كفتى ميزان حساس ويتدليان فى غرفة بخار ماء (شكل ٦ – ٧) .



شكل (٦ - ٧)

بعد معادلة الكرتين فى الميزان يضغط الغاز تحت الاختبار في إحدى الكرتين A بضغط كبير ، ثم يعاد معادلة الميزان لإيجاد كتلة الغاز m_1 الذى وضع بالكرة . يمرر بخار الماء بعد ذلك على الكرتين ، فترتفع درجة حرارتيهما من درجة الغرفة t وحتى درجة البخار 100°م ، ويتكثف على كل من الكرتين بعض البخار ، ولكن نظرا لوجود الغاز فى الكرة A يتكثف عليها البخار بمقدار أكبر من ذلك الذى يتكثف على B المفرغة ، لأن الغاز يمتص كمية من الحرارة ليسخن لدرجة 100°م تساوى $m_1\, c_V\, (100 - t)$

إذا كانت الزيادة فى وزن البخار المتكثف على A هو m تكون معادلة التبادل الحرارى

$$m L = m_1\, c_V\, (100 - t) \qquad (6 - 14)$$

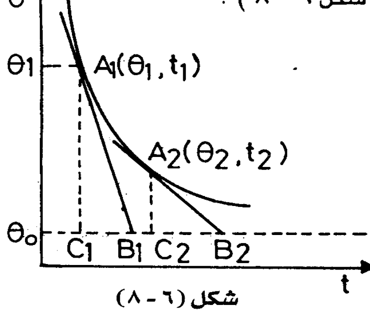
ومنها توجد الحرارة النوعية c_V للغاز تحت حجم ثابت . يراعى فى هذه التجربة وجود مخروط مثبت أسفل كل كرة ، وذلك لتجميع قطرات البخار المتكثف على كل كرة . ولتفادى

تكثف بخار الماء على أسلاك تعليق الكرات بالميزان يوضع حولها ملفات تسخين ، يمرر بها تيار كهربائى ليرفع درجة الحرارة ويمنع تكثف البخار حولها .

٦/١٢- طريقة التبريد لتعيين الحرارة النوعية - قانون نيوتن للتبريد

: (Newton's law of cooling)

إذا ترك جسم ساخن فى الهواء فإنه يبرد بمعدل يتوقف على طبيعة ومساحة سطح الجسم المشع للحرارة ، كما يتوقف أيضا على فرق درجات الحرارة بينه وبين الوسط المحيط . ويعرف معدل التبريد لجسم ساخن بأنه كمية الحرارة المفقودة منه فى الثانية الواحدة ، ويساوى المكافئ المائى للجسم مضروبا فى معدل النقص فى درجة الحرارة ، ويطلق على المنحنى الذى يبين تغير درجة حرارة الجسم مع الزمن بمنحنى التبريد . وبمعرفة منحنى التبريد يمكن تعيين معدل النقص فى درجة الحرارة عند أية درجة ، حيث إن ذلك يسوى ميل المماس لمنحنى التبريد عند هذه الدرجة (شكل ٦ - ٨) .



شكل (٦ - ٨)

وقد وجد نيوتن تناسبا طرديا بين معدل تبريد جسم ساخن يبرد فى الهواء ، وبين الفرق بين درجتى حرارة الجسم والوسط المحيط ، بشرط ألا يكون هذا الفرق كبيرا ويعرف هذا بقانون نيوتن للتبريد .

ويمكن إثبات هذا القانون باعتبار منحنى التبريد (شكل ٦ - ٨) .

نأخذ نقطتين - مثل A_1 ، A_2 على المنحنى ونرسم لهما المماسين للمنحنى ، يقطعان المحور الذى يبين درجة حرارة الغرفة θ_o فى النقطتين B_1 ، B_2 ، نسقط على هذا المحور عمودين $A_1 C_1$ ، $A_2 C_2$.

إذا كانت درجة حرارة النقطة A_1 هى θ ، يكون الفرق بين درجة حرارة الجسم

والوسط المحيط ($\theta - \theta_o$) . وهذا الفرق يساوى طول العمود $A_1 C_1$.

ميل المماس عند A_1 يساوى ($A_1 C_1 / C_1 B_1$) ويتناسب مع معدل التبريد للجسم عند A_1 . فإذا فرضنا صحة قانون نيوتن للتبريد ، يجب أن تكون النسبة بين معدل التبريد والفرق بين درجة حرارة الجسم والوسط مقدارا ثابتا . أى أن :

$$\frac{A_1C_1}{C_1B_1} \times \frac{1}{A_1C_1} = \text{constant} = \frac{1}{C_1B_1}$$

أى أنه إذا كان القانون صحيحا يجب أن يكون مسقط المماس A_1B_1 على محور درجة حرارة الغرفة θ_o يجب أن يكون مقدارا ثابتا لايتوقف على درجة حرارة النقطة A_1. فإذا أخذنا نقطة أخرى مثل A_2 على منحنى التبريد وأوجدنا مسقط المماس عند هذه النقطة على المحور θ_o فإن

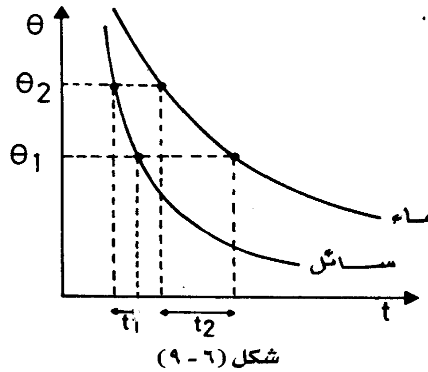
$$B_1C_1 = B_2C_2 = \ldots = \text{constant}$$

وبالتجربة وجد أن هذه النتيجة صحيحة مما يثبت صحة قانون نيوتن .

ولإيجاد الحرارة النوعية لسائل بطريقة التبريد ، نحضر مسعرين متماثلين فى الشكل ومصنوعين من نفس المادة ، ونضع بالمسعر الأول حجما معينا من الماء وفى المسعر الثانى نفس الحجم من السائل . فإذا رفعنا درجة حرارتيهما ثم تركناهما ليبردا فى الهواء ، يتساوى معدل التبريد لكل منهما عند نفس الدرجة بالرغم من اختلاف الطبيعة الحرارية لكل منهما . وسبب ذلك تماثل طبيعة السطح الساخن لكل من المسعرين ، كما أن المساحة ودرجة حرارة السطح المشع للحرارة فى كل منهما واحدة .

ولإجراء التجربة يسخن كل من الماء والسائل ثم يرسم منحنى التبريد لكل منهما كمافى الشكل (٦ -٩) .

تنخفض درجة حرارة مسعر الماء بمعدل أقل من مسعر السائل ، وذلك لزيادة السعة الحرارية لجرام الماء عنها فى أى سائل آخر .



شكل (٦ - ٩)

فإذا فرضنا أن m_1 , m'_1 هما كتلتا المسعرين فارغتان وأن الحرارة النوعية لمادة كل منهما S_1 وأن m_2 , m'_2 هما كتلتا الحجمين المتساويين من الماء والسائل على الترتيب .

تنخفض درجة حرارة كل من المسعرين من θ_2 إلى θ_1 فى الزمنين t_1 , t_2 على الترتيب ، ويمكن تعيينهما مباشرة من منحنيْ التبريد .

يتساوى معدلا التبريد للماء والسائل فى المنطقة بين θ_1 , θ_2 .

ويساوى معدل التبريد لجسم مكافئه المائى مضروبا فى معدل فقد درجات الحرارة . ($d\theta / dt$) أى أن :

$$\therefore \ (m_1 c_1 + m_2) \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_1} = (m'_1 c_1 + m'_2 c_2) \ \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2}$$

حيث c_2 هى الحرارة النوعية للسائل ويمكن تعيينها من المعادلة :

$$\frac{m_1 c_1 + m_2}{t_1} = \frac{m'_1 c_1 + m'_2 c_2}{t_2}$$

تمارين على الفصل السادس

(١) ترمومتر مقاومة بلاتيني مقاومته في درجة الصفر 7.395 أوم وفي درجة 100° م 8.965 أوم ، فإذا كانت مقاومته في وسط ما هي 8.000 أوم فأوجد درجة حرارة الوسط ؟

الحـل :

من المعادلة (3 - 6)

$$R_{100} = R_O (1 + \alpha \times 100)$$

$$R_t = R_O (1 + \alpha t)$$

حيث t درجة حرارة الوسط

$$t = \frac{R_t - R_O}{R_{100} - R_O} \times 100 = \frac{8.000 - 7.395}{8.965 - 7.395} \times 100$$

$$= 38.5 \ ^\circ C$$

(٢) ترمومتران زئبقيان مصنوعان من نفس الزجاج ولهما مستودعان كريان ، النسبة بين قطريهما 3 : 2 والنسبة بين القطرين الداخليين لساقيهما 2 : 3 على الترتيب . ماهي النسبة بين ارتفاعي شريطي الزئبق في الساقين المناظرين لدرجة حرارة واحدة ؟

(٣) تزداد حجم كمية معينة من غاز بنسبة 1.035 :1 بين درجتي 15° ، 25° م . احسب درجة الصفر المطلق على المقياس المئوي لهذا الغاز ؟

(٤) ترمومتر زئبقي يحتوي 2 سم^3 من الزئبق في درجة الصفر المئوي ، والمسافة بين النقطتين الثابتتين للماء على ساقه هي 15 سم . احسب نصف قطر أنبوبته الشعرية عند درجة الصفر المئوي ؟

(٥) درجة الصفر المطلق على المقياس المئوي -273° م . أوجد قيمتها على المقياس الفهرنهيتي ؟

(٦) وضع سائل متطاير في درجة الصفر المئوي في مسعر بنزن الجليدي ، فوجد أن كل

1 جم من السائل يتحول إلى بخار يتحرك شريط الزئبق فى الأنبوبة الشعرية مسافة 13.9 سم . فإذا كانت مساحة المقطع الداخلى للأنبوبة الشعرية هو 2.49 مم٢ وكثافة الجليد عند الصفر هى 0.917 جم / سم٣ والحرارة الكامنة للانصهار 80 سعر / جرام أوجد الحرارة الكامنة لتبخير السائل ؟

(٧) أجريت تجربة إيجاد الحرارة النوعية لغاز تحت ضغط ثابت ، فوجد أن ضغط الغاز فى الخزان ذى السعة 30 لترا قد انخفض من 7 جو إلى 3 جو فى نهاية التجربة . فإذا كانت كثافة الغاز الموجود بالخزان تحت ضغط جوى وفى درجة حرارة الغرفة 0.0012 جم / سم٣ ، وكان الفرق بين درجة حرارة الغاز الساخن قبل دخوله المسعر المائى وبعد خروجه منه 208° م ، وكان الارتفاع فى درجة حرارة المسعر 10.2° م والمكافئ المائى له ولمحتوياته 700 جم ، أوجد الحرارة النوعية للغاز C_p ؟

(٨) أسقط جسم زنته 50 جم فى فرن ثم ألقى فى ماء بارد كتلته 200 جم فارتفعت درجة حرارته 5 درجات أوجد درجة حرارة الفرن علما بأن الحرارة النوعية لمادة الجسم 0.1 سعر / جم / 1° م ؟

(٩) جسم يبرد فى الهواء من 45° م إلى 40° م فى 10 دقائق فإذا كانت درجة حرارة الغرفة 15° م ماهى درجة حرارة الجسم بعد عشر دقائق أخرى ؟

(١٠) مسعران متماثلان من النحاس (حرارته النوعية 0.1 سعر / جم / 1° م) يزن كل منهما 150 جم . يحتوى الأول على 100 سم٣ من الماء والثانى على 100 سم٣ من سائل .سخن المسعران ثم تركا ليبردا فى الهواء فوجد أن درجة الحرارة انخفضت من 60° م إلى 40° م فى زمن 10 دقائق للماء وزمن 6 دقائق للسائل . أوجد الحرارة النوعية للسائل علما بأن كثافته 0.8 جم / سم٣ ؟

(١١) أسقط 100 جم من جليد فى درجة – 10° م فى ماء فى درجة الصفر المئوى فوجد أن 10 جم من الماء قد تجمدت وأصبح الجميع فى درجة الصفر المئوى أوجد الحرارة النوعية للجليد (الحرارة الكامنة لانصهار الجليد 80 سعر / جم) ؟

(١٢) أوجد كمية الحرارة اللازمة لتحويل 10 جم من الجليد فى درجة الصفر إلى بخار فى درجة °100م ؟

(١٣) تتوقف الحرارة النوعية C لمادة ما على درجة الحرارة t°C وفقا للمعادلة

$$C = a + b t^2$$

حيث a , b ثوابت . أوجد كمية الحرارة اللازمة لرفع كتلة m gm من هذه المادة من درجة الصفر إلى درجة t°C .

(١٤) القطر الداخلى للأنبوبة الشعرية فى مسعر بنزن الجليدى 0.4 مم وعندما أسقط فيه جسم درجة حرارته °100م وحرارته النوعية 0.1 سعر / جم °1م تحركت نهاية شريط الزئبق مسافة 5سم . ماكتلة الجسم ؟ علماً بأن الحجم النوعى للجليد فى درجة الصفر المئوى هو 1.095 سم٣ للجرام .

(١٥) ثلاثة سوائل درجة حرارتها الابتدائية 15 ، 19 ، °27م على الترتيب عند خلط الأول والثانى أصبحت حرارة المخلوط °16م ، وعند خلط الثانى والثالث أصبحت حرارة المخلوط °24م . ماذا تكون درجة حرارة مخلوط من الأول والثالث ؟

(١٦) أوجد حساسية مسعر بنزن الجليدى بالسعر لكل مليمتر إذا علم أن مساحة المقطع الداخلى لأنبوبته الشعرية هى 0.2 مم ؟

(١٧) إناء مكافئه المائى50 جم يحتوى450 جم ماء فى درجة °25م ، سخن بمصدر ثابت الحرارة فارتفعت درجته إلى °30م فى دقيقة واحدة . أوجد الزمن الذى يستغرقه تبخر 50جم من الماء عندما يبدأ فى الغليان ؟ (الحرارة الكامنة للتصعيد 540 سعر / جم) .

(١٨) جسم يبرد فى الهواء من درجة °95 إلى °90 م فى نصف دقيقة ومن°66 إلى °50 م فى 70 ثانية . أوجد درجة حرارة الغرفة . ثم أوجد الزمن اللازم لكى تنخفض درجة حرارة الجسم من°95 إلى °50م ؟

الفصل السابع

انتقال الحرارة (HEAT TRANSFER) :

تنتقل الحرارة من الأجسام الساخنة إلى الباردة بأحد طرق ثلاثة :

١ – تيارات الحمل .

٢ – التوصيل بالتلامس .

٣ – الإشعاع للوسط .

فعندما تنتقل الحرارة فى وسط غازى بانتقال بعض أجزاء ساخنة من هذا الوسط إلى مناطق أخرى ، مع حلول أجزاء باردة قيل : إن الحرارة تنتقل بطريق الحمل ، وذلك لأن طبقات الوسط الملاصقة للجسم الساخن عندما تسخن تقل كثافتها ، فترتفع إلى أعلى الوسط ليحل محلها طبقات أخرى باردة كثافتها أكبر . وتستمر هذه العملية محدثة تيارين من الهواء أحدهما ساخن صاعد والآخر بارد هابط ، وبذلك يفقد الجسم حرارته باستمرار حتى تتساوى درجتا حرارة الجسم والوسط المحيط ، وتسمى الحالة حينئذ بحالة الاتزان الحرارى . ومثال لذلك تبريد الأجسام الساخنة فى الهواء الجوى .

وقد تحدث تيارات الحمل هذه بعوامل أخرى غير طبيعية أو قسرية ، وذلك إذا أمررنا مثلا تيارا صناعيا على الجسم الساخن مما يسرع من عملية تبريده . وعموما فدراسة تيارات الحمل هذه تدخل فى موضوع ديناميكا الموائع وهو خارج عن نطاق دراستنا هنا .

٧/١– انتقال الحرارة بواسطة التوصيل (Thermal Conduction) :

يمكن للحرارة أن تنتقل من وسط إلى آخر دون الحاجة إلى تيارات حمل لنقلها ، وذلك عند تلامس الوسطين ويتم انتقال الحرارة بفعل جزئيات الوسطين ؛ فمن المعروف أن طاقة حركة الجزىء تتناسب طرديا مع درجة الحرارة . ولما كانت جزيئات المادة مترابطة بواسطة قوى كبيرة بينية ، لذلك عندما يسخن جزىء من المادة تزداد سعة حركته فينتقل جزء من طاقته للجزىء المجاور ، وهكذا يحدث بالنسبة للجزىء المجاور فتنتقل طاقة حركة الجزيئات

من جانب ساخن إلى آخر بارد ، وتنتشر بذلك الحرارة حتى الوصول إلى حالة الاتزان الحرارى .

ولكى ندرس التوصيل الحرارى للأجسام يجب أن نعرف أولا ثابتا يميز المادة من ناحية طبيعتها الحرارية ، هذا الثابت هو معامل التوصيل الحرارى λ . لقد وجد بالتجربة أن كمية الحرارة Q التى تمر خلال طبقة من المادة لها سطحان مستويان ومتوازيان ، سمكها d cm تتناسب طرديا مع :

١ – مساحة السطح الذى تمر خلاله الحرارة (A) .

٢ – الفرق بين درجتى حرارة وجهى الطبقة θ_2 , θ_1

٣ – زمن مرور الحرارة ، t .

وتتناسب عكسيا مع سمك الطبقة (d)

ويكون ثابت التناسب λ ويسمى بمعامل التوصيل الحرارى ، مميزا للمادة من ناحية طبيعتها الحرارية ، ووحداته هى سعر / سم / ث / $^{\circ}$م . أى أن :

$$Q = \lambda A \frac{\theta_1 - \theta_2}{d} t \qquad (7 - 1)$$

وتسمى النسبة $(\theta_1 - \theta_2) / d$ بالميل الحرارى داخل المادة ، ويعرف بأنه معدل تغير درجة الحرارة داخل الجسم بالنسبة للمسافة ، أى الزيادة فى درجة الحرارة بين نقطتين يبعدان بمقدار 1 سم فى اتجـــاه مرور الحرارة .

٧/٢ – قياس معامل التوصيل للمواد (Thermal Conductivity) :

تختلف الطرق المستخدمة فى قياس معاملات التوصيل الحرارى للمواد ، نظرا لاختلاف طبيعتها الحرارية فهناك مواد جيدة التوصيل الحرارى مثل الفلزات والمعادن ، وهناك مواد عازلة حراريا أو رديئة التوصيل كالزجاج . وتتفاوت قيمة معامل التوصيل بين 1 ، 0.02 للمعادن وبين 0.0003 ، 0.00003 للغازات ، وبسبب هذا الاختلاف الكبير يتم اختيار طريقة قياس مناسبة فى كل حالة ، وقد تعتمد الطريقة أيضا على شكل المادة تحت

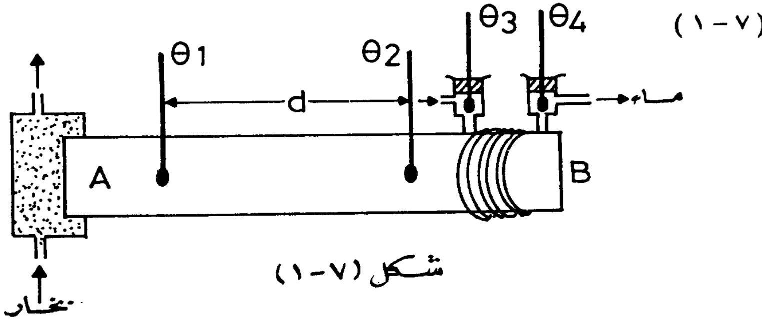
الاختبار كما سيتضح فيما بعد .

من الملاحظ فى عملية التوصيل الحرارى أن التيار الحرارى تقل شدته تدريجيا مع الزمن ، حتى تتساوى جميع الأجزاء فى درجة الحرارة ما لم يكن مصدر الحرارة ثابتا لتغذية التيار الحرارى . (ودرجة حرارة الأجزاء) المختلفة من الجسم قد تختلف عن بعضها البعض ، وفقاً لقربها أو لبعدها عن المصدر الحرارى ، مع ثبوت درجة الحرارة لهذه الأجزاء عند الوصول لحالة الاتزان الديناميكى الحرارى . ويكون عندئذ الميل الحرارى داخل الجسم ثابتا .

٣/٧- طريقة سيرل لتعيين معامل توصيل مادة جيدة التوصيل الحراري :

(Searle's method)

يسخن فى هذه التجربة طرف قضيب من المعدن تحت الاختبار ، بواسطة مصدر حرارى – كغرفة بخارمثلا – أو بواسطة سلك تسخين يمرر فيه تيار كهربائى كما فى الشكل (١-٧)



شكل (٧-١)

تنتقل الحرارة داخل القضيب ويتكون ميل حرارى بين أجزائه المختلفة . تمتص الحرارة التى توصل إلى الطرف الآخر للقضيب بواسطة غرفة تبريد ملامسة له ، أو عن طريق مجموعة من الأنابيب المعدنية ملفوفة حوله ويمر بها تيار ماء بارد . إذا قيست درجة حرارة الماء قبل دخولها أنابيب التبريد وبعد خروجها منها ، وبمعرفة معدل مرور الماء – أى

كتلة الماء المارة فى الثانية – يمكن قياس معدل التوصيل الحرارى، وذلك بضرب معدل مرور الماء فى الزيادة فى درجة حرارة ماء التبريد عند خروجه من الأنابيب .

ولتفادى ضياع أى كمية حرارية بأى طريق آخر خلاف التوصيل داخل القضيب ، يغلف القضيب بمادة عازلة حراريا كاللباد .

ويقاس الميل الحرارى داخل مادة القضيب بواسطة ترمومترين θ_1 ، θ_2 موضوعين على بعد d cm من بعضهما داخل مادة القضيب . عندما يسخن طرف القضيب A بإمرار البخار تنتقل الحرارة داخل مادة القضيب بالتوصيل ، ويمتصها الماء المار فى أنابيب التوصيل حول طرف القضيب B ، فترتفع درجة حرارة تيار الماء من θ_3 عند دخولها الأنابيب إلى θ_4 بعد خروجها منها .

عند الاتزان الحرارى تتساوى كميتا الحرارة المارة بالتوصيل خلال القضيب مع كمية الحرارة التى امتصها الماء ، فإذا كانت كتلة الماء المارة فى الثانية هى m gm يكون معدل امتصاص الحرارة هو $m(\theta_4 - \theta_3)$ ، وإذا كان R هو نصف قطر القضيب تكون المساحة التى يمر خلالها تيار الحرارة هى πR^2

وبتطبيق قانون التوصيل الحرارى يكون :

$$m(\theta_4 - \theta_3) = \lambda \times \pi R^2 \times \frac{\theta_1 - \theta_2}{d} \times 1 \qquad (7 - 2)$$

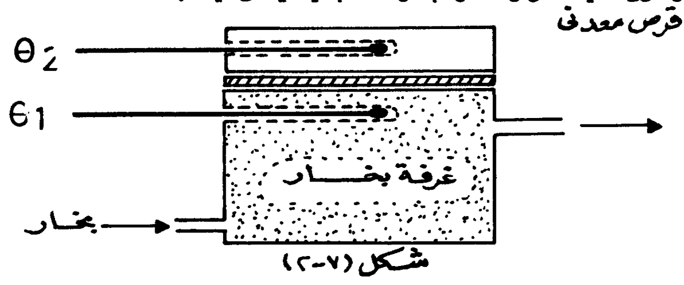
ومن المعادلة يمكننا حساب معامل التوصيل الحرارى λ لمادة القضيب .

وإذا كان التسخين بواسطة أسلاك التسخين الكهربائية ، نوجد معدل توليد الطاقة الحرارية داخل سلك التسخين ، وهذا يساوى (IV / J) . حيث I شدة التيار ، V فرق الجهد على طرفى السلك J هو المكافئ الكهربائى الحرارى . وتصير المعادلة (2 - 7) .

$$\frac{IV}{J} = \lambda \times \pi R^2 \times \frac{\theta_1 - \theta_2}{d} \qquad (7 - 3)$$

٧/٤- تعيين معامل التوصيل الحراري لمادة رديئة التوصيل علي شكل قرص :

لا تصلح طريقة سيرل لتعيين معامل التوصيل الحرارى لمادة رديئة التوصيل ؛ وذلك لأن طول القضيب فى هذه الحالة – مع رداءة توصيله الحرارى – يعملان على منع الحرارة تماما من الوصول إلى أنابيب التبريد ، ولذلك يستعمل جهاز لى Lee حيث تكون المادة على شكل قرص رقيق ، يحفظ أحد وجهيه عند درجة حرارة مرتفعة فيمر تيار حرارى خلال سمكه، وتكون كمية الحرارة المارة بقدر كاف بحيث يمكن قياسها .



شكل (٧-٢)

ويتركب الجهاز كما فى شكل (٧ – ٢) من غرفة معدنية للبخار يوجد بها ترمومتر θ_1 لتعيين درجة الحرارة بداخلها . يوضع فوق غرفة البخار القرص تحت الاختبار ، ويوضع فوقه قرص معدنى بداخله ثقب يسمح بوضع ترمومتر لقياس درجة حرارة القرص العلوى ، وهى نفس درجة حرارة السطح العلوى للقرص θ_2 .

يمرر البخار فى الغرفة لمدة كافية حتى الوصول إلى حالة الاتزان الحرارى ، وعندما تثبت درجتا حرارة كل من الترمومترين(θ_2 , θ_1) تتساوى كميتا الحرارة المارة بالتوصيل ، خلال مادة القرص العازل، بالحرارة التى يفقدها للهواء القرص المعدنى . أى أن معدل التوصيل يساوى معدل فقد الحرارة من القرص المعدنى للجو .

ولقياس معدل تبريد القرص المعدنى يرفع من على غرفة البخار ، ثم ترفع درجة حرارته 5 درجات فوق الدرجة θ_2 التى وصل إليها الترمومتر العلوى عند حالة الاتزان

الحرارى . ثم يترك القرص ليبرد فى الهواء تحت نفس ظروف التجربة ، ويسجل الزمن (t
(sec . اللازم لكى تنخفض درجة حرارة القرص بمقدار 5 درجات تحت الدرجة θ_2 .
وبمعرفة كتلة القرص المعدنى m وحرارته النوعية S يكون متوسط معدل التبريد منه فى المنطقة بين $(\theta_2 + 5), (\theta_2 - 5)$ هو :

$$Q = \frac{m\, S \times 10}{t}$$

وهذا يساوى معدل التوصيل الحرارى خلال القرص العازل .

وبتطبيق قانون التوصيل الحرارى نحصل على معامل التوصيل الحرارى للمادة λ من المعادلة

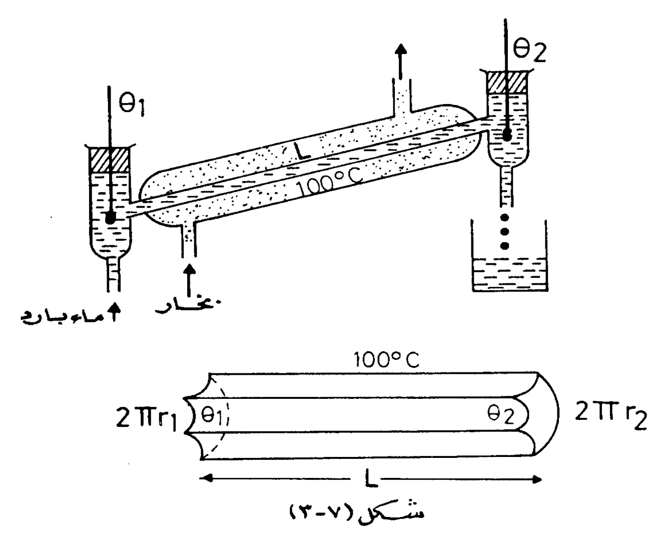
$$\frac{m\, S \times 10}{t} = \lambda \times \pi\, R^2 \times \frac{\theta_1 - \theta_2}{d} \qquad (7 - 4)$$

حيث R نصف قطر القرص ومساحته πR^2 ، $\frac{\theta_1 - \theta_2}{d}$ هو الميل الحرارى أثناء التجربة ، d سمك القرص .

٧/٥- إيجاد معامل التوصيل لمادة رديئة التوصيل على شكل أنبوبة :

نفرض أن الأنبوبة المراد تعيين معامل توصيلها الحرارى أنصاف أقطارها الداخلية والخارجية هى على الترتيب $(r_1 \,\&\, r_2)$ شكل (٧ - ٣) . تحاط الأنبوبة بغلاف يمرر بداخله بخار ماء ساخن يكون كمصدر حرارى للتوصيل فى جدار الأنبوبة . ويمرر بداخل الأنبوبة تيار منتظم من الماء مع قياس درجة حرارته عند مدخل الأنبوبة وعند مخرجها ولتكن الدرجتان (θ_1 , θ_2) .

تنتقل الحرارة خلال السطح الخارجى للأنبوبة والملامس للبخار إلى السطح الداخلى لها والملامس للماء البارد ، فيسخن بذلك تيار الماء بمروره داخل الأنبوبة وترتفع درجة حرارته إلى أن تصل إلى حالة الاتزان الحرارى .



شكل (٧-٣)

نفرض أن معدل سريان الماء فى الأنبوبة m gm فى الثانية يكون معدل التوصيل الحرارى هو $m \times 1 \, (\theta_2 - \theta_1)$ سعر / ثانية يتغير الميل الحرارى من مكان لآخر على طول الأنبوبة . درجة حرارة السطح الداخلى للأنبوبة ترتفع من درجة θ_1 عند المدخل إلى θ_2 عند المخرج ويتغير تبعا لذلك الميل الحرارى من : $\frac{100 - \theta_1}{r_2 - r_1}$ عند مدخل الأنبوبة إلى: $\frac{100 - \theta_2}{r_2 - r_1}$ عند مخرجها . حيث $r_2 - r_1$ هو سمك المادة التى يمر خلالها التيار الحرارى .

وتكون بذلك القيمة المتوسطة للميل الحرارى هى : $\frac{100 - \theta}{r_2 - r_1}$

حيث $\theta = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ هى القيمة المتوسطة للدرجتين .

وعند حساب المساحة التى تمر خلالها الحرارة يلاحظ أن مساحة السطح الساخن للأنبوبة ، والملامس للبخار هو $L \cdot 2 \pi r_2$ حيث L هو طول الأنبوبة المعرض للتسخين ،

بينما مساحة السطح الداخلى الملامس للماء هو $2\pi r_1 \ L$. لذلك وجب أيضا اعتبار المساحة المتوسطة $2\pi r \ . \ L$ ، حيث $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$

وذلك عند التعويض فى معادلة التوصيل الحرارى :

$$m \times 1 (\theta_2 - \theta_1) = \lambda \ 2\pi r L \ \frac{100 - \theta}{r_2 - r_1} \qquad (7 - 5)$$

ومنها نوجد λ معامل التوصيل لمادة الانبوبة

مثال (٧ - ١) :

يمر تيار من ماء فى أنبوبة طولها 30 سم بمعدل 165 سم٣ فى الدقيقة ، وكانت درجة حرارة الماء عند دخول الأنبوبة °20م ودرجته عند خروجه °40م ، وكان يحيط بالأنبوبة من الخارج بخار ماء فى درجة °100م . فإذا كان نصف قطرى الأنبوبة الداخلى والخارجى هما 6 ، 8 مم على الترتيب ، فأوجد معامل التوصيل الحرارى لها ؟

الحل :

$$m \times 1 (\theta_2 - \theta_1) = \lambda \times \ 2\pi r L \ \frac{100 - \theta}{r_2 - r_1}$$

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{0.8 + 0.6}{2} = 0.7 \text{ cm} .$$

$$\theta = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = 30 \ ^\circ c$$

$$\therefore \ 165 \times 1 (40 - 20) = \lambda \times 2 \pi \times 0.7 \times 30 \times \frac{100 - 30}{0.8 - 0.6} \times 60$$

$$\therefore \quad \lambda = 0.0012 \ \ \text{cal / cm / } ^\circ\text{c / s} .$$

مثال (٧ - ٢) :

قضيب معدنى معامل توصيله الحرارى 0.9 وطوله 25 سم ومساحة مقطعه 10 سم^٢ ، حفظت درجة حرارة إحدى نهايتيه عند درجة 100°م ، بينما بردت نهايته الأخرى بتيار من الماء يمر فى أنابيب تبريد تحيط بها ، وكانت درجة حرارة الماء الداخل 14° م . أوجد معامل سرعة الماء إذا فرضنا أن درجة حرارة طرف القضيب لا يجب أن تزيد عن 20° م ؟

الحل :

من المعادلة (2 - 7) :

$$m \times 1 \, (\theta_4 - \theta_3) = \lambda \, . A \times \frac{\theta_1 - \theta_2}{d} \times 1$$

$$\therefore \; m \, (20 - 14) = 0.9 \times 10 \times \frac{100 - 20}{25}$$

$$\therefore \; m = 4.8 \text{ gm / s}$$

وهذا هو معدل سريان الماء الذى يحفظ طرف القضيب عند درجة 20°م .

مثال (٧ - ٣) :

قرص من مادة عازلة مساحة سطحها 5 سم٢ وسمك القرص 0.4 سم ، والفرق بين درجة حرارة سطحيه 32° م . أوجد معامل التوصيل لمادة القرص علماً بأن معدل التوصيل الحرارى 200 كيلو سعر فى الساعة ؟

الحل :

$$Q = \lambda \quad A \quad R \quad t$$

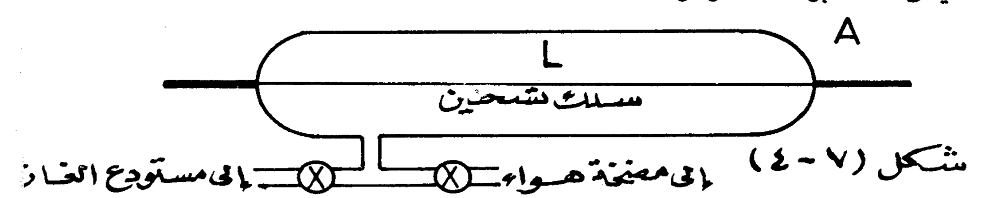
$$Q / t = \frac{200 \times 1000}{60 \times 60} \quad \text{cal / s}$$

$$\therefore \; \frac{1000}{18} = \lambda \times 5 \times \frac{32}{0.4}$$

$$\therefore \; \lambda = 0.14 \quad \text{cal / cm / } ^\circ\text{c / sec} .$$

٧/٦-التوصيل في الغازات (Conduction in gases) :

تستخدم طريقة السلك الساخن لتعيين معامل التوصيل الحرارى فى الغازات . ويتركب الجهاز (شكل ٧ - ٤) من أسطوانة A يمكن تفريغها من الهواء بواسطة مضخة . يوجد بمحور الأسطوانة سكل تسخين طوله L ، وتتصل الأسطوانة بمستودع للغاز يمكن قياس ضغطه بواسطة مانومتر .



شكل (٧ - ٤)

عند بدء التجربة نفرغ الأنبوبة جيداً من الهواء ، ثم ندخل الغاز بكمية محسوبة تحت ضغط معين . يمر تيار كهربائى فى سلك التسخين ، فتنتقل الحرارة بالتوصيل داخل الغاز إلى الأسطوانة الخارجية . فإذا كانت درجة حرارة السلك والأسطوانة هما θ_1 , θ_2 ونصف قطريهما r_1 & r_2 على الترتيب ، يمكن إثبات أن معامل التوصيل λ للغاز هو :

$$\lambda = \frac{1}{2\pi L} \cdot \frac{Q}{\theta_1 - \theta_2} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \qquad (7\text{-}6)$$

حيث Q هى معدل التوصيل الحرارى .

وتساوى $\frac{Iv}{J}$ حيث I شدة التيار الكهربائى المار فى السلك ، V هو الفرق فى الجهد بين طرفيه ، J المكافئ الكهربائى الحرارى .

وتقاس عادة درجة حرارة سلك التسخين بمعايرة التغير فى مقاومته الكهربية ، ويجدر بالذكر هنا أنه وجد أن معامل التوصيل الحرارى لأى غاز مقدار ثابت ، لا يتوقف على ضغط الغاز .

٧/٧ - العلاقة بين معاملات التوصيل الحراري والكهربائي للفلزات:

قانون فيدمان وفرانز (Wiedemann - Franz Law) :

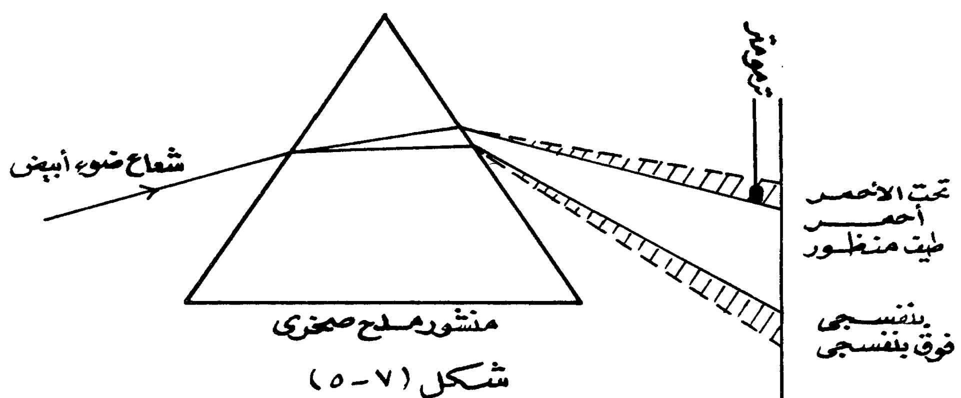
أجرى فيدمان وفرانز عدة تجارب ، لقياس معاملات التوصيل الحرارى والكهربائى لبعض الفلزات جيدة التوصيل ، وقد وجد أن النسبة بين معامل التوصيل الحرارى إلى معامل التوصيل الكهربائى لجميع الفلزات النقية مقدارا ثابتا ، إذا ما قيست عند نفس درجة الحرارة . وقد وجد لورنتز بعد ذلك أن هذا المقدار الثابت يتناسب طرديا مع درجة الحرارة المطلقة .

وقد فسرت هذه الظاهرة بأن العوامل التى تسبب انتقال الحرارة فى الفلزات هى نفس العوامل التى تحدث التوصيل الكهربائى . ولما كانت الإلكترونات الحرة فى الفلزات هى التى تتحكم فى توصيلها ، لذلك اقترح درودى أن هذه الإلكترونات الحرة تكون داخل الفلز ما يشبه الغاز التام ، فتنقل جزيئاته (الإلكترونات) الحرارة من مكان إلى آخر عن طريق نقل طاقة حركتها بواسطة عمليات التصادم مع بعضها أو مع الذرات .

الإشعاع الحراري
(Heat Radiation)

٨/٧ - انتقال الحرارة بواسطة الإشعاع الحراري :

تنتقل الحرارة من الأجسام الساخنة إلى أى فراغ محيط بواسطة الإشعاع ، دون الحاجة إلى وسط ناقل للحرارة كما هو الحال بالنسبة للحمل والتوصيل . فالإشعاع الحرارى له نفس طبيعة الضوء ، من حيث إنه أمواج كهرمغناطيسية يمكنها أن تنتقل فى الفراغ . فإذا مر شعاع من ضوء الشمس فى منشور من الملح الصخرى كما فى شكل (٧ - ٥) ثم اختبرت أجزاء الطيف المختلفة بواسطة ترمومتر حساس مستودعه مطلى باللون الأسود لامتصاص الحرارة ، نجد ارتفاعاً ملموساً فى درجة الحرارة فى منطقة ما بعد اللون الأحمر ، تسمى منطقة الاشعة تحت الحمراء أو منطقة الإشعاع الحرارى .



شكل (٧ - ٥)

ويبين الجدول (٧ - ١) مكان الإشعاع الحرارى فى الطيف الكهرمغناطيسى

جدول (٧ - ١) الطيف الكهرمغناطيسى

نوع الأشعة	مدى أطوال الموجات بالسنتيمتر
أشعة جاما	0.0002 الى 0.15 $\times 10^{-8}$
أشعة إكس	0.1 إلى 150 $\times 10^{-8}$
أشعة فوق البنفسجية	100 إلى 3500 $\times 10^{-8}$
أشعة منظورة	3500 الى 7800 $\times 10^{-8}$
أشعة تحت حمراء (حرارية)	0.000078 الى 0.04
أمواج لاسلكية	0.04 الى 10 $\times 10^{6}$

تمتص الأجسام المختلفة الحرارة بدرجات متفاوتة ، ومن السهل الإحساس بالإشعاع الحرارى عن طريق امتصاص الجلد له إذا ما قربنا يدنا من جسم ساخن . والجسم الأسود هو ذلك الجسم الذى يمتص تماما كل الكمية من الإشعاع الحرارى الساقط عليه ولا يعكس منها شيئا . أى أن معامل امتصاصه يساوى الوحدة . بينما المعامل يكون دائما أقل من الوحدة بالنسبة لجميع الأجسام الأخرى بسبب انعكاس بعض الحرارة عليها .

ويعرف معامل الامتصاص a_λ لسطح جسم ما بأنه النسبة بين كمية الحرارة الممتصة إلى كمية الحرارة الساقطة على السطح .

وإذا سخن جسم لدرجة حرارة $T\ ^{o}K$ فإنه يشع فى الثانية كمية من الحرارة من وحدة المساحات من سطحه الخارجى ، تميز قدرة الجسم على الإشعاع الحرارى ، وتسمى هذه الكمية بقدرة الانبعاث P وتتوقف على طبيعة السطح المشع .

وتعرف قدرة الانبعاث لسطح جسم ساخن بالنسبة بين معدل ما يشع من وحدة المساحات من سطحه إلى معدل ما يشع من نفس المساحة من جسم تام السواد عند نفس درجة الحرارة .

٩/٧ – نظرية التبادل الحراري لبريفوست

: (**Prevost's theory for heat exchange**)

يتعرف تماما الإشعاع الحرارى بكميته ونوعه ، ويتوقف نوع الإشعاع الصادر من أى جسم ساخن على درجة حرارته فقط ، وليس على طبيعة سطحه المشع . ويقصد هنا بنوع الإشعاع أطوال الموجات المنبعثة من الجسم . فمن المعروف أن أى جسم ترتفع درجة حرارته إلى حوالى 550° م يبدأ فى الاحمرار ، أى فى إرسال أشعة منظورة حمراء مهما كانت مادته أو طبيعة سطحة المشع .

وتعالج نظرية بريفوست التبادل الحرارى بين الأجسام الساخنة والأوساط المحيطة منها . فأى جسم درجة حرارته فوق درجة الصفر المطلق يشع كمية من الحرارة للوسط المحيط به ، كما يستقبل فى نفس الوقت كمية أخرى من الحرارة صادرة من نفس هذا الوسط . ويستمر هذا التبادل الحرارى حتى تتساوى كميتا الأشعة الصادرة من الجسم والواردة إليه من الوسط ويقال عندئذ : إن الجسم والوسط فى حالة اتزان حرارى .

٧/١٠ – قانون كيرشوف : (Kirchhoff's faw)

ينص قانون كيرشوف على أنه عند أى درجة حرارة تكون النسبة بين قدرة الانبعاث إلى قدرة الامتصاص لسطح جسم ما مقدارا ثابتا ، لا يتوقف على طبيعة سطح الجسم ولكن فقط على درجة حرارته وطول الموجه المشعة . ويساوى هذا الثابت قوة الانبعاث لجسم تام السواد .

ولإثبات هذا القانون نفرض حيزا معزولا حراريا عن كل ما يحيط به ، وموجود داخل هذا الحيز كمية من إشعاع حرارى له درجة حرارة وطول موجة معينة . تساوى شدة هذا الإشعاع I قدرة الإنبعاث E من جسم أسود له نفس درجة الحرارة . أى أن : $E = I$

فإذا وضع جسم ما داخل هذا الحيز يتم الوصول إلى حالة الاتزان الحرارى عندما تتساوى كميتا الحرارة الممتصة والمشعة من الجسم . فإذا كان معامل الامتصاص a_λ وقدرة الانبعاث للجسم e_λ يكون معدل الامتصاص من وحدة المساحة a_λ ومعدل الانبعاث من وحدة المساحة e_λ أى أن :

$$a_\lambda \cdot I = e_\lambda$$

$$E = \frac{e_\lambda}{a_\lambda} \qquad (7 - 7)$$

وهذا يثبت قانون كيرشوف . ولهذا القانون نتائج مهمة هى :

١ – الإشعاع الحرارى لا يتوقف على طبيعة وشكل الحيز الذى يحتويه كما أنه لا يتأثر إطلاقا بوجود أى جسم بداخله طالما ظلت حالة الاتزان الحرارى قائمة .

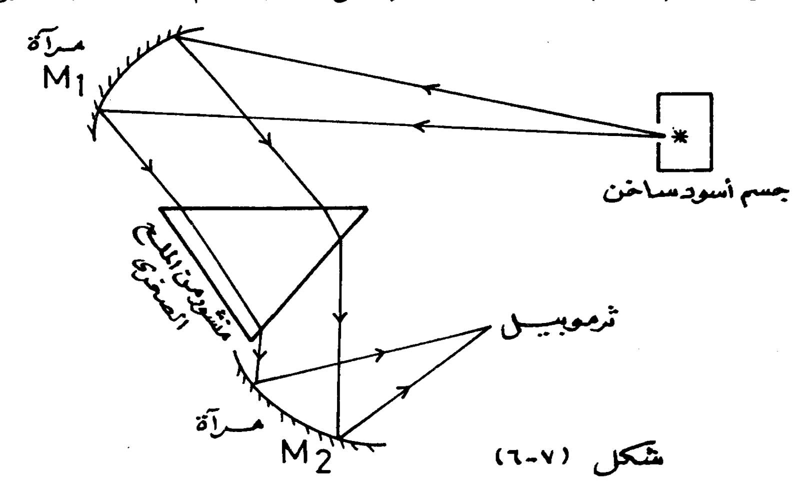
٢ – إذا كان جسم ما قادرا على امتصاص إشعاع له طول موجة معينة ، عندما تكون درجة حرارته منخفضة ، فإنه يكون أيضا قادرا على بعثها عندما ترفع درجة حرارته .

فمثلا إذا أحضرنا كرة من البلاتين المصقول مثبت عليها قطعة صغيرة من البلاتين الأسود ، تعكس الكرة معظم الأشعة الساقطة عليها عند درجات الحرارة المنخفضة فتظهر لامعة بينما تمتص قطعة البلاتين الأسود كل الأشعة الساقطة عليها فتبدو مظلمة . أما إذا رفعت درجة الحرارة بحيث تصبح الكرة قادرة على الإشعاع فى منطقة الأشعة المنظورة ،

نجد أن قطعة البلاتين السوداء قد أصبحت شديدة التوهج والبياض ، بينما تحولت الكرة كلها إلى اللون المعتم . وهذا يدل على أن البلاتين الأسود الذى كان قادراً على امتصاص جميع الأشعة الساقطة عليه ، عندما يكون بارداً يصبح قادرا على بعث الأشعة المرئية بدرجة كبيرة ، عندما يصبح ساخنا فيظهر مضيئا بينما يحدث عكس ذلك للبلاتين المصقول. وهذا يثبت عمليا صحة قانون كيرشوف .

٧/١١ - خواص الإشعاع الحراري :

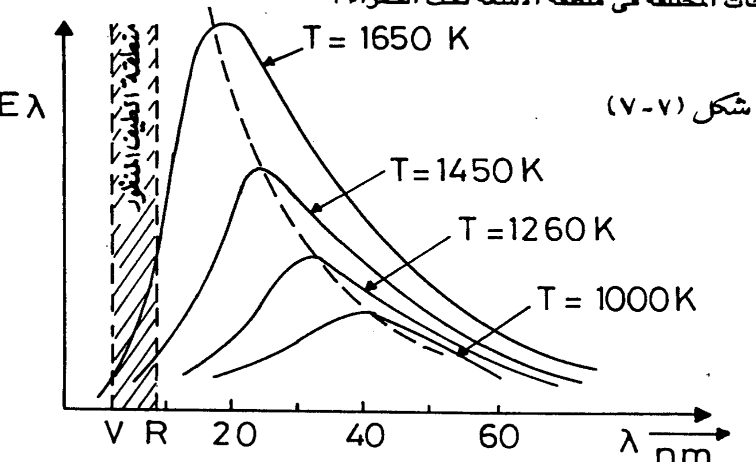
درست خواص الإشعاع من ناحية توزيع الطاقة على أطوال الموجة المختلفة فى المدى الكلى لإشعاع الجسم التام السواد . وقد استخدم فى ذلك سبكترومتر الأشعة تحت الحمراء المبين فى الشكل (٧ - ٦)، ويتركب من مصدر إشعاع حرارى كجسم أسود ساخن ، تخرج



شكل (٧-٦)

منه الأشعة لتسقط على مرآة M_1 تعكس حزمة متوازية من الأشعة ، على منشور من الملح الصخرى الذى لا يمتص الأشعة الحرارية المارة فيه ، وإنما يحللها طيفيا ثم تنعكس على

مرآة M_2 لتجميع الأشعة عند جهاز الترموبيل ، لتسجيل شدة الإشعاع الحرارى عند أطوال الموجات المختلفة فى منطقة الأشعة تحت الحمراء .



شكل (٧-٧)

يبين الشكل (٧ – ٧) توزيع الطاقة فى إشعاع الجسم الأسود E_λ مع طول الموجة λ عند درجات الحرارة المختلفة ، ويلاحظ أن الطاقة تزداد كلما ازداد طول الموجة فى منطقة الأشعة تحت الحمراء ، ثم تصل إلى قيمة قصوى تبدأ بعدها الطاقة فى الانخفاض بازدياد طول الموجة . ويزداد طول الموجة المناظر لأكبر قيمة للطاقة E_λ كلما قلت درجة الحرارة . وتتناسب عكسيا مع درجة الحرارة طول الموجة λ max التى يكون عندها الجسم مشعاً لأكبر كم من الطاقة الحرارية . ويعرف هذا القانون باسم مكتشفه فين . ويأخذ قانون الإزاحة لفين الصورة الرياضية التالية :

$$\lambda \max . T = 0.29$$

ويبين المنحنى المنقط فى الشكل (٧ – ٧) المحل الهندسى لجميع نقاط القمة فى المنحنيات بين λ , E_λ عند درجات الحرارة المختلفة .

وقد وجد فين أيضا العلاقة بين ارتفاع القمم فى هذه المنحنيات (E_λ (max مع

درجات الحرارة المناظرة حيث أثبتت أن :

$$E_\lambda \quad \alpha \quad T^{+5}$$
$$\alpha \quad \lambda_m^{-5}$$

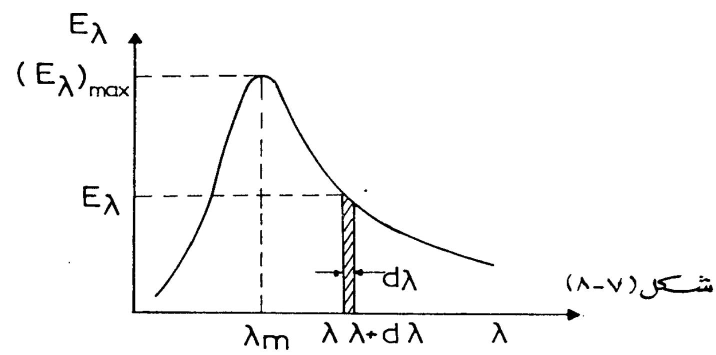
ثم جاء بلانك وتقدم بالنظرية الكمية Quantum theory وأثبتت أن منحنى التغير بين E_λ , T , λ يخضع للعلاقة المعروفة بمعادلة بلانك وهى :

$$E_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5 \left(e^{c_2/\lambda . T} - 1 \right)} \tag{7 - 8}$$

حيث c_1 & c_2 ثوابت .

١٢/٧ - قانون ستيفان - بولتزمان (Stefan-Boltzmann's law) :

إذا اعتبرنا منحنى التغير بين E_λ & λ ، تكون الطاقة الكلية المشعة من وحدة المساحات من الجسم الساخن فى الثانية هى $E_{tot.}$ حيث $E (total) = \int E_\lambda . d\lambda$



شكل (٧-٨)

وتمثل المساحة الكلية تحت المنحنى قيمة هذه الطاقة الكلية (شكل ٧ - ٨) . وعلى ذلك تتناسب هذه الطاقة مع الأس الرابع لدرجة الحرارة المطلقة $E (total) \ \alpha \ T^4$ ويعرف هذا بقانون ستيفان - بولتزمان الذى يوضع على الصيغة :

$$E = \sigma . T^4$$

حيث σ ثابت قيمته 5.67×10^{-8} واط / متر² / درجة⁴ ، ويعرف بثابت ستيفان للإشعاع الحرارى .

وبتعميم هذا القانون نجد أن جميع الأجسام تشع عند أى درجة حرارة أعلى من درجة الصفر المطلق . وتستقبل كذلك الإشعاع الصادر من الأجسام المجاورة ، وتتناسب كمية الإشعاع من وحدة المساحات مع الأس الرابع لدرجة الحرارة المطلقة للجسم المشع .

فإذا تواجد جسم ساخن ، درجة حرارته T فى وسط أقل حرارة ، درجة حرارته T_o نجد أن الطاقة المفقودة من الجسم الساخن ، والتى يكتسبها الوسط وفقا لنظرية بريفوست للتبادل الحرارى هى :

$$E = \sigma T^4 - \sigma T_o^4 \qquad (7 - 9)$$

وإذا كان الفرق صغيراً بين درجتى جرارة الجسم والوسط المحيط يكون :

$$T = T_o + \Delta T$$

حيث ΔT هو فرق درجات الحرارة . ويصبح قانون ستيفان – بولتزمان

$$E = \sigma [(T_o + \Delta T)^4 - T_o^4]$$

ويمكن اختصار هذه المعادلة بفك الأقواس ، وإهمال الكميات الصغيرة من الدرجة الثانية فما فوق مثل : ΔT^2 , ΔT^3 وهكذا نحصل على :

$$E = \sigma (4 T^3 \cdot \Delta T) \qquad (7 - 10)$$

أى أن هناك تناسباً بسيطاً بين معدل فقد الحرارة من الجسم الساخن ، والفرق بين درجة الوسط المحيط(ΔT) طالما أن هذا الفرق صغير . ويعرف هذا بقانون نيوتن للتبريد .

أى أن قانون نيوتن للتبريد هو حالة خاصة من قانون ستيفان – بولتزمان ، عندما يكون فرق درجة الحرارة بين الجسم الساخن والوسط صغيراً .

مثال (٧ - ٤)

طول فتيل مصباح كهربائى 0.5 مترا وقطره 6×10^{-5} مترا . فإذا كانت قدرة

المصباح 60 واط ، فأوجد درجة حرارة الفتيل . باعتبار أن الإشعاع من الفتيل الساخن يكافئ 80% من إشعاع جسم أسود ، تام السواد عند نفس درجة الحرارة .

(ثابت ستيفان σ = 5.7 × 10^{-8} واط / متر^{2} / درجة^{4})

الحل :

معدل الطاقة المشعة من الفتيل = معدل الشغل الكهربائي المبذول

$$0.8 \times \sigma T^4 \times A = 60 \text{ watt}$$

حيث A هي مساحة السطح الخارجي للفتيل ويساوي $2 \pi r h$ حيث r نصف قطر الفتيل، h طوله .

$$0.8 \times 5 \times 10^{-8} \times 2 \pi \times 3 \times 10^{-5} \times 0.5 \times T^4 = 60$$

$$\therefore \quad T = 1933 \text{ K}$$

٧/١٣- الثابت الشمسي (Solar constant) :

من أهم الثوابت فى موضوع الطاقة الشمسية هو الثابت الشمسى ، ويعرف بكمية الطاقة الحرارية التى تسقط عموديا من الشمس على وحدة المساحات من سطح الأرض فى الثانية . وبدهى أن قيمته تتوقف على المكان الذى يقاس عنده ، وأيضا على العوامل الخارجية المؤثره على الإشعاع الشمسي . وقد وجد أن القيمة المتوسطة لهذا الثابت هى 1.94 سعر / سم^{2} / دقيقة . وقد أمكننا بواسطة هذا الثابت تقدير درجة حرارة الشمس بتطبيق قانون ستيفان - بولتزمان عليها واعتبارها جسما ساخنا يشع حرارته فى الفراغ .

نفرض أن درجة الحرارة المطلقة للشمس TK وأن نصف قطرها R وأن كمية الحرارة الكلية المشعة منها E . تكون

$$E = 4 \pi R^2 \sigma T^4 \qquad (7 - 11)$$

حيث $4 \pi R^2$ هى مساحة السطح الساخن المشع للشمس . إذا كانت المسافة بين الشمس والأرض D تكون الطاقة الكلية المشعة من الشمس موزعة فى جميع الاتجاهات ،

لتسقط على مساحة $4 \pi D^2$ هى مساحة السطح الداخلى لكرة يكون مدار الأرض حول الشمس أحد مقاطعها (انظر شكل ٧ – ٩) .

كمية الحرارة الساقطة من الشمس على وحدة الأرض المساحات فى وحدة الزمن على سطح الأرض هى الثابت الشمسى K ويساوى :

$$K = \frac{E}{4 \pi D^2} = \frac{4 \pi R^2}{4 \pi D^2} . \sigma T^4$$

$$\therefore \quad K = \sigma \frac{R^2}{D^2} T^4 \qquad (7 - 12)$$

الشمس

D

شكل (٧-٩)

وبمعرفة نصف قطر الأرض وبعدها عن مركز الشمس بطرق فلكية ، أمكن تعيين درجة حرارة الشمس التى قدرت بستة آلاف درجة تقريبا عند السطح .

مثال (٧ - ٥)

أوجد درجة حرارة سطح الأرض بفرض أنها فى حالة اتزان حرارى إشعاعى مع الشمس ، اعتبر نصف قطر الشمس 7×10^8 متر وبعد الأرض عن الشمس 1.5×10^{11} متر ، ودرجة الحرارة السطحية للشمس 6000 درجة ؟

الحل :

معدل الإشعاع من الشمس = σ × مساحة سطح الشمس × T_s^4

$$= \sigma \times 4 \pi R_s^2 \times T_s^4$$

معدل الطاقة التى تصل لسطح الأرض هى :

$$\frac{\pi R_e^2}{4 \pi R^2} \times \sigma \times 4 \pi R_s^2 \times T_s^4$$

حيث R هو البعد بين الأرض والشمس ، R_e هو نصف قطر الأض πR_e^2 هى

المساحة التى تسقط عليها أشعة الشمس عموديا على سطح الأرض (انظر شكل ٧ – ١٠)

معدل الإشعاع الصادر من الأرض هو

$$\sigma \ 4\pi R_e^2 \ . \ T_e^4$$

وباعتبار الاتزان حراريا بين الأرض والشمس

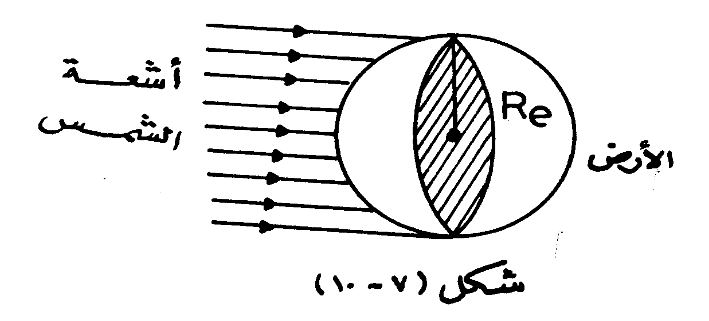
$$\sigma \times 4\pi R_e^2 \ . \ T_e^4 = \sigma \times 4\pi R_s^2 \ . \ T_s^4 \ \frac{\pi R_e^2}{4\pi R^2}$$

وبحذف R_e من المعادلات

$$T_e^4 = T_s^4 \ \frac{R_s^2}{4 \ R^2}$$

$$\therefore \ T_e = 6000 \left(\frac{7 \times 10^8}{2 \times 1.5 \times 10^{11}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 290 \ K$$



شكل (٧ – ١٠)

تمارين على الفصل السابع

١ – غلاية من النحاس مساحة سطحها الموصل للحرارة متر مربع . ما كمية الماء الذى يتبخر فى الساعة إذا كان السطح الخارجى الساخن للغلاية 150° م . وسمك جدار الغلاية 0.7 سم ؟ (معامل التوصيل للنحاس 0.9 سعر / سم / ث / درجة) .

٢ – قضيب من النحاس طوله 28 سم ومساحة مقطعه 4 سم^2 وضع أحد طرفيه فى غرفة بخار ماء ، بينما وضع الطرف الآخر فى مخلوط به جليد وماء . إذا أهمل فقد الحرارة من سطح القضيب . أوجد شدة التيار الحرارى ودرجة الحرارة عند نقطة تبعد 3 سم عن طرف القضيب البارد ؟

٣ – قضيب من الصلب قطره 1 سم ، يغلفه من الخارج أسطوانة من النحاس قطرها الخارجى 2 سم ، ويوجد عليها طبقة عازلة حراريا . إذا كان طول هذا القضيب المركب 2 مترا وحفظ طرفيه عند درجة 100°م ، 0° م أوجد :

أولا : التيار الحرارى الكلى المار بالقضيب ؟

ثانيا : ما هى النسبة التى تمررها كل من مادة الصلب والنحاس ؟

٤ – أمر تيار حرارى خلال قضيبين من مادتين مختلفتين، معاملا التوصيل الحرارى لهما 0.5 ، 0.9 على الترتيب ، وكان القضيبان متصلين معا ببعضهما من طرف واحد ومعزولين من الجوانب . وكان طرف القضيب الأول فى درجة 100° م وطوله 10 سم ، وكان طرف القضيب الثانى فى درجة صفر وطوله 30 سم أوجد درجة حرارة السطح المشترك ، ثم أوجد شدة التيار الحرارى . علماً بأن مساحة مقطع كل من القضيبين 2 سم^2 ؟

٥ – طبقة من الجليد سمكها 10 سم تكونت فوق سطح بحيرة ، فإذا كان السطح العلوى للجليد ثابت عند -15° م فأوجد الزمن اللازم لكى يزداد سمك الجليد بمقدار 0.2 مم . علما بأن الحرارة الكامنة لانصهار الجليد 80 سعر / جم وكثافة الجليد 0.9

جم / سم^{3} ، ومعامل التوصيل الحرارى له 0.005 بوحدات سم جم ثانية ؟

٦ – وضع حاجز من النحاس معامل توصيله الحرارى 0.9 ، وسمكه 2 سم وارتفاعه 10 سم وعرضه 15 سم فى إناء ، بحيث يقسمه إلى قسمين منفصلين ووضع فى القسم الأول جليد وأمر تيار بخار ماء فى الثانى . أوجد كمية ما ينصهر من الجليد فى 5 دقائق وكذلك المعدل الذى يتكثف به البخار ؟

٧ – أمكن بواسطة موقد شمسى تجميع أشعة الشمس الحرارية الساقطة على مساحة متر مربع فى نقطة .أوجد الزمن اللازم لكى تتبخر تماما كتلة 10 جم جليد فى درجة الصفر وضعت فى هذه النقطة ؟ علماً بأن متوسط الثابت الشمسى 1.94 سعر / سم^{2} دقيقة .

٨ – سلك معدنى مقاومته النوعية 2×10^{4} أوم . سم وقطره 1 مم ، يمر به تيار شدته 10 أمبير ومغطى بطبقة منتظمة من عازل معامل توصيله الحرارى 6×10^{4} وحدات سم . جم . ث وقطرها 1 سم .

ما هو الفرق بين درجتى حرارة السطحين الداخلى والخارجى لهذه المادة ، علما بأن المكافئ الكهربائى الحرارى 4.2 جول / سعر ؟

٩ – إذا كان كل سم^{2} من سطح الشمس يشع فى الثانية كمية من الطاقة تساوى 1.5×10^{3} سعر ، فاحسب درجة حرارة السطح للشمس علماً بأن المكافئ الميكانيكى الحرارى 4.2 جول / سعر ؟

١٠ – وضعت كرة سوداء من النحاس نصف قطرها 2 سم فى حيز مفرغ درجة حرارة سطحه 180 كلفن . ما هى كمية الطاقة التى يلزم تزويد الكرة بها فى الثانية الواحدة حتى تحتفظ بدرجة حرارتها عند درجة 127° م؟

١١ – كرة سوداء نصف قطرها 2 سم درجة حرارتها -73° م ، ومعلقة فى حيز مفرغ جدرانه تامة السواد ودرجة حرارته 27° م . إذا علم أن معدل التبادل الحرارى بين

الكرة والحيز هو 1.85 جول / ث فأوجد ثابت ستيفان ؟

١٢ - إذا اعتبرنا أن الشمس جسم ساخن مشع وأن شـــدة الإشعـاع عـند نقطة ما تـــتناسب عكـــسيامع مـربع بعد النقطة عن مركز الشمس . فأوجد درجـة حرارة الشمس علما بأنها تبعد عـــن الأرض 14.72×10^{7} كيلو متر ، وأن كمية الحرارة التى تصل إلى سطح الأرض من الشمس هى 1.8 سعر/ سم^{٢} / دقيقة وأن نصف قطر الشمس 7.04×10^{5} كيلو متر ؟

١٣ - كرة سوداء من الحديد قطرها 10 سم تبرد بالإشعاع فى فراغ حفظت جدرانه فى درجة الصفر المئوى . ما الزمن اللازم لكى تبرد هذه الكرة من 200° م إلى 199° م ، علما بأن الحرارة النوعية للحديد 0.11 سعر / جم / درجة ؟

١٤ - سخان كهربائى قدرته واحد كيلو واط ، مساحة سطح عنصره الساخن 0.006 متر مربع. أوجد درجة حرارته، علماً بأن ثابت ستيفان 5.7×10^{-8} واط/م^{٢} /(درجة)^{٤} ؟

١٥ - جمعت أشعة الشمس بواسطة مرآة قطرها 12 سم ، ووضع فى بؤرة المرآة مسعر نحاس يمتص كل الطاقة الساقطة عليه . فإذا علم أن السعة الحرارية للمسعر ومحتوياته 248 جول / درجة ، وأن درجة الحرارة ترتفع 8 درجات فى دقيقتين ، فاحسب كمية الحرارة التى يستقبلها المتر المربع من سطح الأرض فى الدقيقة من الطاقة الشمسية ، إذا كانت الأشعة رأسية ؟

١٦ - سقف منزل أبعاده 20 متر × 50 متر مطلى باللون الأسود ، احسب كمية الطاقة الشمسية التى يمتصها بفرض أن نصف الطاقة الشمسية يفقد فى الهواء الجوى ؟

درجة حرارة الشمس = 6000 درجة .

ثابـــت ستيفـــان = 5.67×10^{-8} واط / متر^{٢} / درجة^{٤} .

نصف قطـــر الشمـــس = 7.5×10^{8} مترا .

بعد الأرض عن الشمس = 1.5×10^{11} مترا .

الفصل الثامن

خواص الغازات والأبخرة

(Properties of gases and Vapours)

٨/١ - نظرية الحركة للغازات التامة

:(Kinetic theory of gases)

تتحرك جزيئات أى غاز حركة مستمرة ، بسرعة متوسطة تتوقف على درجة حرارة الغاز . فكلما ارتفعت الدرجة ازدادت سرعة الجزيئات وبالتالى تزداد طاقة حركتها . وقد وجد أنه عند الضغوط المخلخلة تنطبق على الغازات بعض القوانين البسيطة التالية :

١ - قانون بويل : وينص على أنه لكتلة معينة من غاز ، يتناسب ضغط الغاز عكسيا مع حجمه عند ثبوت درجة حرارته .

٢ - قانون شارل : وينص على أنه عند تسخين كتلة معينة من غاز مع تثبيت حجمها ، يزداد ضغط الغاز طرديا مع درجة حرارته .

٣ - قانون دالتون للضغوط الجزئية : وينص على أن ضغط أى مخلوط من غازات على جدران الإناء الذى يحتويه ، يساوى مجموع الضغوط التى تؤثر بها هذه الغازات ، لو وجد كل منها على حدة فى نفس هذا الإناء .

٤ - قانون جول : وينص على أن الطاقة الداخلية لغاز لاتتوقف على حجمه .

٥ - قانون جاى لوساك : يعالج هذا القانون الاتحاد الكيميائى بين الغازات ، وينص على أن حجوم الغازات المتفاعلة كيميائيا يكون بينها تناسب بسيط ، وكذلك مع حجم ناتج التفاعل لو كان هذا الناتج غازيا .

٦ - قانون أفوجادرو : وينص على أن الحجوم المتساوية من الغازات عند نفس درجة الحرارة ، والتى يكون لها نفس الضغط تحتوى على نفس العدد من الجزيئات . ويعرف عدد أفوجادرو بأنه عدد الجزيئات فى الجرام الجزيئى من أى غاز وقيمته 6.023×10^{23} جزىء .

٨/٢ – الغاز التام وحساب ضغطه (The perfect gas) :

من قوانين الغازات السابقة – وكلها قوانين تجريبية استنتجت لغازات تحت ضغط مخلخل – يمكن استنباط تركيب بسيط للغازات ، وسيطلق على كل غاز ينطبق عليه هذه المواصفات بالغاز المثالى ، وهو غاز أحادى الذرة تكون لجزيئاته الصفات التالية :

تتركب جزيئات الغاز المثالى من كرات متماثلة صلبة ملساء وتامة المرونة ، وتتحرك الجزيئات حركة عشوائية مستمرة ، وتتصادم مع بعضها وكذلك مع جدران الإناء المحتوى لها ، دون أن تفقد أى جزء من طاقة حركتها نتيجة لذلك ، ويتناسب متوسط طاقة حركة الجزىء تناسبا طرديا مع درجة الحرارة المطلقة للغاز . كما لاتوجد قوى بينية بين الجزيئات التى يعتبر حجمها مهملا بالنسبة للحجم الكلى للغاز .

ولإيجاد ضغط الغاز المثالى من خواصه الميكروسكوبية وسرعة حركة جزيئاته ، نفرض كمية من غاز مثالى داخل حيز مغلق ، تعرفه محاور الإحداثيات (x , y , z) . يوجد بكل جرام جزىء من هذا الغاز عدد أفوجادرو N من الجزيئات تشغل حجما قدره V .

عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم $n = \dfrac{N}{V}$

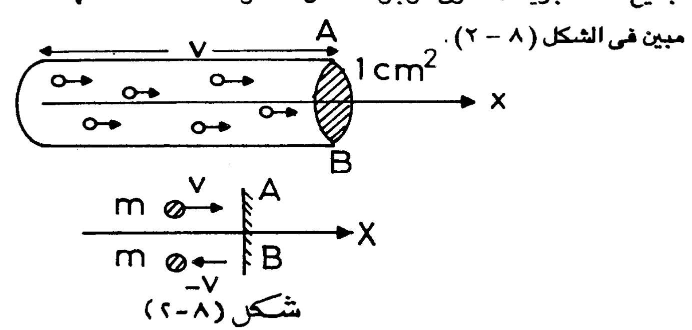
نفرض مساحة AB من جدار الإناء وأن هذه المساحة تقع عمودية على المحور السينى كما فى الشكل (٨ – ١) .

بما أن حركة الجزيئات عشوائية فى أى اتجاه ، يمكن اعتبار أن ثلث عدد الجزيئات يتحرك فى كل من الاتجاهات x , y , z . كما أن تساوى احتمال الحركة فى الاتجاهات الموجبة أو السالبة ، يجعل عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم التى تتحرك فى الاتجاه الموجب السينى – أى – ناحية المساحة AB هو : $n \ \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3}$ أى : $(1/6)\ n$ جزىء

شكل (٨-١)

إذا كانت كتلة الجزىء m وسرعته المتوسطة v تكون كمية حركته mv . وإذا تصادم هذا الجزىء تصادما مرنا فإنه يرتد بسرعة v- وتكون كمية حركته بعد التصادم mv – ويكون بذلك التغير فى كمية حركة الجزىء $2mv = mv - (- mv)$

ولحساب عدد مرات تصادم الجزيئات مع المساحة AB فى الثانية نفرض جزيئاً سرعته v cm/s يقطع مسافة $v \times 1$ سنتيمتر كل ثانية . يتصادم مع المساحة AB كل ثانية جميع الجزيئات التى تكون متجهه إليها ، وعلى بعد يساوى أو أقل من المسافة v سنتيمتر . جميع هذه الجزيئات تكون موجودة داخل أسطوانة مساحة قاعدتها AB ، وارتفاعها v كما مبين فى الشكل (٨ – ٢) .



شكل (٨-٢)

باعتبار أن المساحة AB تساوى الوحدة يكون حجم هذه الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع = $v \times 1$. عدد الجزيئات فى هذا الحجم هو $n \cdot v$ يتجه من هذا العدد (nv) $\frac{1}{6}$ فقط فى الاتجاه الموجب لمحور السينات أى ليتصادم مع المساحة AB.

التغير فى كمية الحركة للجزيئات عند تصادمها مع وحدة المساحة من جدار الإناء

$$= 2\, m\, v \times \frac{1}{6}\, nv$$

$$= \frac{1}{3}\, n\, m\, v^2$$

ومن قانون نيوتن للحركة : يساوى هذا التغير فى كمية الحركة دفع الجزيئات على وحدة المساحة من جدار الإناء نتيجة للتصادم . وهذا الدفع يساوى ضغط الغاز P أى أن :

$$P = \frac{1}{3} m n_{..} v^2 \qquad (8\text{-}1)$$

ويلاحظ هنا أننا اعتبرنا أن سرعات جميع الجزيئات للغاز واحدة ، وهذا تبسيط شديد يهدف لتسهيل المعالجة الرياضية والحقيقة أن الجزيئات تتفاوت سرعاتها ابتداء من الصفر وحتى اللانهاية، ولكن تتجمع معظم سرعات الجزيئات حول قيمة متوسطة . وبمعالجة هذا الموضوع بدقة أكثر من الناحية الرياضية يجعلنا نستبدل مربع سرعة الجزيئات v^2 في المعادلة (8-1) بمتوسط مربع سرعة الجزيئات $\overline{v}^2$ ، والخط فوق v^2 يعبر عن القيمة المتوسطة وتعطى المعادلة .

$$\overline{v}^2 = \frac{\Sigma_i (n_i v_i^2)}{\Sigma n_i} \quad , \quad i = 1, 2, 3, ... \qquad (8\text{-}2)$$

حيث n_i هى عدد الجزيئات التى لها سرعة v_i . وبدهى أن العدد الكلى للجزيئات فى الغاز يساوى $\Sigma_i n_i$.

ويطلق عادة على $\sqrt{\overline{v}^2}$ بجذر متوسط مربع السرعة لجزيئات الغاز

root mean square velocity . r m s v

٨/٣ – قانون تساوي توزيع الطاقة

: (Law of equipartition of energy)

سبق أن أثبتنا أن ضغط الغاز المثالى يعطى بالمعادلة

$$P = \frac{1}{3} m n \overline{v}^2$$

حيث n عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم وتساوى $\frac{N}{V}$ حيث N عدد أفوجادرو ، V هو حجم الغاز الذى يحتوى هذا العدد .

$$P = \frac{1}{3} m \frac{N}{V} \overline{v}^2$$

$$PV = \frac{1}{3} m N \overline{v}^2$$

$$PV = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} M \overline{v}^2 \qquad (8\text{-}3)$$

حيث $M = m N$ هو الوزن الجزيئى للغاز ، $\frac{1}{2} M \overline{v}^2$ هى طاقة الحركة الكلية للجزيئات فى الجرام الجزيئى من الغاز ، وتتناسب هذه الطاقة مع درجة الحرارة المطلقة للغاز T وتصبح بذلك المعادلة (8-3)

$$PV = R T = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} M v^2 \right)$$

أى أن : طاقة الحركة للجرام جزىء تساوى $(3/2)\,RT$ حيث R هو ثابت الغاز للجرام الجزيئى . ولإيجاد طاقة الحركة للجزىء نقسم على عدد أفوجادرو N .

طاقة الحركة للجزىء تساوى

$$\frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T \qquad (8\text{-}4)$$

حيث $k = \frac{R}{N}$ = عدد بولتزمان ويساوى 1.38×10^{-23} جول / درجة ، أى أن طاقة حركة الجزىء فى الفراغ تساوى $\frac{3}{2} kT$. ولما كان الجزىء حرا ليتحرك فى أى من الاتجاهات الثلاثة x , y , z لذلك يخص كل اتجاه طاقة قدرها $\frac{1}{2} kT$ وهذا هو قانون تساوى توزيع الطاقة ، وينص على أن طاقة الجزىء تتوزع بالتساوى على درجات الحرية للحركة ويخص كل درجة حرية طاقة قدرها $\frac{1}{2} kT$

٨/ ٤ - قانون ديولنج وبتي للحرارة الذرية للمواد

(Dulong et Petit law)

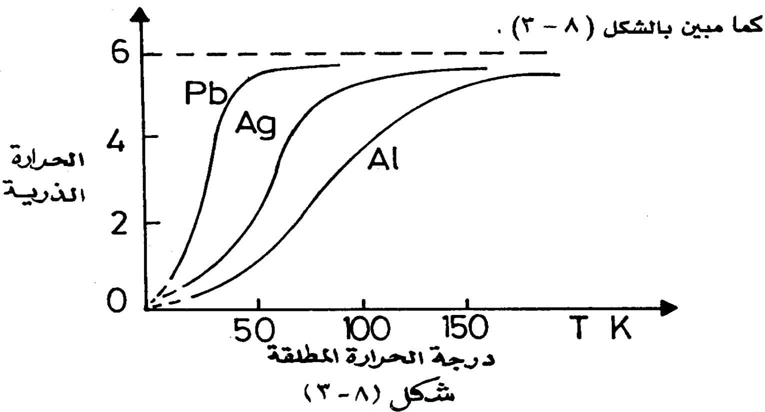
يوجد لجزيئات الغاز المثالى ثلاث درجات حرية كلها انتقالية ، وذلك لافتراض عدم وجود قوى بينيه بين الجزيئات . أما فى الأجسام السائلة والصلبة توجد ثلاث درجات حرية دورانية ، تضاف إلى درجات الحرية الانتقالية ، وذلك بسبب وجود القوى الجزيئية . وعلى ذلك تكون طاقة الجرام الجزيئى من المادة مساويا $2 \times \frac{3}{2} RT$ أى أن $Q = 3\,RT$ ولما كانت الحرارة النوعية للجرام الجزيئى (الحرارة الذرية) هى معدل تغير طاقة الجرام

الجزيئى بالنسبة لدرجة الحرارة . أى أن :

$$C_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P = 3R \qquad (8-5)$$

لذلك يلزم للجرام الجزيئى كمية من الطاقة قدرها 3R لكى ترتفع درجة حرارته درجة واحدة مئوية ، وتلك هى الحرارة الذرية وهى بذلك تكون واحدة القيمة لجميع المواد وتساوى 3R أى حوالى 6 تقريبا .

ويعرف ذلك بقانون ديولنج وبتى ، وهذا القانون صحيح فقط عند درجات الحرارة المرتفعة ، إذ وجد أن الحرارة الذرية للمواد تتناقص كلما اقتربنا من درجة الصفر المطلق كما مبين بالشكل (٨ - ٣) .



شكل (٨ - ٣)

ويجدر بالذكر أن الحرارة الذرية للمادة تساوى حرارتها النوعية مضروبا فى الوزن الذرى لها .

ولم تستطع النظرية الكلاسيكية للحرارة الذرية تفسير تناقص قيمة الحرارة الذرية مع درجة الحرارة قرب الصفر المطلق . ثم جاء بعد ذلك إينشتين وأدخل المبدأ الكمى عند حساب طاقة الجرام الجزيئى ، وتلاه ديباى حيث أدخل فكرة طيف الترددات للاهتزاز الشبيكى ، ومنها ظهرت نظرية الفونونات Phonons ، حيث عرف الفونون بأنه كمة من الذبذبة الميكانيكية . وحسب ديباى فى ضوء ذلك طاقة الجرام الجزيئى والحرارة الذرية ،

وأمكنه التحقق نظريا من صحة تناقص الحرارة الذرية لجميع المواد، واقترابها من الصفر عند درجة الصفر المطلق .

مثال (٨ - ١) :

أوجد متوسط طاقة الحركة لجزىء غاز مثالي عند درجة 27° م مقدرة بالإلكترون فولط ؟

الحـــل :

طاقة حركة الجزىء $= \frac{3}{2} k t$

$$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 6.2 \times 10^{-21} \text{ joule}$$

لكن $1.6 \times 10^{-19} \text{ joule} = 1 \text{ e.V}$

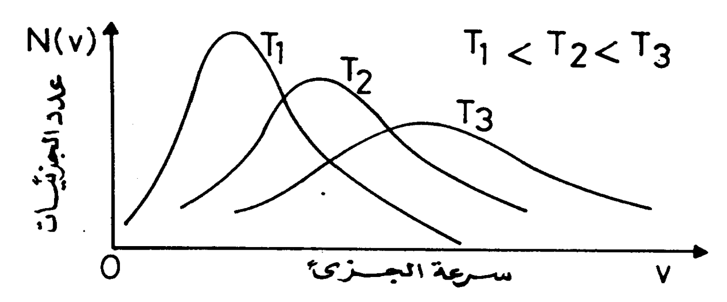
∴ طاقة حركة الجزىء عند درجة الغرفة 27° م هى :

$$\frac{6.2 \times 10^{-21}}{1.6 \times 10^{-19}} = 0.0387 \text{ eV}$$

٨/٥- قانون ماكسويل للتوزيع العددي للسرعات :

(Maxwell's law for the distribution of velocities)

إذا قيل : أن غازاً ما فى حالة استقرار حرارى لايعنى ذلك أن سرعة جميع جزيئات الغاز واحدة . يوجد عند كل درجة حرارة للغاز سرعة متوسطة تميز هذه الدرجة . ولكن إذا اختبرت جميع الجزيئات فى لحظة ما لوجدنا أن هناك بعض الجزيئات سرعاتها بطيئة وأخرى سريعة ، ولكن أغلبية الجزيئات تقترب سرعاتها من قيمة السرعة المتوسطة . وتتغير دائما قيمة السرعة الذاتية للجزىء نتيجة للتصادم ، ولكن تظل دائما الطاقة الداخلية الكلية للغاز ثابتة طالما لم تتغير درجة الحرارة . هذا يعنى أن التوزيع العددى للجزيئات بالنسبة لسرعاتها لايتغير مع الزمن . وتبين المنحنيات فى الشكل (٨ - ٤) علاقة عدد الجزيئات التى تتراوح سرعاتها بين v & $(v + dv)$ عند أى درجة حرارة .



شكل (٨ - ٤)

ويمثل المنحنى ناقوساً مقلوباً ، يلاحظ أنه برفع درجة الحرارة يزاح الشكل لمنطقة السرعات الأكبر .

لإثبات قانون ماكسويل للتوزيع العددى للسرعات ، نعتبر عمودا من الهواء الجوى مساحة مقطعة الوحدة ويرتفع عموديا على سطح الأرض ، وهو فى حالة اتزان ديناميكى حرارى عند الدرجة $T°K$.

تتزن جزيئات الهواء فى العمود تحت تأثير الجاذبية الأرضية .

اعتبر طبقة من الهواء كما فى الشكل (٨ - ٥) يحدها سطحان عند x ، $(x + dx)$ حيث يكون الضغط عليها P ، $(P - dP)$ على الترتيب ، ويلاحظ تناقص الضغط مع تزايد الارتفاع عن سطح الأرض حيث قيمة الضغط P_o .

شكل (٨ - ٥)

وزن جـزيئـات الهـواء فى هذه الشـريحـة هو $\rho\ g\ dx$ حيث ρ هى كثافة الهواء على ارتفاع x من سطح الأرض .

يتزن هذا الوزن مع الفرق فى الضغط على جانبى الطبقة . أى أن :

$$\rho\ g\ dx = (P - dP) - P$$

$$\rho\ g\ dx = - dP \qquad (8-6)$$

لكن من قانون الغازات :

$$P V = N k T$$

حيث $\frac{N}{V} = n$ هو عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم .

$$P = n k T \tag{8-7}$$

$$dP = kT\,dn$$

إذا كانت m هى كتلة الجزىء تكون كثافة الغاز :

$$\rho = n m \tag{8-8}$$

وبالتعويض فى المعادلة (8-6) نحصل على :

$$- kT\,dn = n\,m\,g\,dx$$

$$\frac{dn}{n} = - \frac{mg}{kT}\,dx$$

وبالتكامل نحصل على العلاقة بين عدد الجزيئات عند سطح الأرض n_o والعدد n على أى ارتفاع x

$$n = n_o \exp\left(- \frac{m g x}{kT}\right) \tag{8-9}$$

ويلاحــظ أن هذه هى نفس معادلة التوزيع العددى لدقائق جسم معلق فى سائل (معادلة 4-22) بالنسبة للارتفاع . ولما كان ضغط الهــواء يتناسب طــرديا مــع عــدد الجزيئات فى وحدة الحجوم (معادلة 8-7) ، لذلك يمكن كتابة المعادلة (8-9) على الصورة :

$$P = P_O \exp\left(- \frac{m g x}{kT}\right) \tag{8-10}$$

نعتبر بعد ذلك حركة الجزيئات عشوائية فى عمود الهواء . يعبر الشريحة عند الارتفاع x تياران من الجزيئات أحدهما من أسفل إلى أعلى والآخر من أعلى إلى أسفل ، ويتساوى عدد الجزيئات فى كل تيار فى حالة الاتزان الديناميكى الحرارى .

عند سطح الأرض حيث $x = o$ يستطيع الجزىء ذو السرعة الابتدائية v_O أن يرتفع ضد الجاذبية إلى مسافة $x = \frac{v_O^2}{2g}$ وفقا لقوانين نيوتن للحركة .

عندما يصل الجزىء إلى أقصى ارتفاع تكون طاقة حركته قد تحولت تماما إلى طاقة

موضع $m g x$ ، ثم يسقط بعدها الجزىء تحت تأثير الجاذبية الأرضية . وهذا يعنى أن الجزيئات الصاعدة التى تستطيع عبور الطبقة الهوائية على ارتفاع x من سطح الأرض ، هى فقط الجزيئات التى تكون سرعاتها الابتدائية عند سطح الأرض مساويا $\sqrt{2gx}$ بينما يمكن لجميع الجزيئات فى التيار الهابط أن تعبر هذه الطبقة ، مهما كانت سرعاتها الابتدائية ، حيث إنها تهبط تحت تأثير الجاذبية الأرضية .

نفرض أن دالة التوزيع العددى للسرعات هى $f(v)$ تكون عدد الجزيئات التى لها سرعات تقع بين v_o & $v_o + d v_o$ عند سطح الأرض هى :

$$n_0 . f(v_0) . d v_0$$

عدد الجزيئات التى تعبر فى الثانية الطبقة dx إلى أعلى والآتية من سطح الأرض هى :

$$n_1 = \int_{\sqrt{2gx}}^{\infty} v_0 n_0 \, f(v_0) dv_0 \qquad (8\text{-}11)$$

الحد الأدنى للتكامل $\sqrt{2 gx}$ يدل على أن الجزيئات التى لها سرعات أقل من ذلك ، لاتصل إلى ارتفاع الطبقة عند x وبالتالى فلا يجب حسابها فى تيار الجزيئات الصاعد .

عدد الجزيئات التى تعبر الطبقة ذاتها فى الثانية من أعلى إلى أسفل هو :

$$n_2 = \int_0^{\infty} v n . f(v) . d v \qquad (8\text{-}12)$$

ولكن عدد الجزيئات فى التيارين واحد عند الاتزان الحرارى

$$n_1 = n_2$$

$$\int_{\sqrt{2gx}}^{\infty} n_0 v_0 f(v_0) dv_0 = \int_0^{\infty} n v f(v) d v \qquad (8\text{-}13)$$

وبالتعويض بدلا من n من المعادلة (8-9)

$$n = n_0 \exp - \left(\frac{m g x}{k T} \right)$$

نحصل على :

$$\int_{\sqrt{2gx}}^{\infty} v_0 f(v_0) d v_0 = \exp(-\frac{mgx}{kT}) \int_0^{\infty} v f(v) d v \qquad (8\text{-}14)$$

لكن من قوانين نيوتن للحركة :

$$v_0^2 = v^2 + 2 g x$$

وبالتفاضل

$$v_0 \ dv_0 = v \ d v$$

ثم بالتعويض فى المعادلة (8-14) مع حذف v_0 نحصل على

$$\int_0^{\infty} f(\sqrt{v^2 + 2 g x}) v d v = \exp(-\frac{mgx}{kT}) \int_0^{\infty} f(v) v d v \qquad (8\text{-}15)$$

وبإزالة علامات التكامل نحصل على :

$$f(v^2 + 2 g x)^{\frac{1}{2}} = \exp(-\frac{m g x}{k T}) f(v) \qquad (8\text{-}16)$$

وهذه معادلة دوالية functional equation لاتتحقق إلا إذا كان شكل الدالة $f(v)$ على الصورة

$$f(v) = A \exp(-\frac{mv^2}{2 kT}) \qquad (8\text{-}17)$$

$$f(v) = A \exp(-E/kT) \qquad (8\text{-}18)$$

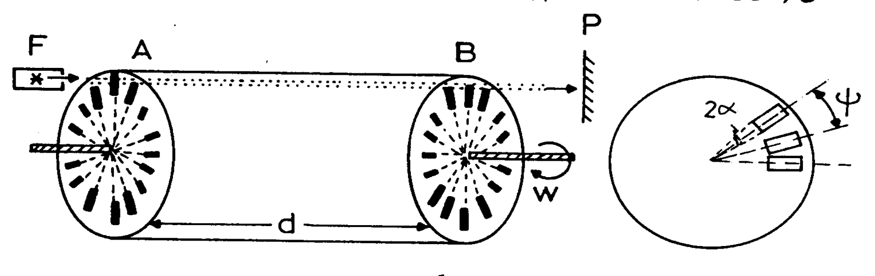
حيث E هى طاقة حركة الجزىء $\frac{1}{2} m v^2$

تعرف الدالة $f(v)$ بدالة التوزيع العددى لما كسويل . وبرسم منحنى تغير هذه الدالة مع سرعة الجزيئات نحصل على شكل يشبه الناقوس المقلوب كما فى الشكل (٨ - ٤) .

٨/٦- تحقيق قانون التوزيع لماكسويل Maxwell عمليا :

أمكن عمليا التحقق من صحة قانون ماكسويل لتوزيع السرعات ، باستخدام بخار الزئبق وبطريقة تشبه إلى حد كبير طريقة فيزو لتعيين سرعة الضوء . يتركب الجهاز من قرصين دائريين A & B مثبتين متوازيين على محور دورانى واحد . ويوجد على كل قرص

مجموعة من الفتحات بحيث تقابل كل فتحة على القرص الأول فتحة مناظرة على القرص الثانى (أى يمر بهما خط مستقيم) . انظر الشكل (٨ - ٦) .



شكل (٨ - ٦)

نضع أمام القرص A مصدرا لأشعة جزيئية كفرن حرارى F لتبخير الزئبق ، فتخرج ذرات الزئبق من الفرن ذى الحرارة الثابتة ، وتكون لها سرعات u يمكن قياسها عن طريق إدارة المحور الدورانى بسرعة زاوية ω تزداد تدريجيا ، حتى تصل ذرات الزئبق التى مرت من فتحة معينة فى القرص A إلى الفتحة التالية لنظيرتها على القرص B ، وتصل إلى جهاز الاستقبال P وتثبت بعد ذلك السرعة الزاوية ω.

نفرض أن t هو الزمن الذى أخذه بخار الزئبق ليقطع المسافة d بين القرصين ، تكون سرعة الجزيئات .

$$v = d/t$$

وأثناء هذا الزمن t يكون القرص قد دار خلالها زاوية Ψ

حيث
$$\Psi = \omega t = \omega \frac{d}{v}$$

أى أن الذرات التى لها سرعات $v = \omega \dfrac{d}{\Psi}$ هى فقط التى تستطيع المرور من فتحات القرص B ، ويمكن بذلك تسجيلها بواسطة المستقبل .

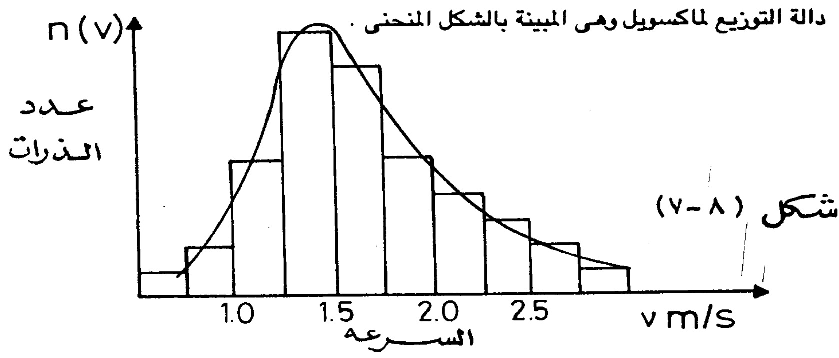
إذا كان اتساع الفتحة بالتقدير الدائرى 2α يكون للذرات التى استطاعت المرور من خلال القرصين سرعات تقع بين

$$v_1 = \frac{\omega d}{\psi + \alpha} \quad \& \quad v_2 = \frac{\omega d}{\psi - \alpha}$$

وبهذه الطريقة يمكن لنا أن ندرس من طيف السرعات الجزء الواقع بين v_1 & v_2 ، وذلك بالنسبة للجزيئات التى لها درجة حرارة معينة T

ويمكن بتغيير سرعة دوران المحورأن يتم دراسة جزء آخر من طيف السرعات . كما يمكن زيادة حساسية الجهاز بزيادة عدد الفتحات المتقابلة فى القرصين B & A .

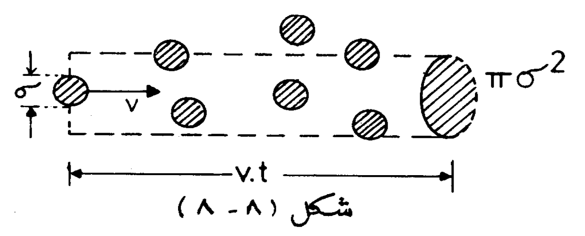
وقد أمكن عمليا بدراسة تغير كثافة بخار الزئبق المتكثف على المستقبل مع سرعة الذرات ، أمكن الحصول على منحنى توزيع السرعات كالمبين بالشكل (٨ - ٧)، وقد وجد تطابق بين النتائج العملية المبينة بالمنحنى السلّمى مع النتائج المحسوبة نظريا باستخدام دالة التوزيع لماكسويل وهى المبينة بالشكل المنحنى .



شكل (٨ - ٧)

٨/٧- متوسط طول المسار الحر للجزيء λ :

يعرف متوسط طول المسار الحر لجزيء بأنه متوسط المسافة التى يقطعها الجزيء بين تصادمين متتالين . ولإيجاد قميته نفرض أن قطر الجزيء σ وأنه يتحرك بسرعة v بين جزيئات الغاز التى سنفرض أنها فى حالة سكون (شكل ٨ - ٨). يتصادم هذا الجزيء مع جميع الجزيئات التى توجد مراكزها داخل أسطوانة مساحة مقطعها $\pi\sigma^2$ ومحورها هو مسار الجزيء المتحرك . فى زمن t يتحرك الجزيء مسافة v t . جميع الجزيئات التى فى حجم الأسطوانة $\pi \sigma^2 v t$ سوف تتصادم مع الجزيء .



شكل (٨ - ٨)

فإذا كانت n هى عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم من الغاز يكون متوسط طول المسار الحر λ هو

$$\lambda = \frac{\text{المسافة الكلية المقطوعة فى زمن } t}{\text{عدد التصادمات}}$$

$$\therefore \ \lambda = \frac{v\,t}{\pi\,\sigma^2\,n\,v\,t}$$

$$\therefore \ \lambda = \frac{1}{\pi\,\sigma^2\,n} \qquad (8\text{-}19)$$

ولما كانت جميع جزيئات الغاز متحركة وليست ساكنة كما افترضنا ، فان تصحيح ذلك يعطى عددا من التصادمات أكثر بمقدار $\sqrt{2}$ وتصبح λ

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\,\sigma^2\,n}$$

ولما كان ضغط الغاز متناسبا طرديا مع كثافته أى مع عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم ، لذلك فإن متوسط طول المسار الحر يتناسب عكسيا مع ضغط الغاز .

٨/٨ - ظواهر الانتقال في الغازات (Transport Phenomena) :

عندما لايكون الغاز فى حالة اتزان ديناميكى حرارى ، تحدث واحدة أو أكثر من الظواهر الآتية المعروفة بظواهر الانتقال .

١ - عندما لاتكون سرعة جميع أجزاء الغاز أو المائع فى حالة استقرار تتكون حركة نسبية بين طبقاته ، ومن هنا تنشأ ظاهرة اللزوجة التى تعتمد أساسا على انتقال كمية

الحركة للجزيئات ، من الطبقات السريعة إلى الطبقات البطيئة نسبيا .

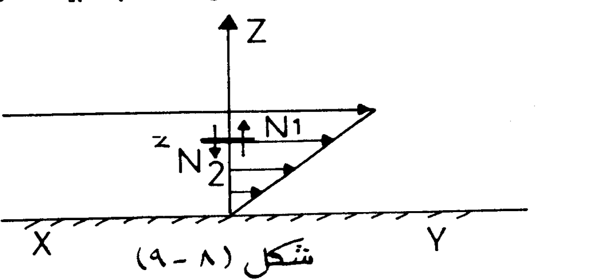
٢ – عندما لاتكون درجة حرارة الغاز أو المائع واحدة فى كل أجزائه كأن يكون هناك ميل حرارى ، تنتقل الجزيئات ذات الطاقة العالية الموجودة فى الأماكن الساخنة إلى الأماكن الباردة ، التى تكون طاقة الجزيئات فيها أقل ويعطى انتقال الطاقة من مكان إلى آخر ظاهرة الانتشار الحرارى .

٣ – إذا كان تركيز الجزيئات مختلفا فى الأماكن المختلفة – أى – عندما يوجد داخل الغاز ميل تركيزى للجزيئات تنتقل الجزيئات من الأماكن ذات الكثافة العالية إلى المناطق الأقل كثافة ، ويحدث لذلك ظاهرة الانتشار الكتلى .

٨/٩ – لزوجة الغازات والموائع باستخدام نظرية الحركة

: (Viscosity of gases)

اعتبر غازا أو مائعا يتحرك على سطح أفقى xy ، بحيث تتحرك جزيئات المائع موازية له (شكل ٨ – ٩) ، إذا كانت سرعة تدفق طبقة معينة على ارتفاع z من السطح هى v تكون جزيئات المائع ذات سرعات أكبر من v فوق هذه الطبقة بينما تكون السرعات أقل تحتها .



شكل (٨ – ٩)

إذا انتقل جزىء أثناء حركته العشوائية داخل السائل من طبقة فوق z إلى طبقة تحتها يفقد كمية حركة ، وبالعكس يكتسب الجزىء المتحرك من أسفل إلى أعلى كمية حركة .

نظرا لعدم وجود حركة عمودية للمائع ، تكون عدد الجزيئات N_1 التى تنتقل من أسفل إلى أعلى مساوية للعدد N_2 ، الذى ينتقل من أعلى إلى أسفل ، وإذا كانت λ هى متوسط

طول المسار الحر للجزىء عند الطبقة z حيث معدل تغير السرعة مع المسافة العمودية هو $\frac{dv}{dz}$ فإن الفرق بين متوسط السرعة الجزيئية بين طبقتين يفصلهما مسافة λ هو $\lambda(dv/dz)$. وتكون كمية الحركة التى تنتقل عند عبور جزىء كتلته m هى $m\lambda(dv/dz)$ ، وإذا كانت n هى عدد الجزيئات من الغاز فى وحدة الحجوم تكون عدد الجزيئات التى تعبر وحدة المساحات فى الثانية الواحدة هى $\frac{1}{3} n \bar{v}$ حيث $\bar{v}$ هى السرعة المتوسطة لجزيئات المائع عند هذه الدرجة من الحرارة .

كمية الحركة التى تنتقل فى الثانية عبر وحدة المساحة هى :

$$\frac{1}{3} m n \bar{v} \lambda (dv/dz)$$

وهذه الكمية تحدث قوة مماسية على طبقات الغاز السفلى تساوى $\eta \frac{dv}{dz}$

حيث η معامل لزوجة الغاز أو المائع

$$\therefore \eta (dv/dz) = \frac{1}{3} m n \bar{v} \lambda (dv/dz)$$

$$\therefore \quad \eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda \qquad (8\text{-}20)$$

حيث ρ كثافة الغاز وتساوى m n

ولما كانت λ تتناسب عكسيا مع كثافة الغاز ρ ، لذلك فإن لزوجة الغاز لاتتوقف على ضغطه عند درجة الحرارة الواحدة .

مثال (٨ - ٢) :

أوجد متوسط طول المسار الحر للأيدروجين عند المعدلين ، إذا علم أن معامل اللزوجة بوحدات سم جم ث هو 0.00008 وكثافة الأيدروجين فى المعدلين 0.00009 جم / سم^3 ثم أوجد قطر جزىء الأيدروجين إذا علم أن الكثافة الجزيئية له 2.705×10^{19} ؟

الحل :

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \lambda v$$

$$PV = \frac{1}{3} m N v^2$$

$$P = \frac{1}{3} \frac{m N}{V} v^2$$

$$\rho = \frac{m N}{V}$$

$$\therefore P = \frac{1}{3} \rho v^2 \qquad (8\text{-}21)$$

من المعادلتين (8-21) ، (8-20)

$$\therefore \lambda = \frac{3\eta}{\rho} \sqrt{\frac{\rho}{3P}}$$

$$= \eta \sqrt{\frac{3}{\rho P}} = 0.0008 \sqrt{\frac{3}{76 \times 13.6 \times 980 \times 0.00009}}$$

$$\therefore \lambda \; 1.45 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

$$\text{عدد التصادمات فى الثانية} = \frac{\text{السرعة المتوسطة}}{\text{متوسط طول المسار}} = \frac{v}{\lambda} = \frac{P}{\eta}$$

$$= \frac{76 \times 13.6 \times 980}{0.00008} = 1.25 \times 10^{10} \ / \ s$$

$$\text{متوسط طول المسار} = \frac{1}{\sqrt{2}\ \pi n \sigma^2}$$

$$\therefore \sigma^2 = \frac{1}{1.414 \times 3.14 \times 2.705 \times 10^{19} \times 1.45 \times 10^{-5}}$$

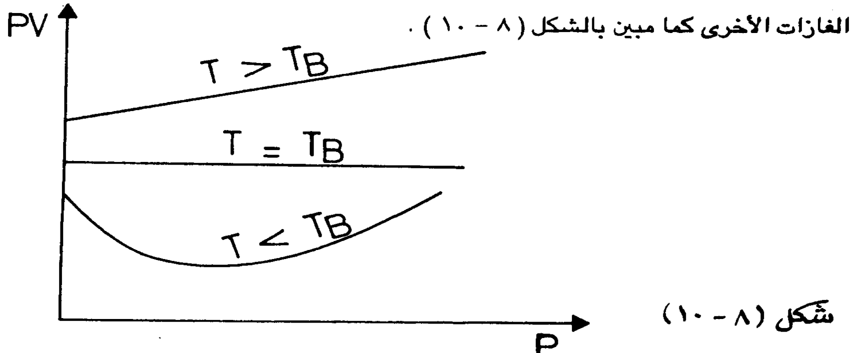
$$\therefore \sigma = 2.3 \times 10^{-8} \text{ cm.}$$

٨/١٠ – خواص الغازات الحقيقية (Properties of real gases) :

تدل المشاهدات على أن قوانين الغاز المثالى لاتنطبق تماما على الغازات الحقيقية ، ويتوقف حيودها عن هذه القوانين على ظروف الضغط ودرجة الحرارة ، ولقد أوضح بويل بأن حجم أى كمية معينة من غاز يتناسب عكسيا مع ضغطه عند ثبوت درجة الحرارة . أى

أن $PV = constant$

وقد سميت الغازات التى تخضع تماما لقانون بويل بالغازات المثالية ، وهى غازات افتراضية لاوجود لها فى الطبيعة . أما الغازات الحقيقية مثل الأكسجين والأيدروجين فلا تخضع تماما لقانون بويل ، وإنما تحيد عنه فقد وجد بالتجربة أن قيمة حاصل الضرب PV تزداد تدريجيا بازدياد الضغط عند درجة حرارة الغرفة ، وذلك لبعض الغازات ، بينما تقل أولاً بزيادة الضغط حتى تصل إلى نهاية صغرى ثم تزداد قيمتها بعد ذلك باطراد لبعض الغازات الأخرى كما مبين بالشكل (٨ - ١٠) .



شكل (٨ - ١٠)

ويلاحظ أنه عند درجات الحرارة الأقل من درجة معينة تعرف باسم درجة بويل T_B ، تقل الكمية PV مع زيادة الضغط بينما تزداد من البداية عند الدرجات الأعلى . ويمكن تعريف درجة حرارة بويل T_B بأنها الدرجة التى يتصرف عندها الغاز الحقيقى كما لو كان غازا مثاليا .

ولتفسير حيود الغازات الحقيقية اعتبرنا وجود قوة تجاذب بين جزيئات الغاز الحقيقى، تظهر أهميتهاعندما يكون ضغط الغاز صغيرا حيث تصبح قيمتها محسوسة نسبيا . كما أن لجزيئات الغاز الحقيقى حجماً فعلياً يكون له أثر واضح تحت الضغوط المرتفعة عندما يصبح حجم الجزيئات محسوسا بالنسبة إلى الحجم الذى يشغله الغاز ، وعلى ذلك يجب عند كتابة معادلة الحالة للغازات الحقيقية عدم إهمال هذين العاملين ، وهذا

هو مافعله فان درفالز فى المعادلة المعروفة باسمه .

٨/٨ - معادلة فان درفالز للغازات الحقيقية (Van der Waal's equation) :

تعتبر معادلة فان درفالز واحدة من المحاولات التى تعطى معادلة الحالة لغاز حقيقى ، مع الوضع فى الاعتبار تصحيح العوامل المتسببة فى حيود الغازات الحقيقية ، وهى : وجود القوى البينية بين الجزيئات وحجم الجزيئات بالنسبة لحجم الفراغ الذى يشغله الغاز .

من المعروف أن ضغط الغاز يرجع إلى دفع الجزيئات لجدران الإناء الحاوى له ، وهذا يتوقف على عدد مرات تصادم الجزيئات بالجدران فى الثانية . وفى حالة الغاز الحقيقى توجد قوى جزيئية جاذبة بين الجزيئات . ولذلك نجد أن الجزيئات القريبة من جدران الإناء تقع تحت تأثير هذه القوى الجزيئية ، وبالتالى يقل دفعها للجدران أى أن ضغط الغاز ينقص عما يجب أن يكون عليه فيما لو لم توجد تلك القوى الجزيئية .

يلزم لذلك إضافة مقدار من الضغط إلى ضغط الغاز المشاهد ، يعرف هذا المقدار بالضغط الداخلى للغاز . ولما كانت القوى الجزيئية تتناسب مع مربع عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم من الغاز ، وأن هذا العدد يتناسب عكسيا مع حجم الغاز V للجرام الجزيئى ، لذلك يكون الضغط الداخلى للغاز متناسبا مع مقلوب مربع حجم الغاز ، ولذلك تستبدل قيمة الضغط فى حالة الغاز المثالى بالمقدار

$$(P + \frac{a}{V^2})$$

وذلك لتصحيح وجود القوى الجزيئية فى حالة الغاز الحقيقى .

أما التصحيح الثانى فخاص بحجم الجزيئات . فالحجم المشاهد هو فى الواقع حجم الحيز الذى تتحرك فيه الجزيئات . ولإيجاد الحجم الفراغى الذى تتحرك فيه الجزيئات يجب طرح مقدار معين يتناسب مع حجم جزيئات الغاز فيصير الحجم (V - b)

وبذلك تكون الصورة النهائية لمعادلة الحالة للغازات الحقيقية هى :

$$(P + \frac{a}{V^2}) (V - b) = RT \quad (8-22)$$

حيث a , b ثوابت . وتعرف هذه المعادلة بمعادلة فان درفالز .

ولتعيين قيمة الثوابت a , b عمليا يستخدم جهاز جولي أو الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت ، ويدرس تغير ضغط الغاز P مع درجة حرارته T ، ويرسم العلاقة بيانيا نحصل على خط مستقيم نوجد ميله ولتكن قيمته S .

من معادلة فان درفالز

$$P + \frac{a}{V^2} = \frac{RT}{V - b}$$

$$\therefore \; P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

وهذه معادلة خط مستقيم ميله هو :

$$\frac{dP}{dT} = S = \frac{R}{V - b}$$

ومن معرفة قيمة الميل S عمليا نوجد قيمة الثابت b من المعادلة :

$$b = (V - \frac{R}{S}) \quad (8-23)$$

وبالتعويض في معادلة فان درفالز نحصل على

$$a = V^2 (S T - P) \quad (8-24)$$

ومن معرفة حالة الغاز الابتدائية (P , V , T) ومعدل تغير الضغط مع درجة الحرارة (S) نوجد قيمة الثابت a أيضا .

٨/١٢ - إحداثيات النقطة الحرجة للغاز الحقيقي

: (The Critical point)

عند فك معادلة فان درفالز نحصل على معادلة من الدرجة الثالثة في الحجم هي :

$$PV^3 - (bP + RT) V^2 + a V - ab = o \quad (8-25)$$

لهذه المعادلة ثلاثة جذور ، إما أن تكون جميعها حقيقية أو أن يكون واحد فقط حقيقياً

والآخران تخيليين . فإذا رسمنا العلاقة بين الضغط والحجم لدرجات حرارة مختلفة نحصل على منحنيات كالمبينة بالشكل (٨ – ١١). ويلاحظ وجود نقطتى نهاية صغرى وكبرى لكل منحنى يمثل التغير عند درجة حرارة أقل من درجة حرارة معينة تسمى بالدرجة الحرجة T_C ، بينما تختفى تماما النقطتان للدرجات الأعلى من T_C . أى أنه يوجد ثلاثة حجوم V_1 ، V_2 ، V_3 تمثل ثلاثة جذور للمعادلة (8-25) ، وذلك لضغط معين مثل P_1 ، بينما يوجد حجم واحد لكل ضغط بالنسبة للمنحنيات التى تتمثل الدرجات المرتفعة . أما عند المنحنى الحرج فتتساوى جذور المعادلة وتكون كلها حقيقية وتصبح معادلة المنحنى الحرج هى :

$$(V - V_C)^3 = o$$

أى أن :

$$V^3 - 3 V_C V^2 + 3 V_C^2 V - V_C^3 = o \qquad (8\text{-}26)$$

وبمطابقة هذه المعادلة بمعادلة فان درفالز (8-25) وبمساواة معاملات الحدود نحصل على :

$$3 P_C V_C = b P_C + R T_C$$
$$3 P_C V_C^2 = a$$
$$P_C V_C^3 = a b$$

حيث P_C ، V_C هما الحجم والضغط الحرج للغاز .

وبحل المعادلات السابقة نحصل على إحداثيات النقطة الحرجة $P_C V_C T_C$

$$V_C = 3 b$$
$$P_C = (a / 27 b^2) \qquad (8 - 27)$$
$$T_C = (8a / 27 bR)$$

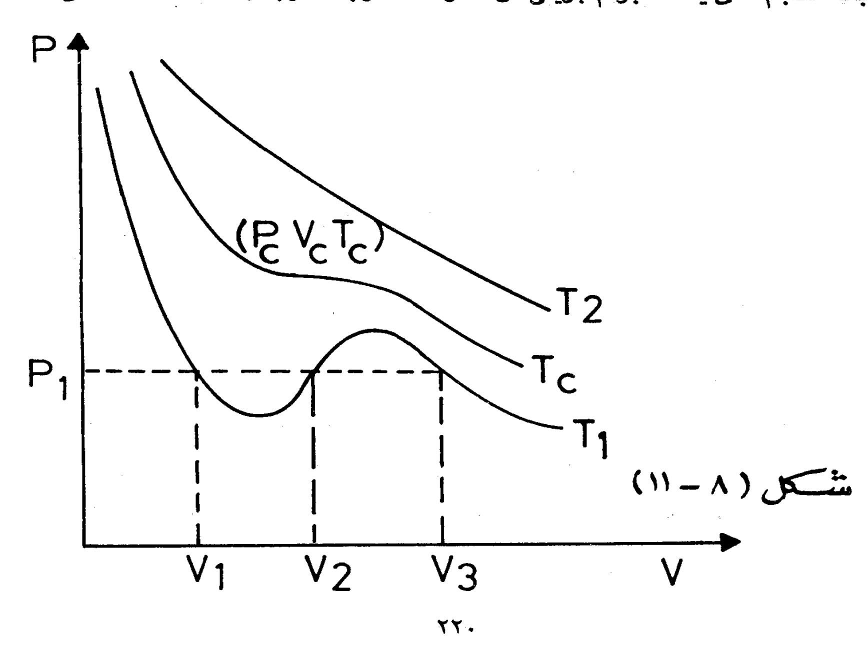
وبحساب الدرجة الحرجة لغاز مثل ثانى أكسيد الكربون من المعادلات السابقة ، وجد أنها تساوى 31.1° م بينما القيمة المقاسة عمليا هى 32° م .

ويدل ذلك على صحة معادلة فان درفالز وإمكان تطبيقها على الغازات الحقيقية .

٨/١٣-تجربة أندروز وإسالة الغازات
(Andrew's experiment) :

عند تبريد أى غاز تقل طاقة الحركة لجزيئاته تدريجيا حتى درجة حرارة معينة يسيل عندها الغاز . وقد أمكن إسالة كثير من الغازات تحت ظروف معتادة إذا ما كانت درجة حرارته الحرجة مرتفعة نسبيا . وتتوقف الدرجة الحرجة للغاز على طبيعته . ولايمكن إسالة الغاز مهما ازداد الضغط عليه طالما كانت درجة حرارته أعلى من الدرجة الحرجة له .

وقد توصل أندروز إلى هذه الحقيقة ، عن طريق سلسلة من التجارب أجراها على غاز ثانى أكسيد الكربون ، وحصل على مجموعة منحنيات شبيهة بمنحنيات شكل (٨ - ١١) ، وقد لاحظ وجود اتزان بين الحالتين الغازية والسائلة لثانى أكسيد الكربون فقط عندما تكون درجة الحرارة أقل من الدرجة الحرجة T_C . وقد عرف أندروز الضغط الحرج P_C بأنه الضغط الذى يلزم استخدامه عند الدرجة الحرجة لإسالة غاز .كما عرف الحجم الحرج V_C بأنه الحجم الذى يشغله جرام جزيئى من الغاز عند الدرجة الحرجة وتحت الضغط الحرج



شكل (٨ - ١١)

وقد استنتج أندروز من ذلك أنه لإسالة غاز ما ، يجب تبريده لدرجة أقل من الدرجة الحرجة له ، حتى يستجيب للضغوط المرتفعة ويتحول من الطور الغازى إلى السائل . وفيما يلى عرض سريع للطرق المختلفة للوصول إلى درجات الحرارة المنخفضة :

٨ / ١٤ - الطرق المختلفة للتبريد (Methods of cooling) :

١ - التبريد بواسطة البخر

إذا ترك سائل ما فى مكان مفتوح يتبخر للجو ويصحب ذلك انخفاض فى درجة حرارة السائل . كما هو الحال عند تبريد المياه داخل القلل والأزيار . ويمكن تفسير ذلك بواسطة نظرية الحركة للغازات . وتقضى هذه النظرية بوجود جزيئات داخل السائل تتحرك بسرعات مختلفة . وتتوقف السرعة المتوسطة للجزيئات على درجة حرارة السائل . فإذا اعتبرنا جزيئات السائل القريبة من سطحه، تستطيع الجزيئات السريعة التغلب على القوى الجزيئية التى تربطها بجسم السائل ، ولذلك تترك السطح وتكون مايسمى بالبخار . وعندما تتوالى تلك العملية ويستمر السائل فى فقد جزيئاته السريعة ذات طاقة الحركة الكبيرة ، يقل متوسط طاقة الحركة للجزىء عما كانت عليه قبل البخر وبذلك تنخفض درجة حرارة السائل المتبقى .

ومن الاستعمالات الطبية المهمة لهذه النظرية عملية التخدير الموضعى ، حيث يستخدم سائل متطاير مثل الأثير أو كلوريد الميثيل ، وعندما يوضع هذا السائل على مكان ما من الجسم يتبخر بسرعة ممتصا حرارة التبخر من الجسم نفسه . وتكفى البرودة الناشئة عن ذلك لتخدير أعصاب هذه المنطقة موضعيا . كذلك يعمل العرق عند تبخره من على سطح جسم الإنسان على تبريده وتنظيم درجة حرارته - خصوصا فى الأجواء الحارة - حيث لايتمكن الجسم من التخلص من الطاقة الحرارية الزائدة عن حاجته بطريقة التبريد المعتاد ؛ وذلك لنقص معدل التبريد من الجسم عندما ترتفع درجة حرارة الجو ، وتقترب من درجة حرارة جسم الإنسان .

ويلاحظ أن التبريد بواسطة البخر يكون فعالا فى الأجواء الجافة فقط حيث يكون

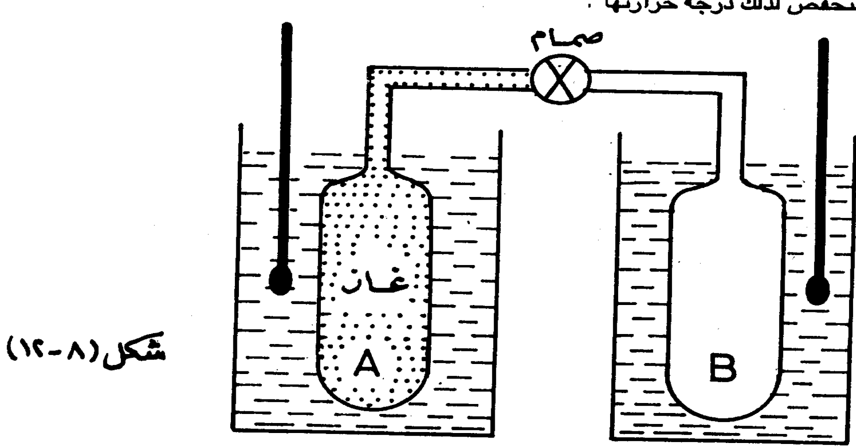
معدل البخر كبيراً ، أما فى الأماكن الرطبة والقريبة من البخار يكون هذا المعدل صغيراً ، فلا يحدث تغير يذكر فى درجة الحرارة نتيجة لهذه الظاهرة .

٢ – التبريد بواسطة المخاليط المبردة :

إذا خلطت كمية من ملح الطعام مع جليد مجروش ، يلاحظ انخفاض فى درجة حرارة المخلوط عن درجة الصفر المئوى . وتفسر هذه الظاهرة بأن الملح عند ذوبانه فى الماء يمتص حرارة الذوبان من الوسط المحيط – أى – من الجليد المجروش ، فتنخفض درجة حرارته عن الصفر المئوى .

٣ – التبريد بواسطة التمدد الحر للغازات :

أجرى جول التجربة الآتية على التمدد الحر لغاز حقيقى . يتصل أسطوانتان A , B من الحديد بأنبوبة يقفلها صمام (شكل ٨ – ١٢) . توضع كل أسطوانة فى مسعر به ماء يمكن قياس درجة حرارته بدقة كبيرة بواسطة ترمومتر حساس . يوضع الغاز فى الأسطوانة A تحت ضغط مرتفع بينما تكون الأسطوانة B مفرغة تماما من الهواء . عندما يفتح الصمام يندفع الغاز من الأسطوانة A ليملأ الأسطوانة B وبذلك يتمدد تمددا حرا ، يبذل الغاز أثناءه شغلا ميكانيكيا على حساب الطاقة الداخلية للغاز فى الأسطوانة A التى تنخفض لذلك درجة حرارتها .



شكل (٨-١٢)

إذا كان التمدد من الحجم V_1 إلى الحجم V_2 يكون الشغل W المبذول من الغاز هو

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV$$

وبالتعويض بدلا من الضغط الداخلى للغاز $P = a / V^2$

يكون

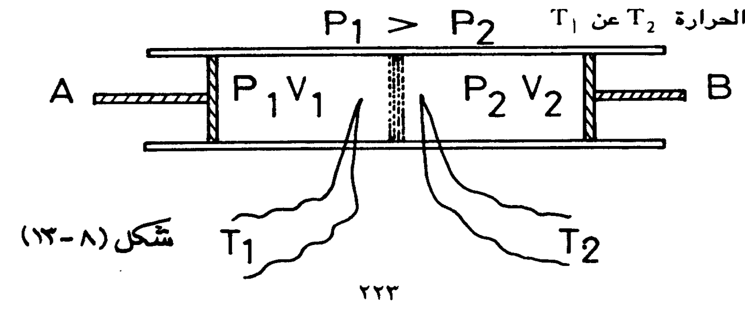
$$W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V^2}\,dV = -\left(\frac{a}{V_2} - \frac{a}{V_1}\right)$$

$$\therefore W = \left(\frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2}\right) \quad (8\text{-}28)$$

يمتص هذ الشغل من الطاقة الداخلية للغاز فتنخفض درجة حرارته .

٤ – التبريد بواسطة أثر جول – كلفن (Joule - Kelvin effect) :

إذا ضغط غاز معزول عزلا حراريا ، ثم سمح له بالانسياب خلال فتحة ضيقة – أو حاجز مسامى – إلى حيز يتمدد فيه ويقل ضغطه تبعا لذلك ، تنخفض درجة حرارة الغاز . وتعرف هذه الظاهرة بأثر جول – كلفن نسبة إلى مكتشفيه . وقد اكتشفت هذه الظاهرة بجهاز كالمبين بالشكل (٨ – ١٣) ويتركب من أسطوانة معزولة حراريا ، بها غاز ويقفلها مكبسان B & A يتحركان بحرية داخل الأسطوانة ، ويوجد بينهما حاجز مسامى يقفل الأسطوانة تماما فى منتصفها . عندما يدفع المكبس A لكى يتحرك تجاه الحاجز المسامى ، تمر جزيئات الغاز الموجود بالأسطوانة خلال مسام الحاجز ، وذلك تحت تأثير الزيادة فى الضغط فى الجانب A عن الجانب B . تدفع الجزيئات بعد مرورها من الحاجز المسامى المكبس B ، فتبذل شغلا يمتص من الطاقة الداخلية للغاز فى هذا الجانب وبالتالى تنخفض درجة الحرارة T_2 عن T_1



شكل (٨ – ١٣)

وقد وجد جول وكلفن أن هذا الانخفاض فى درجة الحرارة يتناسب طرديا مع الفرق بين ضغطى الغاز على جانبى الحاجز ، أى مع $P_1 - P_2$

$$\therefore \ (P_1 - P_2) = K (T_1 - T_2)$$

حيث K ثابت يميز الغاز . وقد وجد عمليا أنه يتناسب مع مربع درجة الحرارة المطلقة عند إجراء التجربة .

وقد لوحظ أنه عند إجراء التجربة عند درجات حرارة مرتفعة يكون أثر جول – كلفن سالبا ، بمعنى أنه يحدث تسخينا للغاز عند مروره من الحاجز وليس تبريدا . وقد استنتج من ذلك جول وكلفن وجود درجة حرارة أسمياها درجة الانقلاب Inversion temperature ، لايحدث عندها تغير فى درجة حرارة الغاز عند إمراره فى الحاجز المسامى ، بينما يحدث له تسخين إذا أعيد ضغطه ليمر خلال الحاجز عند درجة أعلى من هذه الدرجة ، وتبريد إذا أعيدت التجربة عند درجة أقل منها .

ولحساب درجة الانقلاب T_i نفرض 1 جم من غاز موضوع فى الجانب A من الأسطوانة P_1 وحجمه V_1 . عند إمرار الغاز خلال الحاجز المسامى يكون الشغل الخارجى المبذول على الغاز هو $W_1 = P_1 V_1$

بينما يبذل الغاز على المكبس B شغلا قدره $W_2 = P_2 V_2$

أما فى حالة الغازات الحقيقية نفرض أن الطاقة الداخلية للغاز قبل وبعد إمراره من الحاجز المسامى هى $U_1 \ \& \ U_2$ على الترتيب .

وباعتبار المجموعة معزولة حراريا وبتطبيق قانون بقاء الطاقة يكون :

$$U_1 + P_1 V_1 = U_2 + P_2 V_2$$

فإذا كان الشغل المبذول على الغاز $P_1 V_1$ أكبر من الشغل $P_2 V_2$ الذى يبذله الغاز على المكبس B ، تكون U_2 أكبر من U_1 ويحدث نتيجة لذلك تسخين نظرا لزيادة الطاقة الداخلية للغاز بعد انتقاله .

أما إذا حدث العكس بأن كان W_2 أكبر من W_1 تكون U_2 أقل من U_1 وبذلك تنخفض درجة حرارة الغاز .

الشـغل الذى يبـذله الغـاز عند التمـدد الحر (مـعـادلة 8-28) من الحـجم V_1 إلى الحجم V_2 هو :

$$(\frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2})$$

ويساوى ذلك الشغل المبذول داخليا ضد القوى الجزيئية للغاز .

أى أن الشغل الكلى الخارجى والداخلى المبذول فى تجربة جول – كلفن هو :

$$W = P_2 V_2 - P_1 V_1 + \frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2} \qquad (8\text{-}29)$$

لكن من معادلة فان درفالز

$$PV = RT - \frac{a}{V} + bP + \frac{ab}{V^2}$$

ويمكن إهمـال الحد الأخير $\frac{ab}{V^2}$ حيث إن كلا من a , b مقادير صـغيرة يكون حاصل ضربهما مهملا ، وبالتعويض بدلا من $V = \frac{RT}{P}$ يكون :

$$PV = RT - \frac{aP}{RT} + bP$$

$$= RT - P (\frac{a}{RT} - b)$$

وبالتعويض فى معادلة الشعل (29 - 8) نحصل على :

$$W = (\frac{2a}{RT} - b) (P_1 - P_2) \qquad (8\text{-}30)$$

ولكن بمـا أن p_1 أكبـر من p_2 لكى يمر الغــاز من الحـاجـز المســامى ، لذلك يكون ($P_1 - P_2$) دائما موجبا وتتوقف لذلك إشارة الشغل W على إشارة المقدار ($\frac{2a}{RT} - b$)

فإذا كـانت $\frac{2a}{RT} > b$ تكون إشــارة W مـوجـبة وبذلك تنقص الطـاقة الداخليـة للغـاز فيحدث تبريد .

أما إذا كانت $\frac{2a}{RT} < b$ تكون إشارة W سـالبة وبذلك تزداد الطاقة الداخلية للغاز بعد

مروره فيحدث تسخين .

ولايحدث تغير فى درجة الحرارة عند درجة الانقلاب T_i ، أى عندما تكون $T_i = \frac{2a}{Rb}$ ويلاحظ أنها أكبر من الدرجة الحرجة للغاز (معادلة (8-27) . إذ أن النسبة بينهما تساوى $\frac{27}{4}$. وتلك نتيجة مهمة جدا عند إسالة الغازات الصعبة الإسالة كالأيدروجين والهليوم ؛ إذ يجب تبريد الغاز أولا باستخدام أية طريقة حتى الوصول لدرجة أقل من درجة الانقلاب ، ثم بعد ذلك وبواسطة أثر جول - كلفن يستمر فى تبريد الغاز حتى الوصول للدرجة الحرجة T_C ، التى يمكن بعدها إسالة الغاز بتأثير ضغوط مرتفعة .

وتستخدم طريقة جول - كلفن فى المبردات المنزلية ، حيث يضغط غاز النشادر أو الفريون بواسطة مضخة كهربائية ، ثم يترك للتمدد خلال فتحة ضيقة فتنخفض درجة حرارته ، ثم يجمع الغاز ثانية ويمرر خلال الفتحة ، وهكذا . وبإمرار الغاز المبرد داخل أنابيب معينة تحيط بغرفة التبريد تنخفض درجة الحرارة للقيمة المطلوبة ، وبعدها يعمل منظم درجة الحرارة الموضوع بغرفة التبريد على إيقاف التيار الكهربائى ، أو إيصاله لموتور الثلاجة تبعا لتغير درجة الحرارة .

٨/١٥ - خواص الأبخرة (Properties of Vapours) :

التصعيد هو عملية تحويل المادة من حالة السيولة إلى الحالة الغازية ، والناتج يسمى بخارا . والتصعيد عند سطوح السوائل يسمى بخرا ، والتكثيف هو عكس عملية التصعيد . وإذا ما تحولت المادة الصلبة مباشرة من الحالة الصلبة إلى الحالة البخارية سميت العملية بالتسامى .

يتكون عادة البخار فوق سطح أى سائل ، نتيجة خروج تيار من الجزيئات من سطح السائل فيملأ الحيز فوقه ، كما يتكون تيار آخر من الجزيئات ينتقل من هذا الحيز إلى داخل السائل . ويظل تيار الجزيئات الخارج من السائل أكبر من التيار الداخل ، إلى أن

يتشبع الحيز ببخار السائل ونصل إلى حالة الاتزان ، التى يتساوى عندها عدد الجزيئات فى كل من التيارين . ويسمى الضغط فوق السائل والناشئ عن جزيئاته فى هذا الحيز بضغط البخار المشبع . وفى هذه المرحلة يكون معدل البخر مساويا لمعدل تكثيف البخار ، وتعرف هذه الحالة بالاتزان الديناميكى ، ويعرف ضغط البخار المشبع لسائل عند درجة حرارة معينة بأنه ضغط بخار السائل الموجود فى حالة اتزان ديناميكى مع السائل نفسه عند هذه الدرجة . ويتوقف ضغط البخار المشبع على درجة الحرارة ، فيزداد بارتفاعها حتى تصل قيمته إلى الضغط الجوى عندما تصل درجة حرارة السائل إلى درجة غليانه . أى أن السائل يغلى عندما يصبح ضغط بخاره المشبع مساويا للضغط الجوى .

توجد طرق كثيرة لتعيين ضغط البخار المشبع لسائل. أبسط هذه الطرق استخدام فراغ توريشللى ، وهو الفراغ الذى يتكون أعلى أنبوبة مملوءة بالزئبق نكست فى وعاء مملوء بالزئبق .

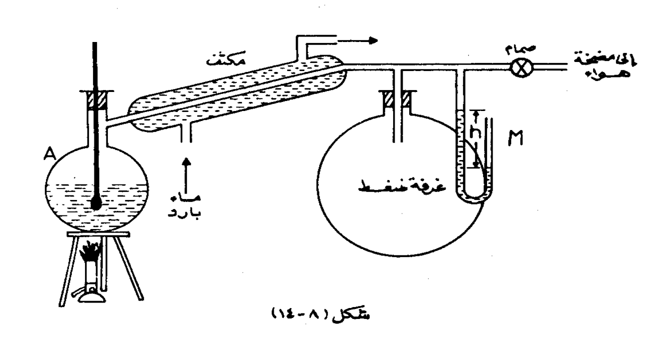
إذا أدخلت – بواسطة ماصة منحنية – قطرة من السائل المراد إيجاد ضغط بخاره المشبع تتبخر القطرة ، ويضغط البخار الناتج على سطح الزئبق داخل الأنبوبة فيقل ارتفاعه فيها . وبتكرار إدخال قطرات السائل حتى تظل القطرة الأخيرة دون تبخر يكون الحيز فوق الزئبق قد أصبح مشبعا بالبخار . ويكون النقص فى طول عمود الزئبق فى الأنبوبة مساويا لضغط البخار المشبع للسائل عند درجة حرارة التجربة .

ويمكن قياس ضغط البخار المشبع عند درجات الحرارة المختلفة ، وذلك بوضع الأنبوبة البارومترية فى ترموستات درجة حرارته ثابتة .

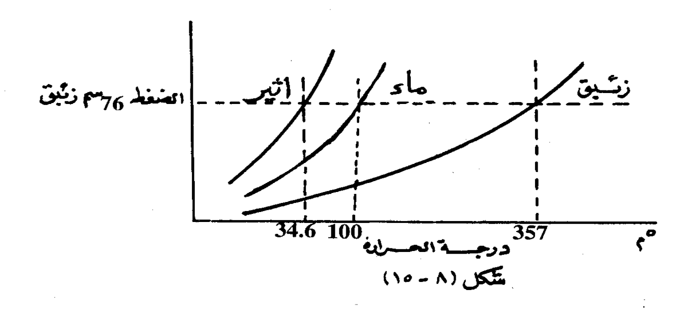
وهناك طريقة أخرى لتعيين ضغط البخار المشبع بطريقة تغير نقطة الغليان بالضغط فوق السائل .

يتركب الجهاز المستخدم لذلك من غلاية A ، يوضع بها السائل تحت الاختبار ويتصل بمكثف ، يعمل على تكثيف بخار السائل ومنع وصوله لباقى أجزاء الجهاز ، ويتصل المكثف بغرفة كبيرة الحجم لتنظيم الضغط داخل الجهاز ، والذى يمكن قياسه بواسطة مانومتر زئبقى M . شكل (٨ – ١٤) ، يضغط أو يخلخل بعض الهواء بواسطة مضخة ، ثم يسخن السائل فى الغلاية إلى أن يبدأ فى الغليان . يكون ضغط البخار المشبع عندئذ مساويا لضغط الهواء الواقع عليه ، وتكون قراءة الترمومتر فوق سطح السائل هى درجة الغليان

تحت هذا الضغط الذى يحدد قيمته قراءة المانومتر M . بتغيير مقدار الضغط فوق السائل وإعادة التجربة لإيجاد نقطة الغليان فى كل حالة يمكن الحصول على منحنى التغير فى ضغط البخار المشبع مع درجة الحرارة. ويبين الشكل (٨ – ١٥) منحنيات التغير لكل من الأثير والماء والزئبق ويلاحظ أن درجة الحرارة المناظرة لضغط 76سم زئبق – أى – ضغط جوى ، تمثل درجة غليان السائل تحت الظروف الجوية المعتادة .



شكل (٨ - ١٤)

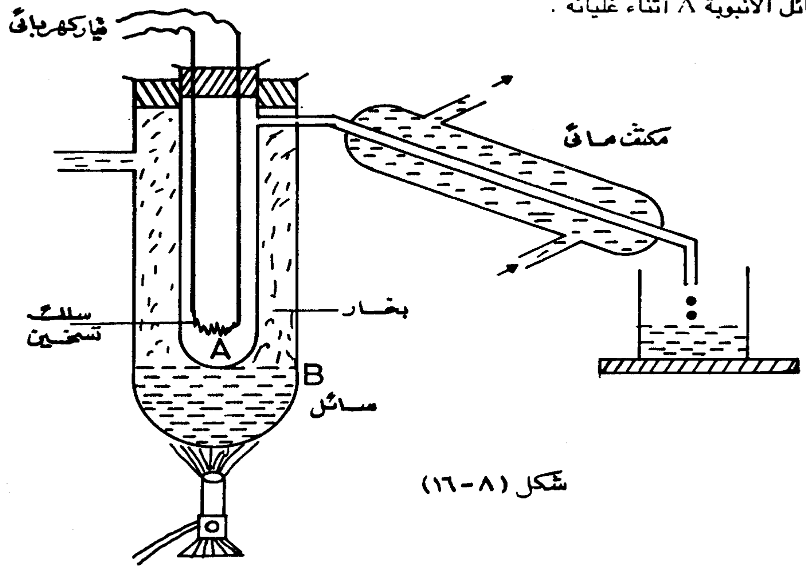


شكل (٨ - ١٥)

١٦/٨ – الحرارة الكامنة للتصعيد

(Latent heat of Vaporisation) :

يلزم عند تحويل 1 جم من سائل إلى بخار – دون تغيير فى درجة حرارته – كمية من الحرارة تعرف بالحرارة الكامنة للتصعيد . وهناك طرق عدة لتعيينها من أدقها الطريقة الكهربائية . ويتركب الجهاز اللازم لذلك كما يبين بالشكل (٨ – ١٦) من أنبوبتين B & A بكل منهما كمية من السائل المراد إيجاد الحرارة الكامنة لتصعيده . يوجد بالأنبوبة A سلك تسخين يمرر به تيار كهربائى ، وتتصل الأنبوبة بمكثف مائى لتكثيف وجمع كل ما يتبخر من سائل الأنبوبة A أثناء غليانه .



شكل (٨-١٦)

تبدأ التجربة بوضع الأنبوبتين فى حمام ساخن لرفع درجة حرارة السائل فى B حتى يغلى ، ويتسبب البخار الساخن فى تسخين الأنبوبة A حتى تصل إلى درجة الغليان ، دون أن يغلى السائل بداخلها . ثم بإمرار تيار كهربائى I فى السلك لمدة t ثانية يغلى السائل بواسطة الطاقة الحرارية الناتجة عن التيار الحرارى . فإذا كان فرق الجهد بين طرفى

المقاومة V فولط يكون الشغل الكهربائى W المبذول فى هذا الزمن هو

$$W = I V t \text{ Joule}$$

ويكافئ هذا الشغل طاقة حرارية قدرها H حيث :

$$H = \frac{W}{J} = \frac{I V t}{J} \text{ cals .}$$

حيث J المكافئ الميكانيكى الحرارى . وهذه الكمية تستهلك فى تحويل سائل الأنبوبة A إلى بخار دون تغيير فى درجة الحرارة أى أنها تستهلك كحرارة كامنة للتصعيد .

فإذا كانت كتلة البخار المتكثف هى m gm وكانت الحرارة الكامنة للتصعيد L ، تكون كمية الحرارة التى اكتسبها السائل ليتحول إلى بخار فى نفس الدرجة هى

$$m L = \frac{I V t}{J} \quad (8\text{-}31)$$

ومن هذه المعادلة يمكن إيجاد الحرارة الكامنه لتصعيد السائل L .

٨/١٧—الرطوبة وطرق قياسها (Humidity) :

تتحدد رطوبة الهواء بمقدار مافيه من بخار الماء . ويطلق لفظ الرطوبة المطلقة على كمية بخار الماء الموجودة فعلا فى وحدة الحجوم من الجو .

يتوقف الإحساس بالرطوبة على درجة تشبع الجو بالبخار . فعندما يكون الجو باردا تكفى كمية قليلة من بخار الماء لتشعرك برطوبة الهواء . وذلك لأن عند الدرجات المنخفضة تكفى هذه الكمية القليلة لتشبيعه ، ولذلك فالرطوبة النسبية وليست الرطوبة المطلقة هى التى تهم فى القياسات الميتيورولوجية .

وتعرف الرطوبة النسبية بالنسبة المئوية بين كمية بخار الماء الموجود فى حجم معين من الهواء ، إلى كمية البخار اللازم لتشبيع نفس هذا الحجم عند نفس درجة الحرارة ، ولما كانت كمية البخار فى الجو متناسبة طرديا مع ضغط البخار فيه لذلك فإن :

$$\text{الرطوبة النسبية} = \frac{\text{ضغط بخار الماء الموجود فعلا فى الهواء}}{\text{ضغط بخار الماء المشبع عند نفس درجة الحرارة}} \times 100$$

وإذا بردنا الهواء تدريجيا نصل إلى درجة حرارة ، تكون عندها كمية البخار الموجودة فعلا فى الهواء كافية لتشبيعه عند هذه الدرجة ، ويطلق عليها نقطة الندى نسبة إلى بدء ظهور قطرات من الماء تعرف بالندى ، على الأجسام الباردة والملاصقة للهواء عند هذه الدرجة . ويكون بذلك ضغط بخار الماء عند نقطة الندى هو ضغط بخار مشبع عند هذه الدرجة ، وبذلك تكون :

$$\text{الرطوبة النسبية} = \frac{\text{ضغط بخار الماء المشبع عند نقطة الندى}}{\text{ضغط بخار الماء المشبع عند درجة حرارة الغرفة}} \times 100 \qquad (8 - 32)$$

وبذلك يصبح إيجاد الرطوبة النسبية فى الهواء قاصرا على تعيين نقطة الندى ودرجة حرارة الغرفة ، ثم من الجداول توجد ضغط البخار المشبع عندهما ، ومن ثم نوجد الرطوبة النسبية . ويستخدم لقياس الرطوبة النسبية عادة هيجرومتر دانيال ، الذى يتركب كما فى الشكل (٨ – ١٧) من مستودعين أو انتفاخين A & B من الزجاج يتصلان بأنبوبة منحنية على شكل زاويتين قائمتين . يفرغ الانتفاخان من الهواء ويوضع فى أحدهما سائل متطاير كالأثير ، ينغمس فيه ترمومتر لقياس درجة حرارته . والهيجرومتر مثبت على حامل مثبت عليه ترمومتر لقياس درجة حرارة الجو . ولمراقبة بدء تكون الندى يثبت على الفقاعة B شريط معدنى لامع أو ورقة ذهب .

شكل (٨ - ١٧)

لإعداد الجهاز للعمل ينقل الأثير بأكمله إلى الانتفاخ B ، ويوضع الانتفاخ A فى وعاء به جليد مجروش للعمل على تبريده . ونتيجة لذلك يتكثف الأثير فيقل الضغط الداخلى ويترتب على ذلك

ويترتب على ذلك تبخر جزء من الأثير من الانتفاخ B تدريجيا ، إلى أن تظهر بوادر تكون قطرات دقيقة من الندى على الشريط اللامع ، وعند هذه اللحظة تسجل قراءتا الترمومترين t_1 & t_2 ليعطيا درجة حرارة الغرفة ونقطة الندى على الترتيب . ومن جداول خاصة نوجد ضغط البخار المشبع عند تلك الدرجتين ومنها نوجد الرطوبة النسبية من المعادلة (32 - 8).

ومن عيوب هذا الهيجرومتر صعوبة ملاحظة بدء تكوين الندى على الشريط اللامع ، وكذلك صعوبة قراءة الترمومتر بالانتفاخ B . ويوجد خطأ آخر هو عدم الدقة فى تعيين نقطة الندى المقاسة بالترمومتر t_2 وذلك لوجود عزل حرارى بين الترمومتر والشريط اللامع .

مثال (٨ ـ ٣) :

عند إجراء التجربة بجهاز هيجرومتر دانيال ، وجد أن نقطة الندى عند 10°م لما كانت درجة الغرفة 30°م . أوجد الرطوبة النسبية .؟

الحل :

من الجداول نجد أن ضغط البخار المشبع عند 30°م = 31.8 مم زئبق . وضغط البخار المشبع عند نقطة الندى = 9.2 مم زئبق .

$$\text{الرطوبة النسبية} = \frac{\text{ضغط البخار المشبع عند نقطة الندى}}{\text{ضغط البخار المشبع عند درجة الغرفة}} \times 100$$

$$= \frac{9.2}{31.8} \times 100 = 29\ \%$$

تمارين على الفصل الثامن

١ – أوجد متوسط سرعة جزىء فى غاز مثالى عند درجة 300 كلفن – علماً بأن كتلة الجزىء 10^{-25} كيلو جرام . ؟

٢ – احسب عدد التصادمات فى الثانية التى يعملها جزىء من غاز تحت ضغط 1 مم زئبق ، وعند درجة حرارة 373 كلفن . علماً بأن سرعة الجزىء تحت هذه الظروف 560 متر / ث وأن متوسط طول المسار الحر للجزىء تحت ضغط 1 مم زئبق ودرجة الصفر المئوى هو 115×10^{-2} متر . ؟

٣ – أوجد متوسط طول المسار الحر للأيدروجين عند المعدلين ، إذا علم أن معامل اللزوجة بوحدات سم جم ث هو 0.00008 بواز وأن كثافة الأيدروجين فى المعدلين 0.00009 جم / سم٣ . أوجد تردد التصادم . ؟

وإذا كانت الكثافة الجزيئية للأيدروجين 2.705×10^{19} فأوجد قطر الجزىء . ؟

٤ – إناء مكعب طول ضلعه 3 سم ويوجد به 64 جرام من غاز الأكسجين احسب ضغط هذا الغاز إذا علم أن وزن جزىء الأكسجين 5.3×10^{-22} جرام . ؟

٥ – أوجد الجذر التربيعى لمتوسط سرعة جزيئات غاز عند معدلى الضغط ودرجة الحرارة علماً بأن كثافته فى المعدلين 10^{-5} جم / سم٣ وعجلة الجاذبية الأرضية 980 سم / ث٢ (كثافة الزئبق 13.6 جم / سم٣) ؟

٦ – كثافة غاز الأرجون عند درجة 300 كلفن وضغط 75 سم زئبق هى 2.6 جم / لتر ، أوجد كتلة الغاز الموجود فى أنبوبة تفريغ كهربائى حجمها 100 سم٣، والضغط داخلها 75 سم زئبق ومتوسط درجة الحرارة 393 كلفن .

٧ – أوجد درجة الحرارة التى يكون عندها متوسط طول المسار الحر ، لجزيئات غاز مثالى ضعف متوسط المسار الحر لنفس الجزيئات عند درجة 300 كلفن . وإذا ثبتنا درجة الحرارة وغيرنا ضغط الغاز فأوجد قيمة الضغط الذى يكون عنده متوسط طول

المسار الحر ألف مرة . قدر متوسط المسار الحر لنفس الجزيئات تحت ضغط جوى معتاد . ؟

٨ – اثبت باستخدام نظرية الحركة للغازات أن ضغط الغاز المثالى P يعطى بالمعادلة $P = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}$ حيث ρ كثافة الغاز ، $\overline{v^2}$ متوسط مربع سرعة الجزيئات . ثم أثبت أنه إذا كان متوسط طاقة حركة الجزىء تتناسب مع درجة الحرارة المطلقة فإن معادلة الحالة للغازات المثالية ($PV = nRT$) تستنتج من المعادلة السابقة . ؟

٩ – احسب من المسألة السابقة متوسط مربع سرعة الجزيئات للهواء عند درجة واحد كلفن ، باعتبار كتلة الجزىء تساوى ضعفين ونصف مرة كتلة ذرة الكربون C_{12} وأن الحجم الجزيئى للغاز 0.022 م٣ عند درجة 273 كلفن وضغط 10^5 نيوتن / م٢ . ؟

١٠ – احسب ضغط غاز الأيدروجين من المعادلات الآتية :

عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم = 6.8×10^{15} لكل سم٣ ؟

متوسط مربع سرعة الجزيئات = 1.9×10^{3} متر / ث ؟

عدد أفوجادور = 6.02×10^{23} ؟

الوزن الجزيئى النسبى للأيدروجين = 02.02 ؟

ثم علق على تأثير وجود مثل هذا الضغط فوق زئبق أنبوبة ضغط مانومترية .

١١ – ماهى الصفات التى تميز غاز مثل ثانى أكسيد الكربون عن الغاز المثالى ؟ وكيف يمكن لتلك الاختلافات أن تحقق علميا ؟

١٢ – احسب كتلة لتر من الأيدروجين الرطب المجموع فوق الماء فى درجة 15° م ، إذا كان ارتفاع البارومتر 76.5 سم وكثافة الأيدروجين فى المعدلين 0.00089 جم /سم٣ ، وكثافة بخار الماء تسعة أمثال كثافة الأيدروجين (ضغط بخار الماء المشبع فى 15° م = 10.27 سم زئبق) ؟

١٣ – أوجد كتلة لتر من الهواء فى 29° م وضغط 75 سم زئبق إذا كانت الرطوبة النسبية 60% ، علماً بأن ضغط البخار المشبع فى 29° م هو 1.75 سم زئبق ، وكثافة البخار

فى درجة الصفر المئوى وتحت ضغط 76 سم زئبق هى 0.806 جم / لتر ، وكثافة الهواء فى المعدلين 1.293 جم / لتر . ؟

١٤ – أوجد النسبة التى يتكثف بها بخار الماء من الهواء عندما تنخفض درجة حرارته من 20° م إلى 5° م . علماً الرطوبة النسبية عند درجة 20° م كانت 60% . ؟

(ضغط البخار المشبع عند درجة 20° م = 1.75 مم زئبق وعند درجة 5° م يساوى 6.5 مم زئبق) .

١٥ – احسب كمية بخار الماء الموجود فى غرفة أبعادها $3 \times 5 \times 5$ أمتار عند درجة 25° م . علماً بأن نقطة الندى عند درجة 12° م ، وضغط البخار المشبع عند درجة 12° م يساوى 10.43 مم زئبق ، وعند درجة 25° م يساوى 23.52 مم زئبق . ؟

١٦ – يستطيع مصباح بنزن تسخين 2 كيلو جرام ماء من درجة 10° م إلى درجة 80° م فى 10دقائق . ماهى كمية البخار التى تنتج فى الساعة عند غليان الماء ؟

١٧ – أنبوبة ضيقة منتظمة المقطع مغلقة من أحد طرفيها ، وتحتوى على هواء رطب تحبسه قطرة من الماء . فى درجة 15° م كان طول عمود الهواء الرطب 10.75 سم ، ولما رفعت درجة الحرارة إلى 60° م أصبح طول عمود الهواء الرطب 14.99 سم ، فإذا كان الضغط الجوى أثناء التجربة 747.8 مم زئبق ، وكان ضغط البخار الماء المشبع فى درجة 15° م هو 12.8 مم زئبق ، فأوجد ضغط بخار الماء المشبع عند درجة 60° م ؟

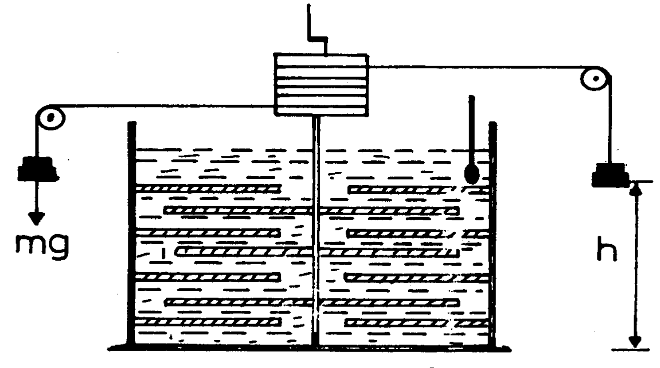
الفصل التاسع
الديناميكا الحرارية
(THERMO - DYNAMICS)

الديناميكا الحرارية هى العلم الذى يربط الحرارة بالطاقة الميكانيكية وتحويل أى منها للآخر ، ويعتمد هذا العلم أساساً على قانون بقاء الطاقة ، الذى ينص على أنه إذا حدثت تغيرات نوعية فى الطاقة ، داخل نظام معزول تكون مجموع الطاقات المتفاعلة قبل حدوث التغير ، مساوية تماماً لمجموع الطاقات بعد التفاعل، مع ملاحظة أن المادة كما أثبت إينشتين هى نوع من الطاقة المتجمدة التى يمكن تحريرها ، فالجرام من المادة عند تحويله إلى طاقة يعطى ما قيمته مربع سرعة الضوء من الأرجات.

٩/١ - القانون الأول للديناميكا الحرارية :
(First law of thermo dynamics)

يعبر هذا القانون عن العلاقة بين الشغل والحرارة. فإذا تم تحويل كمية من الطاقة الميكانيكية إلى طاقة حرارية داخل أى نظام معزول فإنه يوجد تناسب بسيط بين هذه الكميات، ويسمى ثابت التناسب بالمكافئ الميكانيكى الحرارى تقدر قيمته بـ 4.18 جول/ سعر وقد كان جول هو أول من أجرى تجارب منظمة لدراسة هذا التحول وتعيين ثابت التناسب وبالرغم من بدائية تجارب جول إلا أن الثابت الذى أوجد قيمته لايزال يحتفظ بتلك القيمة برغم العديد من التجارب الأكثر دقة والتى أجريت بعد ذلك لتعيين هذا الثابت. ويعود ذلك إلى كثرة التكرار الذى مكن جول من أن يحصل على متوسط صحيح للمكافئ الميكانيكى الحرارى لايتوقف على أخطاء تجربته.

وتسمى تجربة جول عادة بتجربة البدالات. ويتركب الجهاز من مسعر أسطوانى مثبت بجدرانه ألواح معدنية ، يتحرك بينها بحرية مجموعة من البدالات تتصل بمحور رأسى مثبت فى نهايته أسطوانة ملفوف حولها خيط يمر طرفاه على بكرتين ويتدلى من كل طرف ثقل m, gm (انظر شكل ٩ - ١) .



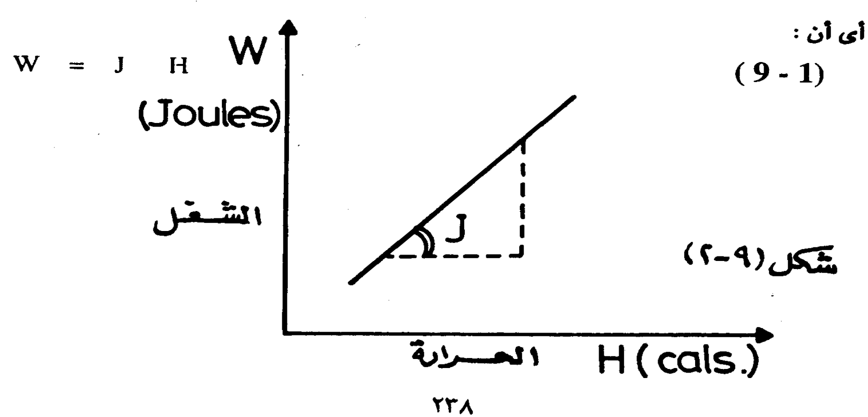
شكل (٩ - ١)

يوضع ماء بالمسعر وتقاس درجة حرارته بدقة بواسطة ترمومتر حساس.

إذا ترك الثقلان يسقطان مسافة h cm يدور المحور الرأسى داخل المسعر ، محركاً البدالات التى تدعك الماء بين الألواح الثابتة والأخرى المتحركة ، فيتحول بذلك الشغل الميكانيكى إلى حرارة بسبب الاحتكاك الحادث بين طبقات الماء المختلفة ، وبتكرار عملية إسقاط الكتل مع دوران المحور تمكن جول من تحويل كميات مختلفة من الطاقة الميكانيكية ، وحساب كميات الحرارة المناظرة التى يكون المسعر ومحتوياته قد اكتسباها نتيجة لذلك . وقد وجد أن العلاقة بين الشغل الميكانيكى W ($W = mgh$) وكمية الحرارة المتولدة H علاقة خطية كما مبين بالشكل (٩ – ٢) حيث ميل الخط هو المكافئ الميكانيكى الحرارى J.

أى أن :

$$W = J H \qquad (9 - 1)$$

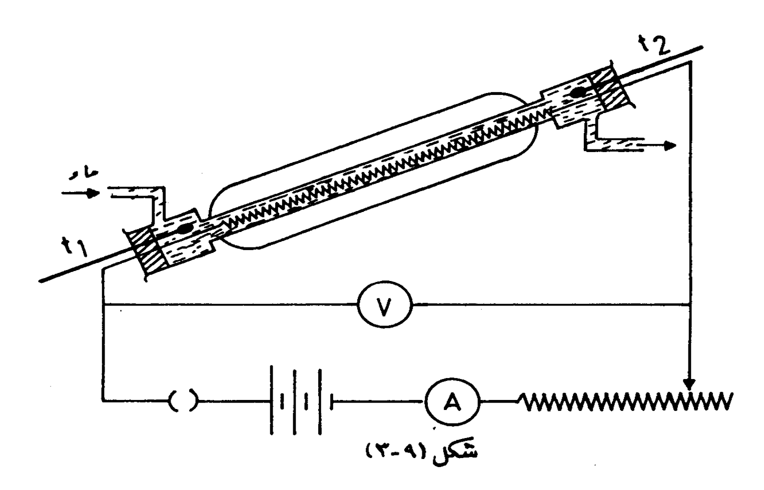


شكل (٩-٢)

٢/٩ ــ تجربة كالندروبارن لتعيين المكافئ الكهربائي الحراري :
(Calender and Barn experiment)

تسمى هذه الطريقة بطريقة التدفق المستمر ، ويتم أثناء التجربة تحويل كمية معلومة من الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية يمتصها تيار منتظم من الماء البارد يمر على سلك كهربائى للتسخين.

يتركب الجهاز كما فى الشكل (٩ – ٣) من سلك مقاومة كهربائى موضوع داخل أنبوبة زجاجية ، يمكن إمرار تيار بطىء من الماء بداخلها، مع قياس درجتى حرارة الماء عند المدخل وعند المخرج t_2 & t_1 .



شكل (٩-٣)

يمرر تيار كهربائى I أمبير فى السلك بواسطة دائرة كهربية . يتولد نتيجة لذلك طاقة حرارية يكتسبها تيار الماء عند مروره على السلك ، فترتفع درجة حرارته من t_1 إلى t_2 . يستمر إمرار التيار حتى الوصول إلى حالة الاتزان الحرارى، ويتم ذلك عندما تثبت درجة حرارة الماء عند المخرج .

وتتساوى حينئذ كميتا الطاقة الحرارية والطاقة الكهربائية . فإذا قيس معدل تدفق الماء

فى الأنبوبة بجمع كمية منه فى زمن معين ، وبقياس كتلة الماء نفرض أن كمية m gm تجمعت فى الثانية ، تكون الحرارة المكتسبة من الماء فى الثانية $m(t_2 - t_1)$ ويكون الشغل الكهربائى المبذول لذلك هو $I\ V$ حيث I شدة التيار المار فى السلك ، V فرق الجهد على طرفيه . وعلى ذلك تكون معادلة بقاء الطاقة هى :

$$I\ V = J\ m\ (t_2 - t_1) \qquad (9\text{-}2)$$

ومنها نوجد المكافئ الكهربائى الحرارى J وهو نفس ثابت التحويل الميكانيكى الحرارى.

٣/٩ — الشغل الميكانيكي الذي يبذله غاز عند التمدد الحر
(Mechanical Work in gas expansion)

عندما يتمدد غاز ضد قوى خارجية فإنه يبذل شغلاً، وبالعكس فإذا ضغط غاز بفعل قوى خارجية فإن هذه القوي تبذل شغلاً عليه. وهذا يعنى أنه فى الحالة الأولى يفقد الغاز بعضاً من طاقته الداخلية، لاستهلاكها كشغل مبذول ضد القوى الخارجية ، أما فى الحالة الثانية فيكتسب الغاز طاقة تضاف إلى طاقته الداخلية ، وتكافئ الزيادة مقدار الشغل الخارجي المبذول على الغاز.

كذلك إذا أعطينا للغاز كمية حرارة dQ تتغير طاقته الداخلية بمقدار dU ويمكن للغاز أن يعمل شغلاً قدره dW ، بتطبيق قانون بقاء الطاقة نحصل على الصورة التفاضلية للقانون الأول للديناميكا الحرارية .

$$dQ = dU + dW \qquad (9\text{-}3)$$

وواضح أنه يجب مراعاة أن تكون وحدات طرفى المعادلة متجانسة ، وقد تأخذ إشارة dW الموجب أو السالب حسب مايلى : إذاما كان الغاز يبذل شغلاً على الوسط المحيط تكون dW سالبة أما إذا كانت القوى الخارجية هى التى تبذل شغلاً على الجهاز تكون عندئذ dW موجبة .

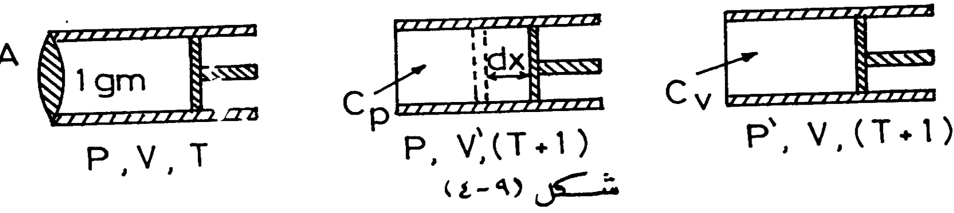
فى حالة النظام المعزول حرارياً ، أى عندما لايستقبل أى كمية من الحرارة من الخارج

وكذلك لايفقد أى كمية من حرارته - أى - عندما يكون :

$$dQ = 0$$

يسمى التغير عندئذ تغيرا أدياباتيا - أى مع ثبوت كمية الحرارة . وهناك نوع آخر من التغير يسمى بالتغير الأيسوثرمالى - أى ثابت الدرجة فيه تتفاعل الطاقات ولكن مع ثبوت درجة الحرارة.

نفرض جراماً من غاز موضوع داخل أسطوانة يقفلها مكبس (شكل ٩ - ٤).



شكل (٩-٤)

ونفرض أن حالة الغاز الابتدائية هى P، V، T من حيث الضغط والحجم ودرجة الحرارة. إذا ثبتنا وضع المكبس بحيث نحفظ حجم الغاز ثابتاً، ثم أعطينا الغاز كمية من الحرارة تكفى لرفع درجة حرارة هذا الجرام درجة واحدة مئوية، تكون هذه الكمية هى الحرارة النوعية للغاز تحت حجم ثابت c_v وتستخدم هذه الحرارة عادة فى رفع طاقة الحركة للجزيئات فيزداد الضغط ليصبح P' أما اذا تركنا المكبس حرا عند إعطاء الغاز كمية الحرارة التى ترفع درجته درجة واحدة مئوية تكون هذه الكمية من التعريف ، هى الحرارة النوعية للغاز تحت ضغط ثابت c_p ، وهنا يزداد حجم الغاز من V إلى V' ويبذل أثناء هذا التمدد شغلاً ميكانيكياً يستهلك فى تحريك المكبس إلى الخارج . يكون لهذا الشغل مكافئ حرارى يجب إضافته لكمية الطاقة الحرارية اللازمة لرفع طاقة حركة الجزيئات لترتفع حرارته درجة واحدة. أى أن :

$$c_p = c_v + dW$$

ولتعيين المكافئ للشغل dW المبذول فى تمدد الغاز ، نفرض أن مساحة مقطع الأسطوانة التى تحتوى الغاز هو A ، وأن المكبس قد تحرك مسافة dx أثناء تمدد الغاز

وزيادة حجمه بمقدار $dV = (V_2 - V_1)$

∴ القوة المؤثرة على المكبس عمودياً = ضغط الغاز × مساحة المكبس .

الشغل الميكانيكى = القوة × المسافة

$$\therefore \quad dW = P \times A \times dx$$

$$\therefore \quad dW = P \ dV \qquad (9\text{-}4)$$

حيث التغير فى الحجم $dV = A \ dx$

هذا الشغل يكافئ طاقة حرارية قدرها $\frac{1}{J}(P \ dV)$ حيث J هو المكافئ الميكانيكى الحرارى. **ويجب على الطالب أن يلاحظ أننا فى معظم معادلات الديناميكا الحرارية نسقط الثابت J اعتمادا على أن الطالب يعلم أن وحدات الشغل يجب أن تكون وحدات حرارية حتى يكون طرفا كل معادلة متجانسين.**

نفرض الآن انطباق القانون العام للغازات على التمدد السابق للغاز داخل الأسطوانة

$$PV = RT$$

بمفاضلة هذه المعادلة

$$P \ dV + V \ dp = RdT$$

فإذا حفظنا ضغط الغاز ثابتاً – أى – عند ترك المكبس حر الحركة يكون : $dP = 0$.

$$P \ dV = R \ d \ T$$

وإذا كان التغير فى درجة الحرارة هو درجة واحدة أى أن : $dT = 1$ يكون الشغل المبذول مساوياً لثابت الغاز للجرام الجزيئى أى أن :

$$P \ dV = R$$

وعلى ذلك يكون

$$c_P = c_v + R \qquad (9\text{-}5)$$

مثال (٩ – ١) :

تحتوى أسطوانة يقفلها مكبس على 4 جرامات من غاز فى درجة الصفر المئوى ، فإذا

كان حجم الغاز 1.6 لترا حينما كان الضغط فوقه 2جول، ثم سخن الغاز تحت ضغط ثابت حتى درجة 127 م فأوجد كمية الحرارة التى أعطيت للغاز ، كذلك الشغل الذى بذله الغاز فى التمدد.

وماهو التغير فى الطاقة الداخلية للغاز؟ (c_p = 0.248 cal / gm / °C)

الحــــل :

الحرارة التى أعطيت للغاز هى :

$$H = m\ c_p\ (t_2 - t_1)$$

$$= 4 \times 0.248 \times 127 = 126 \text{ cals}$$

الحجم النهائى للغاز V_2 هو

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 1.6 \times \frac{400}{273} = 2.34 \text{ Litres}$$

∴ الشغل المبذول هو

$$dW = P\,dV = 2 \times 76 \times 13.6 \times 980\ (2.34 - 1.6) \times 10^3$$

$$= 1.5 \times 10^9 \text{ erg} = 1.5 \times 10^2 \text{ Joule}$$

التغير فى الطاقة الداخلية

$$dU = dQ - P\,dV$$

$$= 126 \times 4.18 - 1.5 \times 10^2$$

$$= 3.77 \times 10^2 \text{ Joule.}$$

٩/٤–التغير الأدياباتي (Adiabatic Change) :

إذا أحدثنا تغييرا على حالة نظام معزول حرارياً سمى التغير أدياباتيا ، فمثلاً عند تمدد غاز مع ثبوت كمية حرارته ، يكون الشغل المبذول فى التمدد على حساب الطاقة الداخلية ، ولذلك تنخفض درجة حرارة الغاز . ويحدث العكس فى حالة انضغاط الغاز أدياباتيا ، فترتفع درجة حرارته لازدياد طاقته الداخلية ، بما يكافئ الشغل الخارجى المبذول عليه.

لاتصلح معادلة الحالة للغاز التام $PV = RT$ لكى تصف التغير الأدياباتى لغاز ، ولإيجاد المعادلة المناسبة لذلك نفرض 1 جم من غاز داخل نظام معزول تمثل حالته (P , V , T).

وإذا أعطينا الغاز كمية صغيرة من الحرارة dQ فإنها تتسبب فى أن يبذل شغلاً قدره dW يساوى PdV كما تتغير الطاقة الداخلية له بمقدار dU وباستخدام المعادلة (3 - 9) يكون:

$$dQ = dU + PdV$$

وعند ثبوت الحجم ($V = const.$) يكون التغير فى الحجم dV مساوياً للصفر وتصبح الحرارة النوعية للغاز تحت حجم ثابت c_v :

$$c_v = \left(\frac{dU}{dT} \right)_v$$

وبذلك يصبح $dU = c_v\ dT$

وتصير المعادلة (3 - 9)

$$dQ = c_v\ dT + P\ dV \qquad (9 - 6)$$

وبمفاضلة القانون العام للغازات $PV = RT$ نحصل على :

$$P\ dV + V\,dP = R\,dT \qquad (9 - 7)$$

ومن ثبوت كمية الحرارة فى التغير الأدياباتى يكون $dQ = 0$ ،

ومن المعادلة (6 - 9) ، (7 - 9) نحصل على :

$$c_v \ \frac{P\ dV + VdP}{R} + P\ dV = 0$$

$$c_v\ P\,dV + c_v\ V\ dP + (c_P - c_v)\ P\ dV = 0$$

$$c_P\ P\,dV + c_v\ V\,dP = 0$$

$$\frac{c_P}{c_v}\ \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \qquad (9 - 8)$$

وبالتكامل

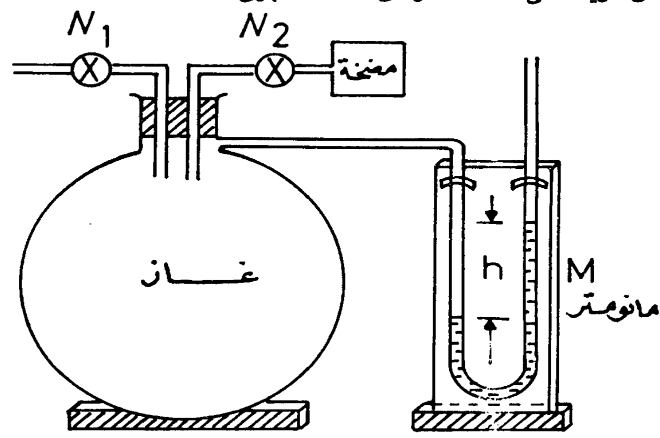
$$\frac{c_P}{c_v} \ln V + \ln P = \text{constant} \tag{9 - 9}$$

$$PV^{\gamma} = \text{constant} \tag{9 - 10}$$

حيث $\gamma = c_P / c_v$ هى النسبة بين الحرارة النوعية للغاز تحت ضغط ثابت وتحت حجم ثابت . وتعطى هذه المعادلة العلاقة بين الضغط والحجم للتغيرات الأدياباتية للغاز.

تعيين قيمة γ عملياً :

لإيجاد قيمة γ نستخدم الجهاز المبين بالشكل (٩ – ٥) . ويتركب من إناء كبير يحتوى على الغاز تحت الاختبار ، ويتصل بمضخة لضغط الغاز فى الإناء ، كما يتصل بالإناء مانومتر لقياس الزيادة فى ضغط الغاز عن الضغط الجوى.



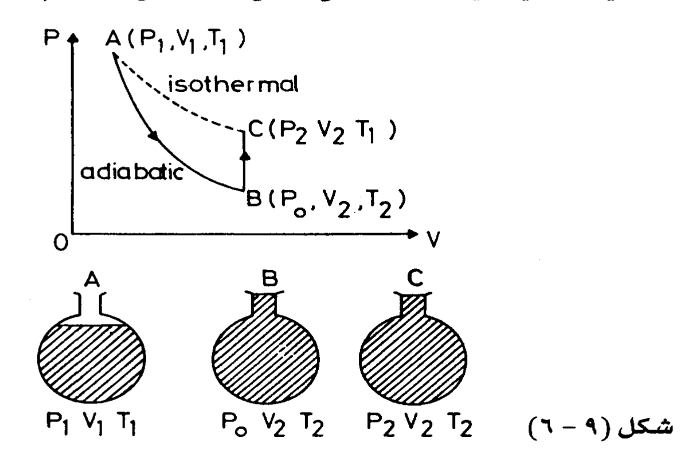
نبدأ التجربة وضغط الغاز P_1 ، ثم نفتح الصمام N_1 المتصل مباشرة بالهواء الجوى فينخفض الضغط من P_1 إلى P_0 وهى قيمة الضغط الجوى . ثم نقفل الصمام N_1.

يتم تمدد الغاز عند فتح الصمام تمدداً أدياباتياً ، لذلك تنخفض درجة حرارة الغاز عن

درجة حرارة الجو .

إذا ترك الجهاز بعض الوقت تتساوى درجة حرارة الغاز مع درجة حرارة الجو ، بعد أن يكون الجو قد أعطى الغاز كمية من الحرارة ، تجعله يتمدد فيزداد ضغطه من P_0 إلى P_2، ويكون هذا الضغط النهائى للغاز هو نفس الضغط لو أن الغاز تمدد أيسوثرمالياً أى مع ثبوت درجة حرارته.

ويمكن تمثيل تغير حالة الغاز على منحنى PV كما فى الشكل (٩ - ٦).



شكل (٩ - ٦)

تمثل النقطة A حالة كتلة معينة حجمها V_1 أقل من حجم الإناء ، وضغطها P_1 أكبر من الضغط الجوى P_0 . إذا تمدد فجأة هذا الحجم من الغاز لكى يملأ الإناء تماماً ، فإننا نصل للنقطة B حيث الضغط الجوى P_0 ولكن درجة الحرارة T_2 أقل من درجة حرارة الجو T_1.

عندما يترك الغاز فترة حتى الوصول لحالة الاتزان الحرارى ، يرتفع ضغط الغاز إلى P_2 ونصل للنقطة C حيث درجة الحرارة هى نفس درجة حرارة الجو .

المنحنى AC يمثل التغير الأيسوثرمالى بينما المنحنى AB يمثل التغير الأدياباتى.

بما أن درجة حرارة كل من الحالتين C & A واحدة ، لذلك ينطبق قانون بويل

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

بما أن التغير من A إلى C أدياباتى تكون معادلة التغير هى :

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_0 V_2^{\gamma}$$

وبحذف V_1 & V_2 من المعادلتين السابقتين نحصل على :

$$\frac{P_1}{P_0} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma}$$

وبأخذ اللوغاريتمات نحصل على قيمة γ :

$$\gamma = \frac{\text{Log } P_1 - \text{Log } P_0}{\text{Log } P_1 - \text{Log } P_2} \qquad (9\text{-}11)$$

وباعتبار أن ضغط الغاز عند بداية التجربة هو :

$$P_1 = P_0 + h_1$$

وأن الضغط النهائى للغاز بعد التمدد الأدياباتى هو :

$$P_2 = P_0 + h_2$$

حيث h_1 & h_2 هما الزيادة فى قراءة المانومتر عن الضغط الجوى وبالتعويض فى المعادلة (9-11) نحصل على :

$$\gamma = \frac{\text{Log } P_0 \left(1 + \frac{h_1}{P_0}\right) - \text{Log } P_0}{\text{Log } P_0 \left(1 + \frac{h_1}{P_0}\right) - \text{Log } P_0 \left(1 + \frac{h_2}{P_0}\right)}$$

$$\gamma = \frac{\text{Log } \left(1 + \frac{h_1}{P_0}\right)}{\text{Log } \left(1 + \frac{h_1}{P_0}\right) - \text{Log } \left(1 + \frac{h_2}{P_0}\right)}$$

وبفك اللوغاريتمات مع إهمال الحدود الصغيرة فى المفكوك يكون :

$$\text{Log}\left(1+\frac{h_1}{P_0}\right)=\frac{h_1}{P_0}$$

$$\text{Log}\left(1+\frac{h_2}{P_0}\right)=\frac{h_2}{P_0} \qquad \textbf{(9-12)}$$

وتصبح قيمة γ بالتعويض فى معادلة **(9-12)**

$$\gamma=\frac{h_1}{h_1-h_2} \qquad \textbf{(9-13)}$$

وبقياس الارتفاعين h_1 & h_2 يمكن حساب قيمة c_P / c_v .

مثال (٩ - ٢) :

أوجد التغير فى درجة حرارة غاز الهليوم عندما يتمدد مع ثبوت الحرارة (أى أدياباتيا - إلى ثمانية أمثال حجمه الأصلى علماً بأن درجة حرارته الابتدائية 15°م ($c_P / c_v = 5/3$) ؟

الحل :

نستخدم المعادلتين $PV^{\gamma} = \text{const.}$

$$P\ V = R\ T$$

للحصول على علاقة الحجم بدرجة الحرارة: $T V^{\gamma-1} = \text{Const}$

درجة الحرارة الابتدائية $T_1 = 288$

الحجم الابتدائى V_2 يساوى ثمانية أمثال الحجم الابتدائى

$$V_2 = 8\ V_1$$

نحصل على درجة الحرارة النهائية T_2 من المعادلة :

$$T_1\ V_1^{\gamma-1} = T_2\ V_2^{\gamma-1}$$

$$\therefore\ T_2 = 288\left(\frac{1}{8}\right)^{\gamma-1}$$

$$\therefore\ T_2 = 288\left(\frac{1}{8}\right)^{2/3}$$

$$= 72\ \text{K}$$

مثال (٩ - ٣) :

يتمدد 1 جم من الهواء عند درجة حرارة 126°م مع ثبوت الحرارة إلى خمسة أمثال حجمه الأصلى . أوجد الشغل المبذول فى هذا التمدد باعتبار أن الهواء غازاً مثالياً .
؟ ($R = 2.88 \times 10^6$ erg / C , $c_P / c_v = 1.4$)

الحـــل :

باستخدام المعادلة . $T \; V^{\gamma-1} = const.$

نحصل على درجة الحرارة النهائية T_2 كما فى المثال السابق .

$$T_2 = 548 \left(\frac{1}{5} \right)^{0.4} = 315 \quad K$$

الشغل المبذول فى التمدد باعتبار الغاز مثالياً هو :

$$\begin{aligned} W &= P_2 V_2 - P_1 V_1 \\ &= R T_2 - R T_1 \\ &= 2.88 \times 10^6 \; (548 - 315) \\ &= 670 \times 10^6 \; \text{erg.} \\ &= 67 \; \text{joule} \end{aligned}$$

الآلات الحرارية
(Heat Engines)

٩/٥ - القانون الثاني للديناميكا الحرارية
(Second Law of thermo dynamics)

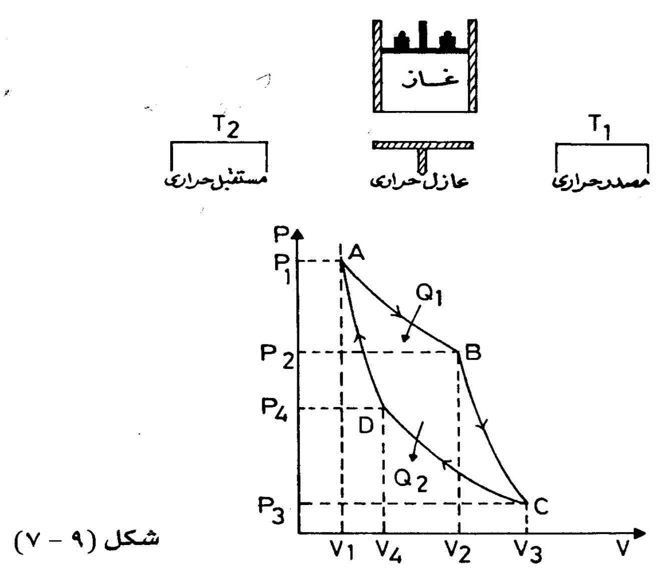
يعالج القانون الثانى للديناميكا الحرارية تحويل الطاقة الحرارية إلى طاقة ميكانيكية وشغل مفيد . وواضح أن لذلك التحويل أهمية كبرى لدى الإنسان ، إذ يستطيع عن هذا الطريق أن يستغل لفائدته الحرارة الناشئة عن حرق أنواع الوقود المختلفة والموجودة بوفرة على شكل خام طبيعي فى باطن الأرض . ويسمى الجهاز الذى يقوم بتحويل الحرارة إلى شغل آلى مفيد بالآلة الحرارية Heat Engine مثال ذلك آلة السيارة والقطار وغيرها .

سبق أن أوضحنا عند الكلام على القانون الأول للديناميكا الحرارية ، أنه من الممكن تحويل الطاقة الميكانيكية تحويلاً تاماً إلى طاقة حرارية. ولكن سوف نرى مما يلى أن العكس غير صحيح ، إذ أن أى آلة حرارية مهما كانت كفاءتها يمكن لها أن تحول جزءاً فقط من الطاقة الحرارية إلى شغل مفيد . وقد وضع كارنو نموذجاً لآلة حرارية مثالية نشرحها فيما يلى :

آلة كارنو الحرارية (Carnot's heat engine) :

استخدم كارنو فى آلته الحرارية النموذجية غازاً مثالياً كمادة تشغيل للآلة . وتخيل الآلة مكونة كما فى الشكل (٩ - ٧) من أسطوانة يقفلها مكبس محكم يتحرك بحرية داخله . وفرض أن جدران الأسطوانة والمكبس مصنوعة من مادة عازلة حرارياً لمنع انتقال الحرارة خلالها ، بينما تكون قاعدة الأسطوانة فقط مصنوعة من مادة جيدة التوصيل الحرارى حتى تنتقل منها وإليها الحرارة للغاز داخل الأسطوانة وهو مادة التشغيل .

نفرض أننا بدأنا والغاز فى حالة معينة من الحجم والضغط ودرجة الحرارة ، وأننا أحدثنا سلسلة من التغيرات، بشرط عودتنا فى النهاية إلى نفس نقطة البداية . ولتكن هذه التغيرات على أربع مراحل كما يأتى :



شكل (٩ – ٧)

١ – نضع الأسطوانة على مصدر حرارى درجة حرارته مرتفعة ولتكن T_1 يمكن تمثيل حالة الغاز الابتدائية بالنقطة A على منحنى PV حيث إحداثيات هذه الحالة هى (P_1 ، V_1 ، T_1) . نرفع بعض الأثقال من على مكبس الأسطوانة لكى نسمح للغاز بالتمدد الأيسوثرمالى ، مع ثبوت درجة الحرارة عند T_1 حتى تصل حالة الغاز إلى النقطة B . نفرض أن الغاز قد امتص خلال هذه العملية كمية من الحرارة Q_1 من المصدر لمعادلة تأثير التمدد .

٢ – ترفع الأسطوانة بعد ذلك من على المصدر الساخن ، وتوضع على حامل عازل حرارياً فيصبح الغاز فى الأسطوانة معزولاً عزلاً تاماً عن الوسط المحيط ، ثم نرفع المزيد من الأثقال من على المكبس لإحداث تمدد آخر للغاز حتى يصل للنقطة C ، ويكون هذا التمدد أدياباتيا فتنخفض درجة حرارة الغاز من T_1 إلى T_2.

٣ – توضع الأسطوانة بعد ذلك على مستقبل حرارى درجة حرارته T_2 ، وتضاف بعدئذ بعض الأثقال على المكبس ، ليتم ضغط الغاز تحت درجة حرارة ثابتة حتى تصل حالته للنقطة D ، تطرد الحرارة الزائدة ولتكن Q_2 والتى نتجت عن ضغط الغاز إلى المستقبل .

٤ – ترفع أخيراً الأسطوانة وتوضع على العازل مرة ثانية ثم يضاف مزيد من الأثقال ، فينضغط الغاز أدياباتيا فترتفع درجة حرارته من T_2 إلى T_1 ونعود بذلك إلى نقطة البداية A ، ونكون قد أجرينا دورة كاملة للآلة .

يسمى الشكل المغلق ABCD بدورة كارنو ، ويلاحظ أن مادة التشغيل قد مرت خلال هذه الدورة على تغييرين أيسوثرماليين وتغييرين أدياباتيين . كما أن الغاز قد بذل شغلا ليتمدد من النقطة A الى النقطة B ، وهذا التمدد يتبعه انخفاض فى درجة الحرارة ، ولكن نظراً لأن التغير منA إلى B أيسوثرمالى – أى مع ثبوت الدرجة ، لذلك يمتص الغاز مايلزمه من حرارة Q_1 ، لكى تستمر درجة حرارته ثابتة عند القيمة T_1 . وكذلك عندما يضغط الغاز من النقطة C إلى النقطة D ، حيث درجة الحرارة T_2 تلقى الحرارة Q_2 الناشئة عن انضغاط الغاز على شكل عادم للمستقبل الحرارى. أما بالنسبة للتغيرين من B إلى C ومن D إلى C فإنهما قدتما مع ثبوت كمية الحرارة أدياباتيا لأن الغاز كان معزولاً عزلاً حرارياً . وسنثبت فيما بعد أن الشغل المبذول أثناء التغير الأدياباتى من B إلى C يساوى تماماً الشغل المبذول أثناء الضغط الأدياباتى من D ، إلى A ، وذلك لأن الأول قد خفض درجة حرارة الغاز من T_1 إلى T_2 ، بينما رفع التغير الثانى درجة حرارته من T_2 إلى T_1 دون خروج أو دخول أى كمية من الحرارة .

مما سبق نرى أن كمية الحرارة Q_2 - Q_1 قد اختفت وظهرت على شكل شغل مبذول أثناء الدورة W.

أى أن :

$$W = Q_1 - Q_2$$

وهذا يوضح عمل الآلة الحرارية ، حيث تتحول كمية من الحرارة إلى شغل مفيد ، وذلك

باستخدام مصدر ساخن وآخر بارد يمتص من الأول كمية حرارة Q_1 ، يستغل جزءاً منها على شكل شغل مفيد ويلقى بالباقى إلى المستقبل على شكل عادم .

تقاس كفاءة الآلة الحرارية η بالنسبة بين كمية الشغل الذى يمكن استخلاصه منها إلى كمية الحرارة التى امتصتها من المصدر ، أى أن :

$$\eta = \frac{w}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$\therefore \quad \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \qquad (9\text{-}14)$$

وهذا يعنى أنه كلما نقصت كمية الحرارة (العادم) Q_2 ، التى تستغنى عنها الآلة دون فائدة ، كلما ازدادت كفاءة الآلة حتى تصل إلى القيمة $\eta = 1$ ، عندما تصبح $Q_2 = 0$ – أى – عندما يتلاشى تماماً العادم من الآلة وتكون عندئذ كل الكمية Q_1 قد تحولت إلى شغل آلى وطاقة ميكانيكية مفيدة . وواضح أن هذه حالة مثالية لايمكن حدوثها فى الواقع ، إذ أن جميع الآلات الحرارية لها كفاءة أقل من الواحد الصحيح $(\eta < 1)$.

وتتوقف النسبة $\frac{w}{Q_1}$ على كل من درجة حرارة المصدر T_1 ودرجة حرارة المستقبل ، إذ أن كمية الحرارة الممتصة من المصدر تتناسب طردياً مع درجة حرارته المطلقة لذلك تكون الكفاءة الآلية

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

أى أنه كلما اقتربت درجة حرارة المصدر من درجة حرارة المستقبل للعادم ، كلما اقتربت النسبة $\frac{T_2}{T_1}$ من الوحدة ، وتقترب ذلك الكفاءة الآلية من الصفر ، بينما إذا نقصت درجة حرارة المستقبل حتى تصل إلى درجة الصفر المطلق فإن الآلة تصبح تامة الكفاءة ، أى أن : $\eta = 1$

وفيما يلى نص القانون الثانى للديناميكا الحرارية كما وضعه كلوزياس

« لايكون بأى حال من الأحوال تحويل أى كمية من الحرارة إلى شغل آلى دون أن يتم فى نفس الوقت نقل كمية من الحرارة من جسم ساخن إلى آخر بارد » .

وفى كلمات أخرى :

« لايمكن لأى آلة حرارية أن تعمل ذاتياً ، بدون أن تساعدها طاقة خارجية، أن تنقل كمية من الحرارة من مستوى منخفض إلى آخر أعلى منه حرارياً » .

٦/٩ - القصور الحراري - الأنتروبيا : Entropy

لحساب الشغل المبذول على مادة التشغيل فى آلة كارنو الحرارية نستخدم المعادلة (9-4)

$$W = \int P \, . \, dV$$

فإذا اعتبرنا التغييرين الأيسوثرماليين الممثلين بالخطين AB & CD ، فى دورة كارنو ينطبق عليهما قانون بويل وذلك يكون :

$$P_1 \quad V_1 \quad = P_2 \quad V_2 \quad = RT_1$$

$$P_3 \quad V_3 \quad = P_4 \quad V_4 \quad = RT_2 \qquad (9\text{-}15)$$

أما التغيران الأدياباتيان الممثلان بالخطين BC & DA فتنطبق عليهما المعادلات

$$P_1 \quad V_1^{\gamma} \quad = P_4 \quad V_4^{\gamma}$$

$$P_2 \quad V_2^{\gamma} \quad = P_3 \quad V_3^{\gamma} \qquad (9\text{-}16)$$

ويكون بذلك الشغل المبذول بواسطة الغاز أثناء التمدد الأيسوثرمالى AB :

$$W_{AB} = \int_A^B P \, dV = \int_1^2 \frac{RT_1}{V} \, dV$$

$$W_{AB} = RT_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

وبالمثل الشغل المبذول على الغاز أثناء الانضغاط الأيسوثرمالى من C إلى D هو :

$$W_{CD} = - RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

وبالجمع يكون الشغل الأيسوثرمالى كله الذى بذل بواسطة الغاز هو :

$$W\ (iso.) = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

لكن من المعادلتين (9-16) ، (9-15) نحصل على :

$$\frac{P_1 V_1}{P_4 V_4} = \frac{P_2 V_2}{P_3 V_3} = \frac{RT_1}{RT_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{P_1 \ V_1^{\gamma}}{P_1 \ V_4^{\gamma}} = 1 = \frac{P_2 \ V_2^{\gamma}}{P_3 V_3^{\gamma}}$$

وبما أن $1 \neq \gamma$ لذلك لكى تتحقق المعادلات السابقة يجب أن يكون :

$$\frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3}$$

وبذلك يصير الشغل الأيسوثرمالى

$$W\ (iso.) = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + RT_2 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$W\ (iso.) = R\ (T_1 - T_2)\ \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad (9\text{-}17)$$

أما الشغل الأدياباتى المبذول خلال التغير من B إلى C فهو :

$$W_{2-3}\ (adi.) = \int_2^3 P \ dV$$

$$= \int_2^3 \frac{P_3 \ V_3^{\gamma}}{V^{\gamma}} dV = \frac{P_3 \ V_3^{\gamma}}{1 - \gamma} \left(V_3^{1-\gamma} - V_2^{1-\gamma} \right)$$

$$= \frac{1}{(1 - \gamma)} \left(P_3 V_3 - P_2 V_2 \right)$$

$$= \frac{1}{(\gamma - 1)} (RT_1 - RT_2)$$

وبالمثل الشغل الأدياباتى المبذول فى أثناء التغير من D إلى A هو :

$$W_{4-1} \ (adi.) = \frac{1}{(\gamma - 1)} (RT_2 - RT_1)$$

وبجمع الشغل الأدياباتى كله خلال الدورة نجد أنه يتلاشى أى أن :

$$W_{tot.} \ (adi.) = 0 \qquad (9\text{-}18)$$

وبذلك يكون الشغل الكلى المبذول خلال دورة كارنو هو :

$$W = R \ (T_1 - T_2) \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

وهذا الشغل يساوى مساحة دورة كارنو ، ويساوى أيضاً كمية الحرارة ($Q_1 - Q_2$) التى استهلكت فى عملها ، أى أن :

$$Q_1 - Q_2 = R \ (T_1 - T_2) \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\therefore \quad \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\therefore \quad 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\therefore \quad \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \qquad (9\text{-}19)$$

أى أن

ويمكن وضع هذه المعادلة على الصورة التفاضلية الآتية :

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \qquad (9\text{-}20)$$

والتكامل هنا مأخوذ على دورة كاملة . وسوف نطلق على الحرارة المستهلكة فى الدورة مقسومة على درجة الحرارة المطلقة بالقصور الحرارى أو الإنتروبيا .Entropy ويلاحظ أن تكامل القصور الحرارى فى دورة كارنو يكون مساوياً للصفر . فإذا رمزنا للإنتروبيا بالدالة S تصير المعادلة (9-20)

$$\oint dS = 0 \qquad (9\text{-}21)$$

أى أن : $S = const.$

وهذا يعنى أن القصور الحرارى يظل ثابتاً لايتغير خلال دورة كارنو الحرارية .

٩/٧ – المعني الفيزيائي للإنتروبيا : (Meaning of Entropy) :

القصور الحرارى هو دالة من دوال الحالة لأى نظام ، مثلها مثل الضغط والحجم ودرجة الحرارة . أى إنها دالة تفاضلية تامة يمكن تكاملها وإيجاد قيمة لها . وبالرغم من ذلك فلايوجد لدينا أى مقياس يمكن بواسطته قياس قيمتها مباشرة كباقى دوال الحالة للنظام . وإنما يمكن فقط حساب قيمتها من العلاقة :

$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad (9\text{-}22)$$

وإذا حاولنا تعريف إنتروبيا النظام بدلالة حركيته يمكن اعتبار أن الإنتروبيا هى مقياس لدرجة الفوضى فى النظام degree of disorder . فمثلا عند تبريد غاز مع ثبوت حجمه ، فإننا نزيل منه طاقة حرارية كانت مخزونة بداخله وبذلك تقل حركية جزيئاته وبالتالى تقل درجة الفوضى فى حركة هذه الجزيئات ويصاحب ذلك نقص فى إنتروبيا النظام .

ومن المعروف أن حركية جزيئات سائل أقل منها فى بخاره ، أى أن إنتروبيا السائل تكون أقل من إنتروبيا بخار السائل . وإذا بردنا السائل لدرجة التجمد يكون إنتروبيا المادة الصلبة أقل منها فى حالة سيولتها ، وهكذا تتناقص درجة الفوضى فى النظام كلما انخفضت درجة الحرارة ، حتى تصل إلى درجة الصفر المطلق حيث تسكن تماماً جميع الحركات فى النظام ، وبذلك نصل إلى حالة منتهى الترتيب أى أن درجة الفوضى تساوى صفراً .

من ذلك نستخلص المبدأ المعروف بنظرية نرنست للحرارة Nernest theory :

« يتلاشى القصور الحرارى لأى نظام إذا تواجد فى درجة الصفر المطلق »

٨/٩ - مبدأ نقصان الطاقة وزيادة الإنتروبيا :

(**Principle of degradation of energy**)

لقد أثبتنا أنه لدورة كارنو الانعكاسية ينعدم التغير فى القصور الحرارى أى أن :

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

$$\therefore \quad \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (9\text{-}23)$$

فإذا أمكننا تشغيل آلة كارنو بين الدرجتين T_1 ودرجة الصفر المطلق ، أى يكون $T_2 = 0$ ، تكون كمية الحرارة الملقاة للمستقبل الحرارى مساوية للصفر ، أى أن كل كمية الحرارة Q_1 التى امتصتها الآلة الحرارية من المصدر قد استهلكت فى عمل شغل آلى مفيد ، وتكون كفاءة الآلة حينئذ مساوية للواحد الصحيح .

أما فى الواقع وعند تطبيق مبدأ كارنو على الآلات الحرارية العملية، فنجد أن هناك مصادر تفقد بسببها بعض الطاقة الحرارية كالاحتكاك مثلا . مثل هذه الطاقة المفقودة دون فائدة آلية تنقص من كفاءة الآلة العملية . وكلما ازداد الفقد نقصت الكفاءة . وتسمى مثل هذه الآلة العملية بالآلة الحرارية اللاانعكاسية Irreversible.

نفرض أن كمية الحرارة المفقودة فى الآلة الواقعية هى x تكون كفاءة هذه الآلة هى :

$$\eta_{(\text{irreversible})} = \frac{Q_1 - Q_2 - x}{Q_1}$$

وهذا يدل على أن كفاءة الآلة تتوقف على قيمة x وعلى ذلك يكون :

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

أى أن :

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} < 0$$

أى أن :

$$\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} > 0$$

$$\therefore \quad (S_2 - S_1) > 0 \quad \therefore \quad dS > 0 \qquad (9\text{-}24)$$

من ذلك نستنتج أن تشغيل أى آلة حرارية عملية يزيد دائماً من إنتروبيا النظام ، أى يزيد من درجة الفوضى فى النظام الذى تعمل فيه . وعلى ذلك إذا علمنا أن جميع الآلات الحرارية فى الكون هى آلات لا انعكاسية ، لذلك فاستمرار تشغيلها يزيد دائماً من القصور الحرارى شيئاً فشيئاً ويؤخذ ذلك أحياناً على أنه نص القانون الثانى فى الديناميكا الحرارية .

« تؤول الإنتروبيا فى نظامنا الكونى إلى نهاية عظمى »

ومن الجدير بالذكر هنا أن تشغيل أى آلة حرارية يستلزم نقل كمية من الحرارة من المصدر الساخن ، وإلقائها بالمستقبل على شكل عادم حرارى . ولما كانت السعة الحرارية للمصادر مهما كان نوعها سعات محدودة ، لذلك تنخفض باستمرار درجة حرارة المصادر بينما تزداد باستمرار درجة حرارة المستقبلات ، ولذلك تقترب درجات حرارة المصادر والمستقبلات من بعضها ، حتى تتساوى فى النهاية عندما تصل درجة الفوضى فى النظام الكونى نهاية عظمى ، وعندئذ لن يمكن تشغيل أية آلة حرارية مهما كان نوعها ، فيصل الكون إلى نهايته – أى – إلى حالة السكون الأعظم . واستناداً إلى هذه النتيجة وذلك المنطق أمكن الاستدلال على أن بدء الخليقة كان منذ عدد محدود من السنين ، وإلا كنا قد وصلنا إلى حالة أكبر إنتروبيا حيث نهاية الكون .

مثال (٩–٤) :

أوجد التغير فى الإنتروبيا عندما يتحول جرام واحد من الجليد فى درجة الصفر المئوى إلى بخار ماء فى درجة 100°م. الحرارة الكامنة للانصهار 80 سعر / جم وللتصعيد 540 سعر / جم. ؟

الحل :

أولاً : التغير فى الإنتروبيا بالانصهار فقط

$$S_1 = \frac{dQ}{T} = \frac{L}{T} = \frac{80}{273} = 0.293$$

ثانياً : ولكى ترتفع درجة حرارة الجرام من الماء بمقدار dT يلزم كمية حرارة

$$dQ = m \; c \; dT$$

ويكون التغير فى الإنتروبيا لهذا التغير هو :

$$dS = \frac{dQ}{T} = m \; c \; \frac{dT}{T}$$

ولإيجاد التغير فى الإنتروبيا بارتفاع الدرجة من صفر إلى 100° م نجرى التكامل ونحصل على :

$$S_2 = \int \frac{dQ}{T}$$

$$= \int_{0^{\circ}c}^{100^{\circ}c} m \; c \; \frac{dT}{T} = m \, c \; \ln \frac{373}{273}$$

$$S_2 = 0.312 \quad cal \; / \; K$$

ثالثاً : التغير في الإنتروبيا عندما يتحول جرام الماء فى درجة 100° م إلى بخار فى نفس الدرجة هو :

$$S_3 = \frac{dQ}{T} = \frac{L}{T} = \frac{540}{373} = 1.448 \quad cal \quad K$$

حيث L هى الحرارة الكامنة للتصعيد .

ويكون بذلك التغيرالكلى فى الإنتروبيا بتبخير 1 جم جليد هو :

$$S_1 + S_2 + S_3 = 2.053 \quad cal \; / \; K.$$

٩/٩–المعادلة الأولى للطاقة : First energy equation :

لإيجاد معادلة تربط تغير الطاقة الداخلية U لنظام ما مع حجمه V عند ثبوت درجة حرارته T، نفرض أن تغير الحجم أو درجة الحرارة فى النظام تؤدى إلى تغيرات فى كمية الحرارة dQ والإنتروبيا dS.

من القانون الأول فى الديناميكا الحرارية

$$dQ = dU + P\,dV \tag{9-25}$$

فإذا تغيرت بالزيادة درجة الحرارة بمقدار dT ، بينما حفظ الحجم ثابتاً يكون التغير المصاحب لذلك فى الطاقة الداخلية هو

$$dU = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V dT$$

وعلامة التفاضل الجزئى (∂) تدل على أن التفاضل قد تم مع تثبيت المتغير الآخر فى المعادلة ، وهو هنا الحجم كما يدل عليه الرمز V أسفل القوس . وبالمثل إذا ازداد الحجم بمقدار dV مع تثبيت درجة الحرارة T يكون

$$dU = \left(\frac{\partial Q}{\partial V}\right)_T dV$$

ويمكن كتابة التغير الكامل فى الطاقة الداخلية للنظام عندما يتغير كل من الحجم ودرجة الحرارة على الصورة

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV \tag{9-26}$$

وبالتعويض فى المعادلة (9-25) نحصل على :

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] dV$$

وإذا أعطى النظام كمية حرارة dQ مع تثبيت حجمه – أى – مع وضع $dV = 0$ يكون :

$$dQ = c_v\, dT = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT \tag{9-27}$$

وبالتعويض فى المعادلة (27-9) نحصل على المعادلة التفاضلية العامة للقانون الأول فى الديناميكا الحرارية عندما تكون متغيرات الحالة هما الحجم V ودرجة الحرارة T

$$dQ = C_V \; dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] dV \qquad (9\text{-}28)$$

وللتعبير عن القانون الثانى الذى يعرف الإنتروبيا للنظام نقسم على درجة الحرارة T.

$$\therefore \quad dS = \frac{dQ}{T} = C_V \frac{dT}{T} + \left[\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + \frac{P}{T} \right] dV \qquad (9\text{-}29)$$

وباعتبار أن دالة الإنتروبيا تتغير بدلالة الحجم ودرجة الحرارة

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV \qquad (9\text{-}30)$$

ومن مقارنة المعادلتين (9-30),(9-29) نجد أن :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{C_V}{T}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \frac{1}{T} + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \quad \frac{P}{T} \qquad (9\text{-}31)$$

وبما أن قيمة C_V دائماً موجبة لذلك يزداد الإنتروبيا طردياً مع زيادة درجة حرارة النظام عند ثبوت حجمه .

ولإيجاد معادلة تغير الطاقة الداخلية مع الحجم عند ثبوت درجة الحرارة ، نفاضل المعادلة (9-31) بالنسبة للحجم ودرجة الحرارة فنحصل على :

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T = \frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial V \; \partial T}$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = -\frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + \frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial T \; \partial V} - \frac{P}{T^2} + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

(9-32)

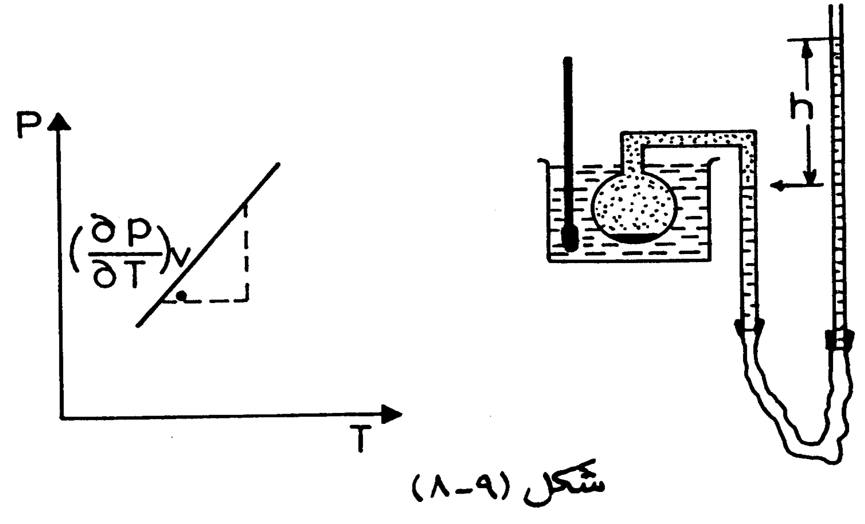
لكن : $$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}$$

كذلك $$\frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V}$$

وبالتعويض فى المعادلة (31 - 9) نحصل على :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \qquad (9\text{-}33)$$

وتعرف هذه المعادلة بالمعادلة الأولى للطاقة ، حيث يمكن بواسطتها دراسة معدل تغير الطاقة الداخلية ، عن طريق قياس معدل تغير الضغط مع درجة الحرارة وكميات يمكن قياستها عملياً .



شكل (٩-٨)

فمثلاً فى حالة غاز يتغير ضغطه مع درجة حرارته مع ثبوت حجمه - كما فى جهاز شارل (شكل ٩ - ٨) نجد أن العلاقة بين الضغط P ودرجة الحرارة T هى علاقة خطية يكون ميل الخط فيها هو : $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

ومن المعادلتين (31 - 9) ، (33 - 9) نجد أن :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

ونظراً لأن $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ موجب يكون كذلك $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$ أى أن إنتروبيا النظام تزداد بزيادة الحجم عند ثبوت درجة الحرارة .

ومن المعادلتين (9-33),(9-29) نحصل على المعادلة التفاضلية للقانون الثانى فى الديناميكا الحرارية ، عندما تكون متغيرات الحالة هى الحجم ودرجة الحرارة .

$$\therefore \quad dS = C_V \frac{dT}{T} + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dV \qquad (9\text{-}34)$$

وتعطى هذه المعادلة تغير إنتروبيا النظام ، بدلالة متغيرات يمكن قياسها عملياً .

٩/١٠ - المعادلة الثانية للطاقة Second energg equation :

تعبر هذه المعادلة عن تغير الطاقة الداخلية للنظام مع الضغط عندما تكون درجة حرارته ثابتة . نعتبر هنا متغيرات الحالة هى الضغط ودرجة الحرارة ، ثم نوجد قيم باقى دوال الحالة كالطاقة الداخلية والإنتروبيا والحجم بدلالتهما .

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P dT \qquad (9\text{-}35)$$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT \qquad (9\text{-}36)$$

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT \qquad (9\text{-}37)$$

بالتعويض بالمعادلتين (9-35) ، (9-36) فى القانون الأول للديناميكا الحرارية:

$$dS = \frac{1}{T} dU + \frac{1}{T} P\, dV$$

$$\therefore \quad dS = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P dT\right] + \frac{P}{T}\left[\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT\right]$$

$$\therefore \quad dS = \left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T + \frac{P}{T} + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T\right] dP + \left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P dP + \frac{P}{T}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\right] dT \qquad (9\text{-}38)$$

وبمقارنة المعالتين (9-37), (9-38) وبمساواة المعاملات نحصل على :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T + \frac{P}{T}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p + \frac{P}{T}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

وبمفاضلة المعادلة الأولى بالنسبة لدرجة الحرارة والثانية بالنسبة للضغط مع العلم بأن:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial P\, \partial T} = \frac{\partial^2 S}{\partial T\, \partial P}$$

نحصل على المعادلة الثانية للطاقة على الصورة

$$\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \qquad (9\text{-}39)$$

وتعطى هذه المعادلة معدل تغير الطاقة الداخلية U للنظام مع ضغطه عند ثبوت درجة الحرارة ، وذلك عن طريق قياس معامل التمدد الحجمي عند ثبوت الضغط α ، ومعامل انضغاط النظام عند ثبوت درجة حرارة κ_T حيث :

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad ; \quad \kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

٩/١١ - معادلات ماكسويل في الديناميكا الحرارية
(Maxwell"s relations)

نستخدم عادة لتعريف أى نظام فى حالة اتزان ديناميكى حرارى بعض المتغيرات التى يطلق عليها دوال الحالة Functions of state مثل الضغط والحجم ودرجة الحرارة والإنتروبيا ونضيف الآن إلى هذه الدوال أربع دوال أخرى لها أهمية فيزيائية فى تعريف حالة النظام ، كما أنها تيسر لنا حساب معدلات التغير لدوال الحالة بالنسبة لبعضها البعض وخاصة تلك المتغيرات التى لايوجد لها وسيلة قياس مباشرة فى المعمل .

أولاً : الطاقة الداخلية أو الذاتية للنظام Intrinsic energy U :

وتعرف هذه الطاقة باستخدام القانون الأول للديناميكا الحرارية

$$dU = dQ - P\,dV$$
$$= T\,dS - P\,dV$$

وإذا كان حجم النظام ثابتاً يكون التغير $dV = 0$ ، وبذلك يكون معدل تغير الطاقة الداخلية بالنسبة للإنتروبيا مساوياً لدرجة الحرارة المطلقة ، أى أن :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T$$

وكذلك إذا أجرى تغير أدياباتى على النظام تكون الإنتروبيا ثابتة ويكون بذلك

$dS = 0$ ، وبذلك يكون معدل تغير الطاقة الداخلية مع الحجم عند ثبوت الإنتروبيا هو:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -P$$

ويمفاضلة المعادلة الأولى بالنسبة للحجم ، والمعادلة الثانية بالنسبة لدرجة الحرارة ومساواتهما ، نحصل على المعادلة الأولى لماكسويل على الصورة.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V \qquad (9\text{-}40)$$

ثانياً : الطاقة الحرة أو دالة هلمولتز Free energy (F) :

تعرف الطاقة الحرة أو الطليقة F بالمعادلة :

$$F = U - TS \qquad (9\text{-}41)$$

ويمفاضلة المعادلة نحصل على :

$$dF = dU - T\,dS - S\,dT$$
$$= TdS - P\,dV - T\,dS - S\,dT$$
$$\therefore \quad dF = -S\,dT - P\,dV$$

أى أن متغيرات دالة هلمهولتز هما درجة الحرارة T والحجم V ، وعلى ذلك يمكن كتابة dF على الصورة :

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T dV$$

ويمساواة المعاملات فى المعادلتين السابقتين نحصل على :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S \quad , \quad \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -P$$

ويمفاضلة المعادلة الأولى بالنسبة للحجم ، والثانية بالنسبة لدرجة الحرارة ومساوتهما ، نحصل على معادلة ماكسويل الثانية فى الديناميكا الحرارية .

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \qquad (9\text{-}42)$$

ثالثاً : المحتوي الحراري أو الإنثالبي (H) Heat content :

تعرف دالة الإنثالبى H بالمعادلة :

$$H = U + PV \qquad (9\text{-}43)$$

ولاتتوقف هذه الدالة على مسار التغير إذ أنها من دوال الحالة . بمفاضلتها :

$$\therefore \quad dH = T\,dS - P\,dV + P\,dV + V\,dP$$
$$= T\,dS + V\,dP$$

أى أن متغيرات دالة الإثالبى هما الإنتروبيا والضغط

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p dS + \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_s dP$$

وبمساواة المعاملات فى المعادلتين السابقتين نحصل على :

$$\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p = T \quad , \quad \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_s = V$$

وبمفاضلة الأولى بالنسبة للضغط ، والثانية بالنسبة للإنتروبيا وبمساواتهما نحصل على المعادلة الثالثة لماكسويل .

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p \qquad (9\text{-}44)$$

رابعاً : الجهد الحراري أو دالة جب (G) Gibb's function :

يعرف الجهد الحرارى G بالمعادلة

$$G = U - TS + PV \qquad (9\text{-}45)$$

وهذه الدالة أيضاً من دوال الحالة للنظام وتفاضلها تام ، أى لاتتوقف على مسار التغيرات التى تصل بالنظام إلى حالته الراهنة . وبمفاضلة دالة جب نحصل على :

$$dG = dU - T\,dS - S\,dT + P\,dV + V\,dP$$
$$= -S\,dT + V\,dP$$

وتكون المتغيرات هنا هما الضغط ودرجة الحرارة ، وكما سبق يمكن الحصول على المعاملات التفاضلية الجزئية لدالة جب على الصورة

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = - S \quad , \quad \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T = V$$

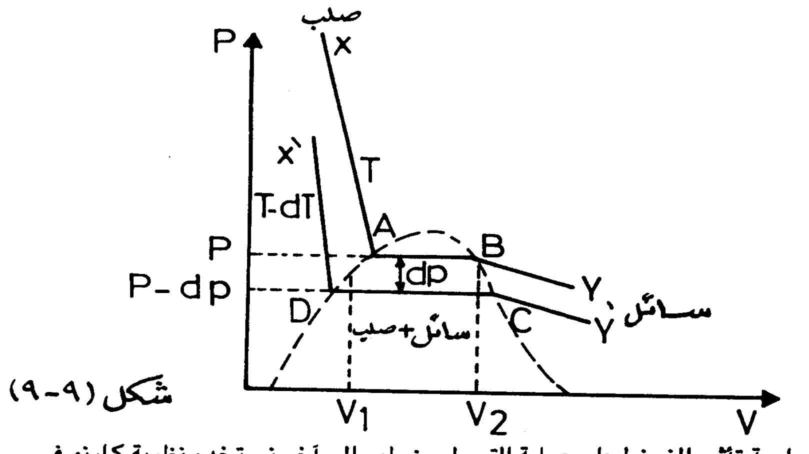
وبمفاضلة المعادلة الأولى بالنسبة لدرجة الحرارة ، والثانية بالنسبة للضغط ومساواتها ، نحصل على المعادلة الرابعة لماكسويل فى الديناميكا الحرارية .

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = - \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T \qquad (9\text{-}46)$$

ومما سبق نرى أن دوال الحالة U , F , H , G لاتبين الطريق الذى سلكه النظام أثناء التغير ، وحتى الوصول إلى حالته النهائية ، وإنما تعرف العلاقات التى تربط هذه المتغيرات ببعضها داخل النظام الواحد ، عندما يكون فى حالة اتزان ديناميكى حرارى وينطبق ذلك على أى نظام سواء أكان فيزيائياً أو كيميائياً أو غير ذلك .

٩/١٢ – معادلتي تغيرالحالة (Latent heat equations) :

عندما تبدأ أى مادة صلبة فى الانصهار يتواجد طوراها الصلب والسائل فى حالة اتزان ديناميكى حرارى، ويمكن تمثيل تغير الحالة على منحنى PV كما فى الشكل (٩ – ٩) حيث يمثل الأجزاء الأفقية مثل AB & CD مرحلة التحول من حالة الصلابة إلى السيولة.



شكل (٩-٩)

لدراسة تأثير الضغط على عملية التحول من طور إلى آخر نستخدم نظرية كارنو فى

الآلات الحرارية . ونعتبر 1 جم من المادة . عند درجتى حرارة T ، dT - T يمثل حالة المادة المنحنيان الأيسوثرماليان XY & $Y^{\backslash}$ $X^{\backslash}$ عندما تكون درجة الحرارة أقل من الدرجة الحرجة يتم التحول الطورى بتأثير الضغط ، وتكون كل المادة عند النقطة Aفى طورها الأول ، بينما تكون كل المادة عند النقطة B قد تحولت إلى طورها الثانى . نفرض أن قيمة الضغط فى حالة اتزان الطورين حرارياً عند الدرجة T هو P وعند الدرجة - T dT هو P - dP ، وأن الحجم النوعى (حجم وحدة الكتلة) للطور الأول V_1 وللطور الثانى V_2 ، وأن الحرارة الكامنة للتحول هى L سعر / جم.

نفرض أننا أحدثنا دورة من التغيرات على هذا الجرام ، باعتباره مادة تشغيل فى دورة كارنو فنحصل على الدورة ABCD.

الشغل الآلى المبذول لإحداث التغيرات خلال هذه الدورة يساوي مساحة الشكل ABCD.

كمية الحرارة التى امتصتها المادة (1جم) خلال التغير الأيسوثرمالى AB، لكى تتحول تماماً من الطور الأول إلى الطور الثانى تساوى الحرارة الكامنة L لهذا التحول .

تساوى هذه الحرارة الطاقة الممتصة Q_1 من المصدر الحرارى .

عند إتمام الدورة خلال التغيرالأدياباتى BC ثم الأيسوثرمالى CD - حيث الدرجة (T - dT) – ثم التغير الأخير DA – وهو تغير أدياباتى – للعودة بالمادة إلى نقطة بدايتها A ، نكون قد ألقينا كمية من الحرارة Q_2 للمستقبل الحرارى . ويكون الشغل $dW = Q_1 - Q_2$ يساوى مساحة الدورة .

ومن الشكل (٩ – ٩) يمكن حساب هذه المساحة حيث

$$dW = dP \ (V_2 - V_1)$$

ولكن من مبدأ كارنو

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\therefore \quad \frac{dW}{Q} = \frac{dT}{T}$$

$$\frac{dP \quad (V_2 - V_1)}{L} = \frac{dT}{T}$$

أى أن :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)} \qquad (9-47)$$

وتعرف هذه المعادلة بمعادلة كلابيرون – كلوزياس (Clapyron - Clausius) الأولى للحرارة الكامنة. من المعادلة يتضح أن زيادة الضغط على المادة يسبب دائماً زيادة فى نقطة انصهارها ، طالما كانت V_2 أكبر من V_1 – أى – طالما كان للمادة معامل تمدد موجب أى أنها تزداد حجماً بالحرارة .

أما فى حالة مادة مثل الجليد نجد أن الحجم النوعى للجليد يقل عندما ينصهر ويتحول إلى ماء ، وعلى ذلك يكون ($V_2 - V_1$) سالباً ولذلك عند زيادة الضغط على الجليد تنخفض درجة انصهاره ، ولهذا السبب يقطع سلك رفع مثبت فى طرفيه ثقلان ويستند السلك على لوح من الثلج ، يقطع هذا السلك الثلج كما يقطع السكين فى قطعة من الزبد، وتفسير ذلك هو أن النقط تحت السلك مباشرة تكون واقعة تحت ضغط مرتفع ، بسبب الأثقال المعلقة فى طرفى السلك . لذلك تنخفض نقطة انصهار الجليد عن درجة الصفر المئوى عند هذه النقط . ولما كانت درجة حرارة لوح الثلج هى الصفر ، لذلك ينصهر الثلج تحت السلك بسبب انخفاض نقطة الانصهار تحته ، ولذلك يمر السلك خلال الثلج الجامد بكل سهولة .

٩/١٣ – المعادلة الثانية للحرارة الكامنة

(Second latent heat equation)

عند معالجة المعادلة الأولى للحرارة الكامنة ، اعتبرنا تأثير الضغط على درجة حرارة التحول ، واعتبرنا أن الحرارة الكامنة للتحول ثابتة لاتعتمد على درجة الحرارة . أما فى المعادلة الثانية فإننا ندرس تغير الحرارة الكامنة مع درجة الحرارة ، بدلالة الحرارتين النوعيتين لطورى المادة قبل وبعد التحول .

نفرض أن تغيراً يتم من حالة طورية إلى حالة أخرى لجرام واحد من المادة ويستلزم

ذلك التحول حرارة كامنة L سعر / جم عند درجة حرارة T

التغير فى الإنتروبيا هو :

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{L}{T} = S_2 - S_1$$

حيث S_1 , S_2 هما قيمتا القصور الحرارى للطور الأول والثانى على الترتيب .

بمفاضلة المعادلة السابقة بالنسبة لدرجة الحرارة نحصل على :

$$\frac{dS_2}{dT} - \frac{dS_1}{dT} = \frac{1}{T}\frac{dL}{dT} - \frac{L}{T^2}$$

وبضرب الطرفين فى T :

$$T\frac{d\ S_2}{dT} - T\frac{d\ S_1}{dT} = \frac{dL}{dT} - \frac{L}{T} \qquad (9\text{-}48)$$

لكن

$$dQ = T\ dS$$

ومن تعريف الحرارة النوعية c_1 للطور الأول

$$c_1 = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_1 = T\frac{dS_1}{dT}$$

وكذلك الحرارة النوعية c_2 للطور الثانى

$$c_2 = T\frac{dS_2}{dT}$$

وبالتعويض فى المعادلة (9-48) نحصل على :

$$c_2 - c_1 = \frac{dL}{dT} - \frac{L}{T} \qquad (9\text{-}49)$$

تعرف هذه المعادلة بمعادلة كلابيرون – كلوزياس الثانية .

مثال (٩ - ٥) :

أوجد التغير فى نقطة غليان الماء نتيجة لزيادة الضغط فوقه بمقدار 1 سم زئبق ، علماً بأن 1 جم ماء عندما يتحول إلى بخار يشغل حجماً قدره 1674 سم٣ . والحرارة الكامنة للتصعيد = 540 سعر / جم ؟

الحــــل :

من المعادلة الأولى للحرارة الكامنة :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T\ (\ V_2 - V_1\ )}$$

يراعى هنا عند التعويض فى المعادلة أن تكون وحدات طرفيها متجانسة ، لذلك نضرب الطرف الأيمن فى المكافئ الميكانيكى الحرارى ويساوى :

4.2 جول / سعر.

التغير فى الضغط = 1× 13.6 × 980 داين / سم٢

التغير فى الحجم نتيجة التحول الطورى = (1 - 1674)

= 1673 سم٣

التغير فى نقطة الغليان dT هو :

$$dT = \frac{1 \times 13.6 \times 980 \times 373 \times 1673}{540 \times 4.2 \times 10^7}$$

$$= 0.36 \ \ K$$

مثال (٩ - ٦) :

أوجد الحرارة النوعية للبخار المشبع ، علماً بأن الحرارة النوعية للماء فى درجة 100° م هى 1.01 سعر / جم / °م ، والحرارة الكامنة للبخار هى 539 سعر / جم ، وأن معدل تغير الحرارة – 0.604 ؟

الحــــل :

نستخدم هنا المعادلة الثانية للحرارة الكامنة :

$$c_2 - c_1 = \frac{dL}{dT} - \frac{L}{T}$$

$$c_2 - 10.1 = -\ 0.604 - \frac{539}{373}$$

$$\therefore \quad c_2 = -\ 1.12 \quad cal\ /\ gm\ /\ 1^{\circ}\ C$$

مثال (٩ - ٧) :

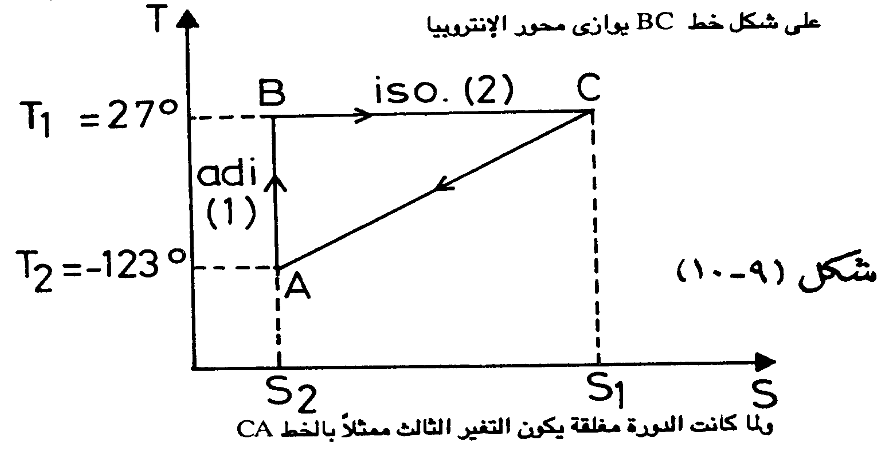
أحدثت ثلاثة تغيرات على حالة مادة ما بحيث عادت فى النهاية إلى حالتها الابتدائية فإذا كان التغير الأول أدياباتيا والثانى أيسوثرماليا ، ارسم منحنى التغير فى مستوى تكون إحداثياته هى الإنتروبيا ودرجة الحرارة . ثم أوجد كفاءة الدورة علما بأنها تمت بين درجتى الحرارة 27° م ، -123° م ؟

الحـــــل :

فى حالة التغير الأدياباتى تظل قيمة الإنتروبيا ثابتة

$$dS = 0 \quad , \quad S = \text{const.}$$

ولذلك يظهر التغير فى منحنى TS على شكل خط AB يوازى محور درجة الحرارة ، وعندما يكون التغير أيسوثرماليا تثبت درجة الحرارة ويظهر التغير - كما فى الشكل (٩-١٠) على شكل خط BC يوازى محور الإنتروبيا



شكل (٩-١٠)

ولما كانت الدورة مغلقة يكون التغير الثالث ممثلاً بالخط CA

$$\text{كفاءة الآلة} = \frac{\text{الشغل المبذول}}{\text{الحرارة الممتصة}}$$

$$\therefore \quad \eta = \frac{dW}{Q}$$

لكن الشغل الآلى يساوى مساحة الدورة ، وهى على شكل مثلث قائم الزاوية .

$$dW = \frac{1}{2} (T_1 - T_2) (S_1 - S_2)$$

الحرارة الممتصة خلال التغير الأيسوثرمالى تساوى $dS \quad T_1$

$$\therefore \quad Q = T_1 (S_1 - S_2)$$

∴ الكفاءة الآلية :

$$\eta = \frac{dW}{Q} = \frac{T_1 - T_2}{2 \ T_1}$$

$$= \frac{150}{2 \times 300} \times 100$$

$$= 25 \%$$

تمارين على الفصل التاسع

١ - يلزم 540 سعر / جم لتحويل الماء فى درجة 100° م إلى بخار فى نفس الدرجة عندما يكون الضغط الجوى 76 سم زئبق . كم من هذه الطاقة يستخدم فى التغلب على الضغط الجوى ؟ وكم منها يذهب الى البخار ؟ علما بأن الحجم النوعى لبخار الماء فى درجة 100° م هو 1671 سم٣ / جم (. J = 4.2 J / cal)

٢ - آلة حرارية تستخدم بخاراً درجة حرارته 181° م وكان العادم هو ماء مكثف فى درجة 100° م . أوجد الكفاءة الآلية ؟

٣ - ماهى كمية الزبد اللازم تزويدها كطاقة لرجل يزن 80 كيلوجراماً ليصعد تلا ارتفاعه 100 متر؟ (القيمة الحرارية للزبد 600 سعر / جم).

٤ - ما الارتفاع فى درجة حرارة مياه شلال عند سقوطها من ارتفاع 50 متراً ؟

٥ - الحرارة النوعية لغاز تحت حجم ثابت وتحت ضغط ثابت عى الترتيب 0.158 ، 0.237 سعر / جم / درجة . أوجد حجم الجرام من هذا الغاز فى المعدلين علماً بأن المكافئ الميكانيكى للحرارة 4.2 جول / سعر ؟

٦ - رصاصة تسير أفقياً وتصدم حائلاً فتستقر فيه . إذا كانت درجة الحرارة الابتدائية للرصاصة 25°م ودرجة انصهارها 475° م وحرارتها النوعية 0.05 والحرارة الكامنة لانصهارها 51.5 سعر / جم . ماهى أقل سرعة يجب أن تسير بها الرصاصة لكى تنصهر بأكملها عند تصادمها مع الحائل ؟

٧ - أوجد الشغل المبذول بواسطة غاز يخضع لمعادلة فان درفالز ، عندما يتمدد تمددا انعكاسياً أيسوثرمالياً من V_1 إلى V_2 ؟

٨ - أوجد الشغل المبذول عند تمدد 1.5 لتر من غاز إلى حجم 6 لترات إذا كان الضغط الابتدائى له 76 سم زئبق :

$$\gamma = 1.41 \quad ، R = 2.88 \times 10^6 \text{ erg/K}$$

٩- أثبت أن الشغل المبذول على 1 جم جزيء من غاز تام عند ضغطه انعكاسياً من V_1 إلى V_2 هو : $W = RT \ln V_1 / V_2$ ؟

١٠- تتغير الطاقة الداخلية U لنظام مع الضغط ودرجة الحرارة وفقاً للمعادلة

$$U = AT + BP$$

حيث A & B ثوابت . فإذا علم أن معامل التمدد الحجمي α يعطى بالمعادلة $\alpha = \frac{1}{T}$ ومعامل الانضغاط κ بالمعادلة $\kappa = \frac{1}{P}$ فأوجد الحرارة النوعية تحت حجم ثابت. ؟

١١- إذا علم أن معامل الانضغاط K ومعامل التمدد الحجمي β لمادة ما يعطيان بالعلاقتين

$$\kappa = \frac{a}{V} \qquad \& \qquad \alpha = \frac{3 \beta T^2}{V}$$

أوجد معادلة الحالة ؟

١٢- أوجد معادلة الحالة لغاز يكون له:

$$\kappa = \frac{1}{P} + \frac{a}{V} \qquad \& \qquad \alpha = \frac{n R}{PV}$$

١٣- أثبت أن : $\left(\frac{\partial \alpha}{\partial P}\right)_T + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial T}\right)_p = 0$

حيث α & K هما معاملا التمدد الحجمي والانضغاط للمادة على الترتيب.

١٤- إذا علم أن معادلة الحالة لمادة ماهي

$$V = V_0 - aP + bT$$

وأن طاقتها الداخلية تتغير مع الضغط ودرجة الحرارة وفقاً للمعادلة :

$$U = dT - b P T$$

حيث a , b , d , V_0 ثوابت

١ – أوجد الحرارتين النوعيتين c_p & c_v ؟

٢ – أوجد المحتوى الحرارى (الإنثالبى) للمادة ؟

١٥- الطاقة الداخلية لجرام من غاز تام هى :

$$U = R\,[\,(a - T) - a\ In\ (a - T)\,]$$

حيث a ثابت . أوجد c_P & c_v والنسبة بينهما γ ؟

١٦- الطاقة الداخلية لجرام جزىء من غاز تام تعطى بالمعادلة :

$$U = U_0 + aT + bT^2$$

حيث a & b ثوابت .

١ - أوجد إنتروبيا الغاز بدلالة الحجم ودرجة الحرارة ؟

٢ - أوجد معادلة التغير الأدياباتى على مستو إحداثياته الحجم ودرجة الحرارة ؟

٣ - ما التغير فى درجة الحرارة عندما يتمدد الغاز تمدداً حراً لضعف حجمه ، إذا كانت درجة الحرارة الابتدائية 15° م ، $\gamma = 1.33$ ؟

١٧- أوجد إنتروبيا غاز طاقته الداخلية لاتتوقف على الحجم إذا كانت معادلة حالته هى :

$$PV = RT\,(1 + \frac{a}{V})$$

حيث a مقدار ثابت .

١٨- أثبت أن النسبة بين معاملى التمدد الأدياباتى والأيسوثرمالى عند ثبوت الضغط تساوى $[\,\gamma / (\gamma - 1)\,]$ ، حيث γ هى النسبة بين الحرارة النوعية تحت ضغط ثابت وحجم ثابت ؟

١٩- إذا علم أن : $(\frac{\partial\, c_v}{\partial V}) = T\,(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2})$

فاثبت أن :

$$c_P - c_V = T\,(\frac{\partial P}{\partial T})_V \,(\frac{\partial V}{\partial T})_P$$

حيث c_P & c_v هما الحرارتان النوعيتان تحت ضغط ثابت وتحت حجم ثابت.

الجـزء الثـاني

الصــوت والضــوء

Sound and Optics

الفصل العاشر
الحركة الموجية والصوت
(Wave motion and Sound)

نبدأ فى هذا الجزء بدراسة خواص الاهتزازات والحركة الموجية ، وسنعطى أولا موجزا عما سبق ذكره فى الباب الثالث عن الحركة التوافقية البسيطة .

تحدث الحركة الموجية فى كثير من الظواهر الطبيعية ، حينما يوجد مصدر اضطراب فى وسط صلب أو سائل أو غازى ، ينشأ منه انتشار أمواج خلال الوسط . هذه الأمواج ميكانيكية – أى – لابد لها من وسط ناقل وفى هذا تختلف اختلافا رئيسيا عن الأمواج الكهرمغناطيسية ، التى سنتكلم عنها فى جزء هذا الكتاب الخاص بالضوء . ويطلق عادة اسم الأمواج الصوتية على هذه الأمواج الميكانيكية ، نسبة إلى أن الصوت المسموع هو فى واقع الأمر حركة موجية فى الهواء تستطيع الأذن سماعها .

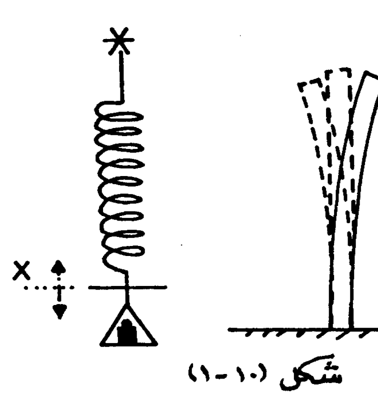
١٠/١ – الحركة التوافقية البسيطة والصوت
(Simple harmonic motion)

عندما نؤثر على جسم مرن بقوة خارجية يتغير شكله وأبعاده ، ويعمل الجسم على العودة إلى حالته الابتدائية بتأثير قوة معاكسة للقوة الخارجية المؤثرة عليه ، تسمى القوة الرادة restoring force (F) . وتبعا لقانون هوك فى المرونة تتناسب هذه القوة مع الإزاحة x عن موضع الاتزان

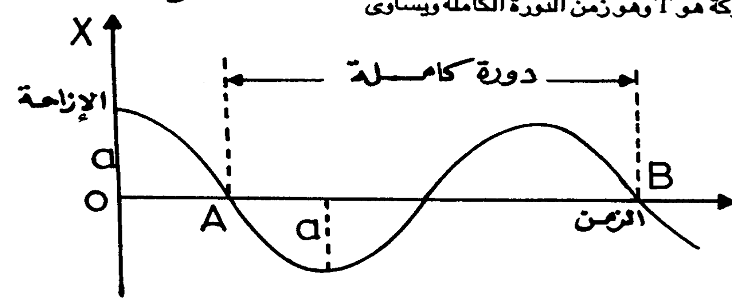
$$F = -k\,x \qquad (10\text{-}1)$$

حيث k مقدار يسمى ثابت القوة ، ويعرف بأنه القوة التى تحدث وحدة الإزاحة . والإشارة السالبة هنا تدل على أن اتجاه القوة الرادة يكون عكس اتجاه الإزاحة دائما . ومثال لذلك حركة سلك زنبركى عند إزاحته من موضع اتزانه ، أو عند ثنى شريحة معدنية ثم تركها حرة ، تتسبب القوة الرادة فى حركة السلك الزنبركى أو الشريحة حركة توافقية

بسيطة حول وضع الاتزان، كما مبين فى الشكل (١٠ – ١) . وتتغير الإزاحة حينئذ دوريا مع الزمن t وفقا للمعادلة $x = a \cos \omega t$ حيث a هى أكبر إزاحة عن وضع الاتزان وتسمى بسعة الحركة . كما فى الشكل (١٠ – ٢) . وإذا كان التردد هو f دورة فى الثانية تكون السرعة الزاوية للحركة $\omega = 2\pi f$. ويكون الزمن الدورى للحركة هو T وهو زمن الدورة الكاملة ويساوى



شكل (١٠-١)



شكل (١٠-٢)

مقلوب التردد $T = \frac{1}{f}$ ، أى أن :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{10 - 2}$$

ولكتابة معادلة الحركة التوافقية نستخدم قانون نيوتن، الذى ينص على أن القوة F تتناسب مع العجلة $\frac{d^2x}{dt^2}$ ومن المعادلة (10-1)

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -k x \tag{10-3}$$

أى أن :

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

حيث $\omega^2 = \frac{k}{m}$ ثابت يعطى مربع السرعة الزاوية للحركة . وبمعرفة الزمن الدورى T

للحركة يمكن تعيين ثابت القوة k حيث

$$k = 4\pi^2 f^2 m = \frac{4\pi^2}{T^2} m \qquad (10\text{-}4)$$

وبضرب ثابت القوة فى الإزاحة x عند أى لحظة ، نحصل على قيمة القوة المؤثرة عند تلك اللحظة ويلاحظ أن اتجاه القوة يكون دائما فى عكس اتجاه الإزاحة . وعلى ذلك يكون تعريف الحركة التوافقية البسيطة ، بأنها الحركة التى تكون فيها دائما النسبة بين عجلة الحركة إلى إزاحتها مقداراً ثابتاً وسالبا .

١٠/٢-زاوية الطور للحركة التوافقية (angle of phase) :

نفرض أن هناك ذبذبة تعطى بالمعادلة

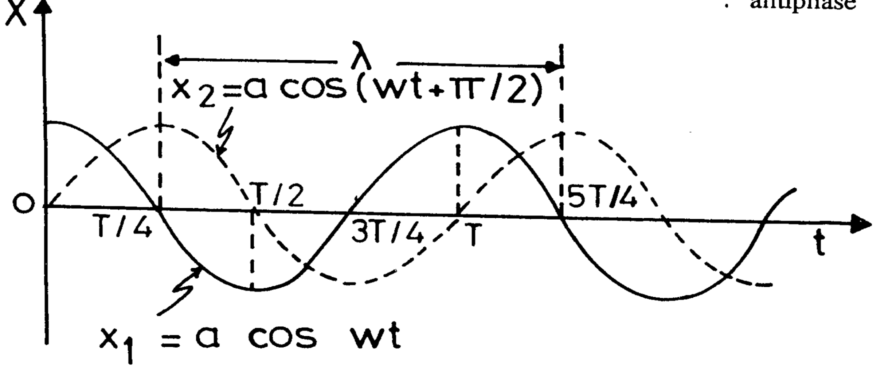
$$x_1 = a \cos \omega t$$

حيث a , ω هما سعة الذبذبة والتردد الزاوى على الترتيب . ونفرض أن هناك ذبذبة أخرى لها نفس السعة والتردد . ولكن أقصى إزاحة لها تحدث بعد زمن معين من وصول الذبذبة الأولى لأقصى إزاحتها . يقال عندئذ أن الذبذبة الأولى تسبق الثانية أو أن الثانية تتخلف عن الأولى ، ويمكن كتابة معادلتها على الصورة :

$$x_2 = a \cos(\omega t + \phi) \qquad (10\text{-}5)$$

وتسمى ϕ بزاوية الطور . ويكون زمن التخلف هو $\frac{\phi}{\omega}$ أى : $\frac{\phi}{2\pi} T$ حيث T الزمن الدورى ، وواضح أن فى حالة زاوية طور $\frac{\pi}{2}$ يكون زمن التخلف هو $\frac{1}{4}$ دورة ، ويأخذ منحنى التغير للإزاحة مع الزمن الشكل المنقوط فى شكل (١٠ – ٣) . وعندما تكون زاوية الطور 2π تصل أقصى إزاحة للذبذبتين فى وقت واحد . ويقال : إن الذبذبتين فى طور واحد ، أما إذا كانت زاوية الطور π فنجد أنه عندما تكون الذبذبة الأولى فى أقصى إزاحة موجبة لها ، تكو الثانية فى أقصى إزاحة سالبة . ويقال عندئذ : إن الذبذبتين فى طور معاكس

. "antiphase "



شكل (١٠-٣)

١٠/٣ – الأمواج الصوتية (Sound waves) :

عندما يهتز أى جسم فإنه يعطى صوتا عن طريق تفاعله مع الوسط المحيط ، إذ تنتشر فى الوسط أمواج من الاضطراب ، يحدثها الجسم المهتز فى ذلك الوسط . وتنتقل الطاقة الصوتية من نقطة إلى أخرى فى الوسط دون أى انتقال لذرة من ذراته أو جزيئاته .

فإذا كان تردد الجسم هو f تهتز جميع جزيئات الوسط بنفس التردد ، وبحركة توافقية تأخذ شكلا موجيا كالمبين فى الشكل (١٠ – ٣) وتسمى المسافة بين أى نقطتين فى الوسط يكرران نفس الحركة مقدارا واتجاها طول الموجة λ . أى أنه فى الثانية الواحدة حيث تحدث f ذبذبات تنتقل الموجة مسافة f λ ، وهذه هى سرعة انتقال الموجة فى الوسط .

$$v = f\lambda \tag{10-6}$$

وتنطبق هذه العلاقة على جميع الحركات الموجية سواء أكانت موجات صوتية أم موجات ميكانيكية أم موجات كهرمغناطيسية.

وإذا انتقلت أكثر من موجة فى وسط تتأثر جزيئات الوسط بجميع هذه الموجات ، ويتحرك كل جزىء حركة محصلة ويتوقف الشكل الموجى wave form عندئذ على كل هذه

الأمواج .

والموجات الصوتية نوعان : موجات طولية وموجات مستعرضة ، والموجات الطولية هى التى يسبب انتشارها فى الوسط حركة جزيئاته حركة توافقية بسيطة فى اتجاه الانتشار . أما الموجات المستعرضة فيتسبب عنها حركة جزيئات الوسط فى اتجاه عمودى على اتجاه الانتشار . وكلا النوعين عند انتشارهما فى أى وسط غير محدود يكونان مايعرف بالأمواج التقدمية Progressive .

١٠ / ٤ — الأمواج التقدمية وميكانيكية انتشارها

(**Propagation of sound**)

اعتبر وسطا مكوناً من نقط مادية يتصل بعضها ببعض بقوى بينية ، يمثلها زنبركات مرنة كما فى الشكل (١٠ – ٤) . تنشأ هذه القوى عن مرونة الوسط .

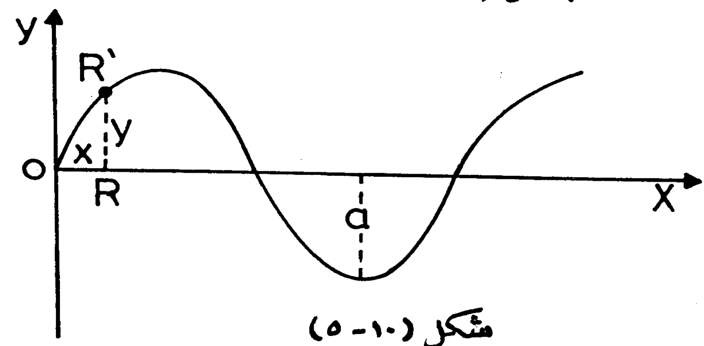
A B C D

شكل (١٠ - ٤)

نفرض أننا أزحنا النقطة A إلى أعلى ثم أعيدت ثانية إلى موضعها الأصلى . تؤثر النقطة A بقوة على النقطة B لوجود القوى البينية بينهما . وتؤثر النقطة B أيضا عند تحركها على النقطة C وهكذا . تتخلف حركة النقطة B عن A والنقطة C عن B . وعندما تغير النقطة A اتجاه حركتها هكذا تفعل النقطة B .

تمثل هذه الحركة على الخط المكون من النقطة المادية موجة تقدمية ، ويسمى الشكل

الذى تأخذه هذه النقط بمنحنى الإزاحة . شكل (١٠ - ٥)



شكل (١٠-٥)

ولإيجاد منحنى الإزاحة نفرض نقطة مادية مثل R فى الوسط ، ونفرض أنها قد أزيحت إلى الوضع R' عند مرور الموجة . ونفرض أن بعد R عن نقطة الأصل O هو x وأن الإزاحة الرأسية للنقطة R هى y .

تتحرك R حركة توافقية بسيطة تمثلها المعادلة

$$y = a \sin \omega t \qquad (10\text{-}7)$$

حيث a الإزاحة القصوى للحركة وتسمى سعة الحركة ، ω هو التردد الزاوى ، t هو الزمن الذى مضى منذ بدء حركة R .

إذا كانت C هى سرعة انتشار الموجة ، T الزمن الدورى لحركة R تكون :

$$t = \frac{x}{C} = \frac{xT}{\lambda}$$

$$\omega t = \frac{2\pi t}{T} = \frac{2\pi x}{\lambda}$$

وبذلك تكون إزاحة النقطة R هى :

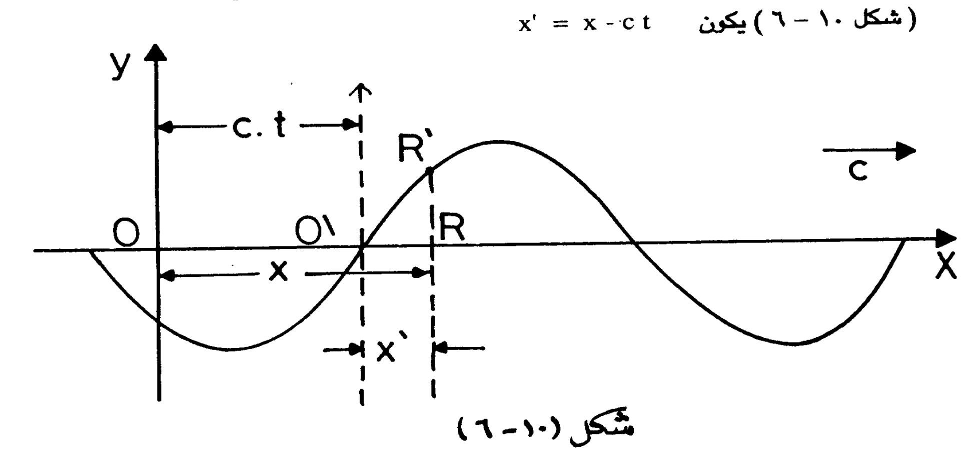
$$y = a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \qquad (10\text{-}8)$$

تكون الإزاحة صفرية $y = 0$ كلما كانت .... , $X = \frac{1}{2}\lambda , \lambda , \frac{3}{2}\lambda$

وتساوى الإزاحة سعة الحركة $(y = a)$ كلما كانت .... , $X = \frac{\lambda}{4} , \frac{3}{4}\lambda , \frac{5}{4}\lambda$

ويلاحظ أن هذه المعادلة لاتحتوى على سرعة الموجة c إذ أننا فرضنا أن محاور الإحداثيات تتحرك مع الموجة .

ولإدخال سرعة الموجة فى المعادلة (8-10) نعتبر أن راصد الموجة فى حالة سكون لايتحرك معها وأنه يوجد عند نقطة الأصل o . نفرض أن الموجة قد انتقلت فى زمن t مسافة c t وهى بعد الموجة عن الراصد عند o . ونفرض أن إزاحة النقطة المادية R إلى أعلى هو y وبعدها عن الرصد x وبعدها عن مركز إحداثيات o' يتحرك مع الموجة x' (شكل ١٠ - ٦) يكون $x' = x - c t$



شكل (١٠ - ٦)

وتكون معادلة الحركة الموجية بالنسبة لمحاور متحركة مع الموجة هى

$$y = a \sin \frac{2\pi x'}{\lambda}$$

وتكون معادلة الحركة الموجية بالنسبة لمحاور ثابتة هى

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - ct) \qquad (10\text{-}9)$$

ويمكن وضع هذه المعادلة فى صور متعددة باستخدام العلاقات

$$c = \lambda f \;,\; \omega = 2\pi f \;,\; f = \frac{1}{T}$$

أى أن :

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - f.t \right) \qquad (10\text{-}10)$$

$$y = a \sin \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t \right)$$

وبالنسبة لموجة تقدمية تتحرك فى عكس اتجاه الموجة السابقة نعوض عن السرعة بقيمتها السالبة لأن حركتها فى عكس الاتجاه الموجب للقياس وتصير المعادلة حينئذ :

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x + ct) \qquad (10\text{-}11)$$

١٠/٥ – طاقة الموجة التقدمية : Energy of progressive wave

عندما تنتقل موجة تقدمية فى وسط ما ، تتحرك نقط هذا الوسط حركة توافقية بسيطة . تكون سرعة النقطة المادية فى الوسط أكبر ما يمكن عندما تمر بمركز الحركة . فإذا كانت سعة الحركة a والسرعة الزاوية ω تكون سرعة النقطة هى $a\,\omega$. وإذا فرضنا أن كتلة النقطة m تكون طاقة الحركة لها عند مركز الحركة هى $\frac{1}{2} m (a\,\omega)^2$.

ولإيجاد طاقة الحركة الكلية نجمع مثل هذه الطاقات لنقط الوسط فى الحجم المعنى ، وتعرف كثافة الطاقة الموجية بأنها طاقة الموجة فى وحدة الحجوم من الوسط .

∴ كثافة الطاقة للموجة تساوى : $\Sigma \frac{1}{2} m a^2 \omega^2$

$$= \Sigma\, 2\pi^2 f^2 a^2 m$$
$$= 2\pi^2 f^2\, a^2\, \Sigma m$$
$$= 2\pi^2 f^2\, a^2 \,.\, \rho$$

حيث f هو التردد الموجى ، ρ هى كثافة الوسط وتساوى Σm لوحدة الحجوم .

من ذلك نرى أن كثافة الطاقة الموجية تتناسب طرديا مع مربع سعة الحركة مع تثبيت التردد ، وأيضا تتناسب طرديا مع مربع التردد عند تثبيت سعة الحركة .

وتعرف شدة الصوت بأنها معدل تدفق الطاقة خلال وحدة المساحة العمودية على اتجاه انتشار الموجة ، وتسمى أيضا بفيض الطاقة energy flux .

إذا كانت سرعة الموجة فى الوسط هى c تنتقل هذه الموجة خلال ثانية واحدة مسافة قدرها c مترا ، ويكون فيض الطاقة عندئذ هو الطاقة الموجودة فى حجم قدره $c \times 1$ من الوسط ، (شكل ١٠ - ٧) .

شكل (١٠ - ٧)

ويكون بذلك فيض الطاقة أو شدة الصوت I هى

$$I = 2\pi^2\, \rho\, F^2\, a^2\, .\, c \qquad (10\text{-}12)$$

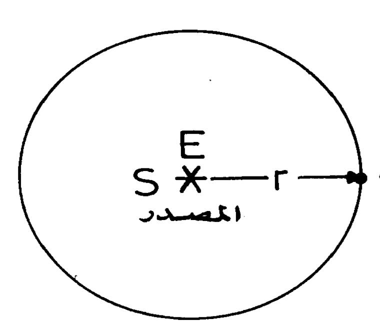
ويلاحظ من المعادلة أنه كلما ازدادت كثافة الوسط ρ كلما ازدادت شدة الصوت ، وذلك مايجعلنا نسمع صوت قطار آت بعيد بوضع الأذن على القضبان ، بينما لايكون الصوت مسموعا على الإطلاق فى الهواء .

١٠/٦ – قانون التربيع العكسي في الصوت

(Inverse square law)

لإيجاد تغير شدة الصوت على أبعاد مختلفة من مصدر صوت نفرض مصدرا ، فيض الطاقة المنبعث فيه هو E إرجاء فى الثانية . تنتشر هذه الطاقة فى الفضاء المحيط بالمصدر ، فتتوزع على سطح كرة مركزها المصدر ونصف قطرها بعد الراصد لشدة الصوت عن المصدر وليكن r ، (شكل ١٠ – ٨) . مساحة سطح الكرة $4\pi r^2$ الطاقة

الصوتية الساقطة على وحدة المساحات من سطح هذه الكرة هى $\frac{E}{4\pi r^2}$ عند الراصد ، وتساوى شدة الصوت على بعد r من المصدر . ومن ذلك نرى أن شدة الصوت تتناسب عكسيا مع مربع البعد عن المصدر وهو قانون التربيع العكسى فى الصوت .



شكل (١٠ - ٨)

١٠ / ٧ – المعادلة التفاضلية للحركة الموجية :

إذا انتقلت موجة صوتية فى وسط ما تكون إزاحة أى نقطة فى الوسط ممثلة بالمعادلة (10-10)

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

وتكون سرعة هذه النقطة هى :

$$\frac{dy}{dt} = -a \ \omega \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t \right)$$

بمفاضلة المعادلة (10-10) بالنسبة للمسافة x نحصل على :

$$\frac{dy}{dx} = a \frac{2\pi}{\lambda} \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t \right)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c \frac{dy}{dx}$$

وتعطى هذه المعادلة العلاقة بين سرعة النقطة المادية وسرعة انتشار الموجة c ، بدلالة ميل منحنى الإزاحة $\left(\frac{dy}{dx}\right)$.

وبإجراء التفاضل بالنسبة للزمن مرة ، وبالنسبة للمسافة مرة ثانية نحصل على :

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -a\,\omega^2 \sin \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t \right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -a \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right)$$

ومن المعادلتين نحصل على العلاقة :

$$\frac{d^2y}{dt^2} = c^2 \frac{d^2y}{dx^2} \qquad (10\text{-}13)$$

ومن هذه المعادلة نرى أن عجلة تسارع النقطة المادية فى الوسط ، تساوى مربع سرعة انتشارالموجة مضروبا فى انحناء منحنى الإزاحة ($\frac{d^2y}{dx^2}$)

٨/١٠ – سرعة انتشار الصوت في وسط ما

(Velocity of wave propagation)

تتوقف سرعة انتشار الصوت فى الوسط على صفتين أساسيتين له هما : كثافته ومرونته . والكثافة تعتمد على كتلة جزيئات الوسط فى وحدة الحجوم ، أما المرونة فتعتمد على قوى الترابط بين هذه الجزيئات .

عند انتشار موجة صوتية خلال وسط ما ، تنشأ فيه مناطق تضاغط ومناطق تخلخل ، تتذبذب عندها قيم الكثافة الجزيئية محليا حول قيمها المعتادة :

ويعرف التضاغط S بأنه التغير النسبى فى الكثافة عند النقطة المعنية أى أن :

$$S = \frac{\delta\rho}{\rho}$$

كما يعرف التخلخل Δ بأنه التغير النسبى فى الحجم عند هذه النقطة ، ويمكن إثبات أن التضاغط يساوى التخلخل بإشارة سالبة ، أى أن : $S = -\Delta$ ، كما يأتى :

من تعريف التخلخل :

$$\Delta = \frac{\delta V}{V_o}$$

حيث δV هو التغير فى حجم العنصر V_o فى حالة السكون . أى أن :

$$V = V_o(1+\Delta)$$

وكذلك التضاغط $S = \frac{\delta\rho}{\rho_o}$

حيث $\delta\rho$ هو التغير فى كثافة العنصر ρ_o فى حالة السكون . أى أن

$$\rho = \rho_o (1 + S)$$

كتلة العنصر ثابتة لاتتغير بوجود الموجة

$$\therefore \rho V = \rho_o V_o$$

$$\rho_o V_o = (1 + \Delta)(1 + S)\rho_o V_o$$

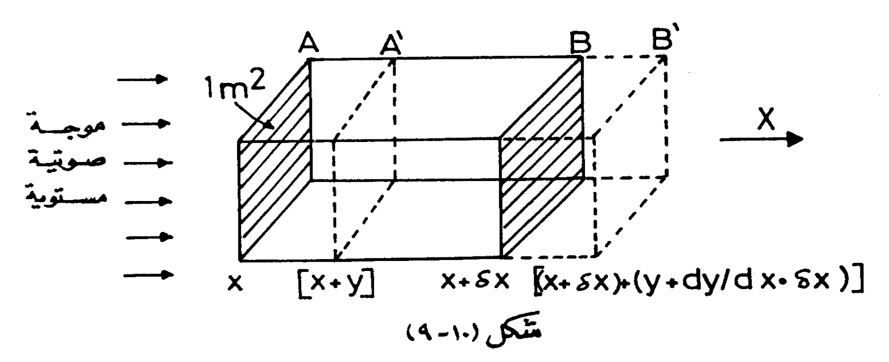
$$\therefore 1 = 1 + \Delta + S + \Delta S$$

وبإهمال $\Delta.S$ حيث إنه حاصل ضرب كميتين صغيرتين نحصل على :

$$\Delta = -S$$

لإيجاد سرعة انتشار الصوت فى وسط ما (ليكن مادة صلبة) نفرض قضيبا من هذه المادة مساحة مقطعة الوحدة ، تنتقل داخله موجة طولية مستوية . تنشأ بالقضيب مناطق تضاغط ومناطق تخلخل .

نفرض نقطتين A & B موضعهما على القضيب قبل انتشار الموجة هو x & $x + \delta x$ على الترتيب . (شكل ١٠ - ٩) .



شكل (١٠-٩)

عند انتشار الموجة تنتقل A إلى A' كما تنتقل B إلى B' ، وتكون إحداثيات A' هى

(x + y) وتكون إحداثيات B' هى :

$$(x + y + \delta x + \frac{dy}{dx} \delta x)$$

وعلى ذلك يكون الحجم بين النقطتين A' , B' أكبر من الحجم الأصلى بين النقطتين B ,A بمقدار $(\frac{dy}{dx} . \delta x)$

وبذلك يكون التضاغط S ، وهو التغير النسبى فى الحجم هو :

$$S = \frac{dy}{dx} \qquad \textbf{(10-14)}$$

إذا فرضنا أن زيادة الضغط عند A' نتيجة للموجة هو δP تكون الزيادة فى الضـغط عند B' هى $\delta P + \frac{d}{dx} (\delta P) . \delta x$

ولكن من قانون هوك للمرونة $E = \frac{\delta P}{S}$

حيث E هو معامل يونج للمرونة ، والتضاغط S هنا هو التغير النسبى فى الطول فى اتجاه الموجة (أى $\frac{\delta l}{l}$) هو الانفعال كما أن الزيادة فى الضغط δP هى الإجهاد .

القوة الكلية المؤثرة على عنصر الحجم A'B' عند مرور الموجة تساوى الفرق فى الضغط عند A' & B' وتساوى :

$$F = \frac{d}{dx} (\delta P) \delta x$$

$$= \frac{d}{dx} (E \ S) dx$$

$$= E \frac{dS}{dx} \delta x$$

$$\therefore \ F = E \frac{d^2y}{dx^2} \delta x \qquad \textbf{(10-15)}$$

لكن من قانون نيوتن الثالث : القوة تساوى الكتلة مضروبا فى العجلة ، أى أن :

$$F = \rho \delta x \frac{d^2y}{dt^2} \qquad \textbf{(10-16)}$$

حيث كتلة العنصر AB هى $\rho\ \delta x$ وعجلة حركته هى $\frac{d^2y}{dt^2}$ ومن معادلتى (10-15) ، (10-16) نحصل على :

$$E\ \frac{d^2y}{dx^2}\ \delta x = \rho\ \delta x\ \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{E}{\rho}\ \frac{d^2y}{dx^2} \tag{10-17}$$

وهذه هى المعادلة التفاضلية لانتشار الموجة فى الوسط . وبمقارنة هذه المعادلة بالمعادلة (10-13) نرى أن سرعة انتشار الموجة فى القضيب C هى :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{10-18}$$

وفى حالة موجة صوتية مستوية تنتشر فى مائع ، تستبدل معامل المرونة الطولية E بمعامل المرونة الحجمى للمائع ، ويمكن إثبات ذلك كما يأتى :

يكون التضاغط فى هذه الحالة حجميا ، أى أن : $S = \frac{\delta V}{V}$

نفرض أن الضغط والحجم عند نقطة ما A عند مرور الصوت هما (P,V) ، وأن الضغط والحجم عند نقطة مجاورة 'A هو (V - δV) ، (P + δ P) .

وبفرض عدم تغير درجة الحرارة وانطباق قانون بويل يكون :

$$PV = (P + \delta P)(V - \delta V)$$

$$P\ \delta V = -V\ \delta P$$

مع إهمال الحد δP δV لأنه صغير جدا .

$$\therefore\ P = -V\ \frac{\delta P}{\delta V}$$

ومن قانون هوك للمرونة الحجمية يكون P هو نفسه معامل المرونة الحجمى K ، وتكون سرعة انتشار الموجات فى المائع هى :

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \qquad (10\text{-}19)$$

وعندما حسبت سرعة الصوت فى الهواء باستخدام المعادلة (19 - 10) وجد أنها تساوى 280 متر / ثانية ، وهى أقل كثيرا من قيمتها الحقيقية 340 متر / ثانية ، وقد فسر هذا الاختلاف بعدم انطباق قانون بويل وثبوت درجة الحرارة .

فعند التضاغطات والتخلخلات يكون التغير أدياباتيا . ولذلك ترتفع درجة حرارة الأجزاء الوسطى فى مناطق التضاغط ، بينما تنخفض درجة حرارة الأجزاء فى مناطق التخلخل ، ولذلك يجب تطبيق قانون التغير الأدياباتى .

$$PV^{\gamma} = P_1 V_1^{\gamma} \qquad (10\text{-}20)$$

بدلا من قانون بويل ، حيث γ هى النسبة بين الحرارة النوعية تحت ضغط ثابت وتحت حجم ثابت ($\gamma = c_p / c_V$)

وبمفاضلة المعادلة (20 - 10) نحصل على :

$$\frac{dP}{dV} = - \frac{\gamma P}{V}$$

ومنها يكون معامل المرونة الحجمى K هو :

$$K = - V \left(\frac{dP}{dV} \right) = \gamma P$$

وبذلك تكون سرعة الصوت فى الوسط هى :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \qquad (10\text{-}21)$$

ولما كانت قيمة γ فى الهواء حوالى 1.4 تقريبا ، لذلك نجد أنه بحساب سرعة الصوت من المعادلة (21 - 10) نحصل على قيمة تطابق القيمة المقاسة عمليا.

١٠/٩ – تغير سرعة الصوت مع درجة حرارة الهواء :

نفرض أن سرعة الصوت فى الوسط تتغير من c_1 إلى c_2 ، عندما تتغير درجة الحرارة من T_1 إلى T_2 . لايتغير الضغط الجوى للهواء بتغير درجة الحرارة . لذلك باستخدام المعادلة **(10-21)** يكون :

$$\frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{273 + t_1}{273 + t_2}}$$

وإذا اعتبرنا سرعة الصوت فى الهواء عند درجة الصفر المئوى c_o تكون :

$$\frac{c_1}{c_o} = \sqrt{\frac{273 + t_1}{273}} = (1 + \frac{t_1}{273})^{\frac{1}{2}}$$

أى أن :

$$c_1 = c_o + \frac{1}{2} c_o \frac{t_1}{273}$$

$$c_t = c_o + 0.61 t^o \quad \textbf{(10-22)}$$

ومن هذه المعادلة يمكن حساب تغير سرعة الصوت فى الهواء بالتقريب .

مثال (١٠ - ١) :

تتحرك نقطة مادية فى مجال موجة صوتية وفقا للمعادلة :

$$y = a \cos(\omega t + \phi)$$

فإذا علم أن الزمن الدورى 36 ثانية وسعة الحركة 2 متر ، فارسم بيانيا تغير الإزاحة والسرعة وعجلة الحركة مع الزمن ، علما بأن زاوية الطور الابتدائى 30° .

الحـــل :

$$a = 2 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{36}$$

الطور الابتدائى 30°

$$\therefore \ \phi = \frac{30}{360} \times 2\pi = \frac{1}{12} \times 2\pi$$

يلاحظ أن 2π تكافئ زمن دورى T على محور الزمن .

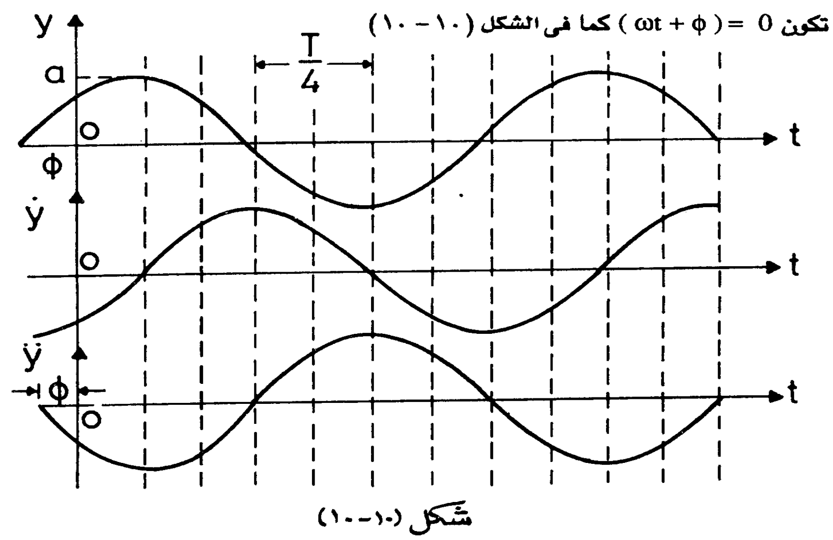
برسم العلاقة بيانيا بالتعويض فى معادلات y , $\dot{y}$, $\ddot{y}$

$$y = a \cos (\omega t + \phi)$$

$$\dot{y} = - \omega a \sin (\omega t + \phi)$$

$$\ddot{y} = - \omega^2 y$$

تكون الإزاحة أكبر مايمكن والسرعة $\dot{y}$ أقل ما يمكن والعجلة $\ddot{y}$ أكبر مايمكن ، عندما تكون $(\omega t + \phi) = 0$ كما فى الشكل (١٠ - ١٠)



شكل (١٠-١٠)

ويدل ذلك على أنه عندما تكون طاقة حركة النقطة المادية أكبر مايمكن ، تكون طاقة الموضع لها أقل ما يمكن، ولكن مجموع الطاقتين يكون ثابتا دائما فى أى لحظة وفقا لقانون بقاء الطاقة . ويمكن إثبات ذلك باعتبار الحركة التوافقية للنقطة المادية :

$$m \ddot{y} = - k \ y$$

حيث m كتلة النقطة المادية ، k ثابت القوة . يمكن وضع هذه المعادلة على الصورة :

$$m \frac{dy}{dy} \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right) = m \frac{dy}{dt} \frac{d}{dy}\left(\frac{dy}{dt}\right) = m v \frac{dv}{dy}$$
$$= -ky$$

حيث v هى سرعة النقطة المادية

$$\therefore \; mv \frac{dv}{dy} + ky = 0$$
$$m\,v\,dv + ky\;\; dy = 0$$

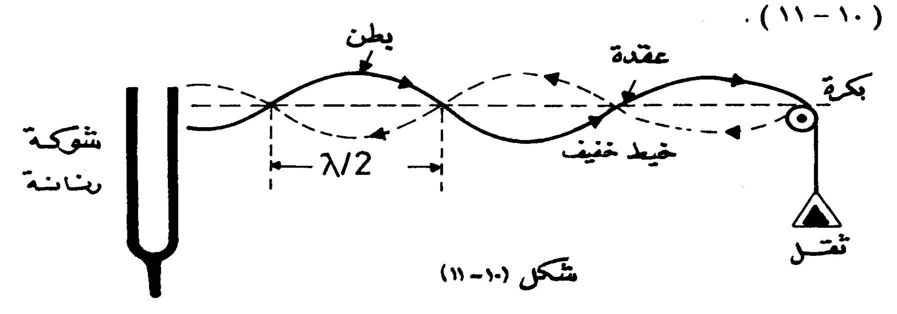
وبالتكامل :

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k y^2 = \text{constant} \qquad (10\text{-}23)$$

أى أن مجموع طاقتى الحركة $\frac{1}{2} m v^2$ والموضع $\frac{1}{2} k y^2$ يظل ثابتا دائما لكل نقطة مادية تتحرك بتأثير الموجة الصوتية . ولذلك نجد أنه عندما تكون الإزاحة y أكبر ما يمكن تكون السرعة v أقل ما يمكن ، وتكون العجلة أكبر مايمكن فى عكس اتجاه الإزاحة .

١٠/١٠ – الموجات الموقوفة (Stationary Waves) :

تتكون الموجات الموقوفة عندما تتداخل موجتان متماثلتان يتحركان فى اتجاهين متضادين . ونحصل على هذه الموجات عادة عندما تنعكس موجة تقدمية فى وسط ما ، فتنطبق الموجة المنعكسة مع الموجة الأصلية الساقطة لتكون موجة موقوفة . ويمكن رؤية هذه الموجات الموقوفة بالعين المجردة ، إذا ثبتنا حبلا من أحد طرفيه ، ثم بهزة باليد من الطرف الآخر مع تغيير تردد الهز، نجد أننا نصل إلى وضع تتكون فيه هذه الموجات كما فى الشكل (١٠ – ١١) .



شكل (١٠-١١)

وعادة ما تجرى هذه التجربة باستخدام شوكة رنانة يثبت فى أحد فروعها خيط خفيف ، يمر على بكرة ويعلق فى طرفه الثانى كفة بها سنج . وبتغيير بعد الشوكة عن البكرة نجد أنه عند أوضاع معينة تتكون الأمواج الموقوفة وترى بوضوح على الخيط .

وتسمى هذه التجربة بتجربة ملد . Melde's experiment

تتميز الموجة الموقوفة بوجود نقط عليها حيث تكون سعة الحركة دائما تساوى صفرا ، وتسمى هذه النقط بالعقد nodes وتتغير سعة الحركة من نقطة إلى أخرى على امتداد الموجة، وتصل إلى قيم كبرى عند نقط تسمى البطون anti - node وتكون الإزاحة عندها أكبر ما يمكن .

وتساوى المسافة بين أى عقدتين نصف طول موجة . والاختلاف الرئيسى للموجات الموقوفة عن الموجات التقدمية هو أن جميع النقط المادية فى الوسط تكون متحدة الطورفى حالة الموجة الموقوفة ، بينما تختلف حركة هذه النقط فى الطور فى حالة الموجة التقدمية .

ولإيجـــاد المعادلة الموجية لموجة موقوفة ، نفرض موجة تقدمية ساقطة على سطح عاكس . تكون الموجتان الساقطة والمنعكسة موجة موقوفة .

ويلاحظ هنا أن للموجتين الساقطة والمنعكسة نفس طول الموجة والتردد وسعة الحركة .

معادلة الموجة الساقطة (انظر معادلة 9 -10)

$$y_1 = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - ct)$$

معادلة الموجة المنعكسة :

$$y_2 = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x + ct)$$

تكون محصلة الإزاحة لنقطة ما فى الوسط حيث توجد الموجة الموقوفة هى :

$$y = y_1 + y_2$$

$$y = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t \qquad (10\text{-}24)$$

$$= A \cos \omega t$$

حيث A هى سعة الحركة لهذه النقطة وتساوى $2a \ \sin \dfrac{2\pi x}{\lambda}$

واضح أن السعة تتغير دوريا مع المسافة x فتكون السعة صفرية ، أى $A = o$ عند

النقط . . $x = 0 , \dfrac{\lambda}{2} , \lambda , \dfrac{3\lambda}{2} , ..$ وتكون السعة أكبر ما يمكن $A = 2a$ عند النقط

$$x = \frac{\lambda}{4} , \frac{3\lambda}{4} , \frac{5\lambda}{4} , ...$$

يطلق اسم عقدة على النقطة التى تكون فيها الإزاحة أقل مايمكن ، ويطلق اسم بطن على النقطة التى تكون فيها الإزاحة أكبر ما يمكن ، والمسافة بين العقدة والعقدة نصف طول موجة ، وبين العقدة والبطن ربع طول موجة .

ظاهرة الضربات (Beats) :

للصوت – باعتباره حركة موجية – نفس الخصائص والصفات كما للضوء ، من ناحية ظواهر الانعكاس والانكسار والتداخل وتنشأ ظاهرة الضربات من تداخل موجتين لهما نفس التردد تقريبا ، فيظهر نتيجة لذلك تغير دورى فى شدة الصوت المسموع عنها ، وتختلف ظاهرة تكوين الضربات عن ظاهرة تكوين الأمواج الموقوفة ، فى أنه فى حالة الضربات تكون الموجتان مختلفتين فى طول الموجة متحركتين فى نفس الاتجاه ، بينما فى حالة الأمواج الموقوفة تتحرك الموجتان فى اتجاهين متعاكسين ، ويكون لهما نفس طول الموجة .

ولإيجاد تردد الضربات – وهو عدد مرات ارتفاع الصوت وانخفاضه فى الثانية – نفرض أن تردد الموجة الأولى f_1 والثانية f_2 ، وأن سعة الذبذبة واحدة لكل منهما . الإزاحة الحادثة عن الموجتين لنقطة ما فى الوسط هى :

$$y_1 = a \sin \omega_1 t$$

$$y_2 = a \sin (\omega_2 t + \theta)$$

حيث $\omega_2 = 2\pi f_2 \ \& \ \omega_1 = 2\pi f_1$

θ هى زاوية الطور بين الموجتين .

محصلة الإزاحة هى :

$$y = y_1 + y_2$$
$$= a \sin \omega_1 t + a \sin(\omega_2 t + \theta)$$
$$= 2a \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{\theta}{2}\right)$$
$$= A \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \frac{\theta}{2}\right)$$

حيث A هو سعة الذبذبة المحصلة وتتغير دوريا . وتتناسب شدة الصوت للموجة المحصلة مع مربع السعة A^2 ، أى أن :

$$A^2 = 4a^2 \cos^2\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{\theta}{2}\right)$$

ولكن بما أن $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$ تكون شدة الضربات متناسبة مع :

$$A^2 = 2a^2 [1 + \cos\{(\omega_1 - \omega_2) t - \theta\}]$$

وبناء على ذلك تتغير شدة الضربات بتردد f يعطى بالمعادلة :

$$2\pi f = \omega_1 - \omega_2$$
$$= 2\pi f_1 - 2\pi f_2$$

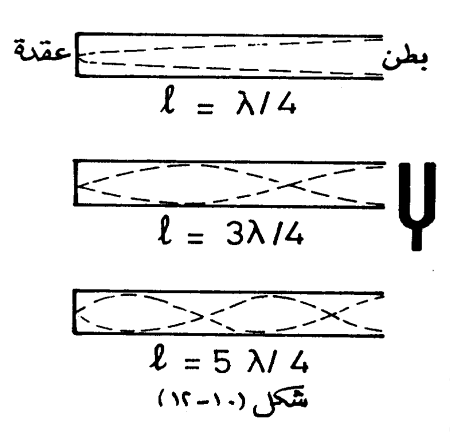
أى أن : $f = f_1 - f_2$

أى أن تردد الضربات يساوى الفرق بين ترددى المصدرين .

١٠/١١– اهتزاز الأعمدة الهوائية (Vibrating columns) :

عندما تنتقل موجة صوتية داخل عمود هوائى مغلق ، تنعكس على نفسها وتكون موجة موقوفة . تتكون عقدة عند السطح العاكس لأن الوسط الملاصق لهذا السطح يكون دائما فى حالة سكون . بينما يتكون بطن عند الطرف المفتوح حيث يكون الهواء حرا ليتذبذب . وعلى ذلك يكون أقصر طول لأنبوبة هوائية مقفلة – يمكن أن تتكون بداخلها موجة موقوفة – هو

ربع طول موجة $\ell = \lambda / 4$ ، وإذا زيد طول الأنبوبة يتكون بداخلها أمواج موقوفة (شكل ١٠ - ١٢) كلما كان الطول ℓ مساويا $\lambda\ 1/4$, $\lambda\ 3/4$, $\lambda\ 5/4$, ... وهكذا .



شكل (١٠-١٢)

وعندما تتكون الموجة الموقوفة يحدث اهتزاز رنيني لعمود الهواء ، يكون تردده هو نفس تردد مصدر الصوت ، فإذا كان المصدر هو شوكة رنانة ترددها n وكان أقصر طول يعطى رنينا مع الشوكة هو ℓ يكون طول الموجة فى هواء الأنبوبة $\lambda = 4\ell$ وتكون سرعة الصوت فى الهواء v

$$v = n\lambda$$

$$v = 4\ell n \qquad (10\text{-}25)$$

وتستخدم هذه الطريقة عادة فى قياس سرعة الصوت فى الهواء معمليا .

أما فى حالة الأنابيب المفتوحة الطرفين تتكون الموجة الموقوفة داخلها ، بشرط أن يكون هناك بطن عند كل من طرفى الأنبوبة كما فى الشكل (١٠ - ١٣) . ويكون طول الأنبوبة حينئذ مساويا لنصف طول موجة ، أى أن $\ell = \lambda / 2$ وتتكون الأمواج الموقوفة إذا زيد طول الأنبوبة ليصبح λ , $\frac{3}{2}\lambda$, 2λ , ... وهكذا . وإذا كان ℓ هو أقصر طول يحدث رنين مع شوكة رنانة

$\ell = \lambda/2$

$\ell = \lambda$

$\ell = 3\ \lambda / 2$

شكل (١٠-١٣)

ترددها n يكون $\lambda = 2\ell$ ويصير سرعة الصوت v

$$v = 2n\ell \ .$$

وقد وجد أن قيمة سرعة الصوت فى الهواء المقاسة بطريقة الأنابيب أقل من قيمتها الحقيقية . وقد فسر ذلك بسبب عدم تكون البطن للموجة الموقوفة ، تماما عند فتحة الأنبوبة ، بل عند نقطة تبعد قليلا عن الفتحة مما يستوجب عمل تصحيح لطول الموجة الحقيقى ، وذلك بإضافة ما يعادل طول 0.6 نصف قطر الأنبوبة على طولها عند حساب طول الموجة .

أى أنه فى حالة الأنابيب المقفلة يكون طول الموجة λ هو :

$$\lambda = 4(\ell + 0.6\,r) \qquad (10\text{-}26)$$

حيث r هو نصف قطر الأنبوبة .

وبإجراء هذا التصحيح أمكن الحصول على قيمة صحيحة لسرعة الصوت فى الهواء .

يوجد تصحيح آخر لسرعة الصوت فى الهواء ، يجب أخذه فى الاعتبار وهو تأثير درجة حرارة الجو . إذا كانت سرعة الصوت فى درجة الصفر المئوى هى v_O والسرعة عند درجة $t°C$ هى v_t تكون :

$$\frac{v_t}{v_O} = \sqrt{\frac{273 + t}{273}}$$

$$= \left(1 + \frac{t}{273}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \ v_t = v_O + 0.6\,t°C \qquad (10\text{-}27)$$

هذا باعتبار أن سرعة الصوت فى الهواء $v_O = 340$ m/s عند درجة الصفر المئوى.

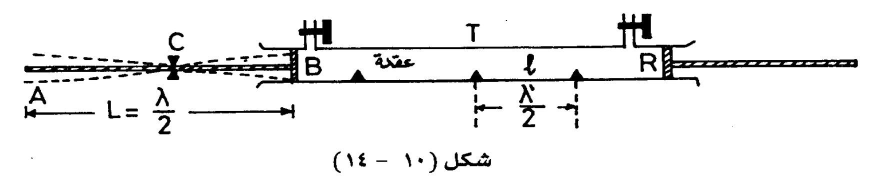
١٠/١٢– أنبوبة كندت (Kundt's tube) :

تمكن كندت باستخدام رنين الأعمدة الهوائية من إيجاد سرعة الصوت فى المواد الصلبة ، وبالتالى تعيين معامل يونج لمرونتها الطولية .

يتركب الجهاز المستخدم لذلك من أنبوبة زجاجية T بها هواء أو غاز ويقفلها من ناحية

قرص يمكن تحريكه داخل الأنبوبة ويعمل عمل عاكس R للأمواج الصوتية ، ويقفلها من الناحية الأخرى قرص يتصل بقضيب AB مثبت من منتصفه عند C . يدلك القضيب بواسطة قطعة من القماش عليها بعض مسحوق الراتنج . يصدر القضيب صوتا عالى التردد وتخرج الموجة من طرفه عند B لتنتقل فى هواء الأنبوبة T ، التى يوجد بها مسحوق مادة خفيفة كالفلين .

بتحريك العاكس R نجد أنه عند وضع معين له يتكون فى الأنبوبة موجة موقوفة ، ويستدل على ذلك من تجمع مسحوق الفلين عند مواضع العقد ، (شكل ١٠ - ١٤) . إذ أن



شكل (١٠ - ١٤)

الموجة الموقوفة عند تكونها تسبب حركة مسحوق الفلين ، مبعدة إياه من مواضع البطون - حيث الحركة شديدة إلى مواضع العقد ، حيث السكون . تكون المسافة بين عقدتين متتاليتين مساوية لنصف طول موجة فى الهواء كما أن طول القضيب المحدث للصوت يكون مساويا لنصف طول موجة فى داخل القضيب ، حيث إنه مثبت من منتصفه .

إذا كانت سرعة الصوت فى مادة القضيب v_r وتردد الصوت n يكون

$$v_r = n\lambda = 2nL$$

حيث L هو طول القضيب .

وإذا كانت سرعة الصوت فى الهواء v_a يكون :

$$v_a = n\lambda' = 2n\ell$$

حيث ℓ هى المسافة بين عقدتين أو كومتين متتاليتين فى الأنبوبة . وعلى ذلك يكون :

$$v_r = v_a \cdot \frac{L}{\ell}$$

ولكن من معادلة (10-18) وجدنا أن :

$$v_r = \sqrt{E/\rho}$$

حيث E هى معامل يونج للمرنة الطولية للوسط ، ρ هى كثافته ، وعلى ذلك وبمعرفة سرعة الصوت فى مادة القضيب تكون مرونته الطولية E هى :

$$E = v_r^2 \cdot \rho$$

ويمكن تعيين كثافة القضيب بالطرق المعتادة أو من الجداول .

وتستخدم هذه الطريقة أيضا لإيجاد سرعة الصوت فى الغازات المختلفة ، وذلك بإدخال الغاز فى الأنبوبة وإجراء التجربة ، لتحديد طول موجة الصوت فى الغاز وبمقارنتها بطول موجة نفس الصوت فى الهواء ، نحصل على سرعة الصوت المطلوبة . ويمكن أيضا حساب النسبة بين الحرارة النوعية للغاز ، تحت ضغط ثابت وتحت حجم ثابت ($\gamma = C_p / C_V$) إذ سبق أن بينا أن سرعة الصوت فى الغاز :

$$v_g = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

حيث P ضغط الغاز ، ρ كثافته .

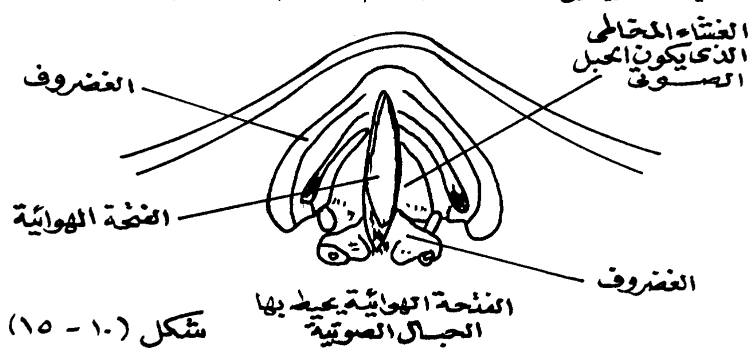
١٠/١٣- صوت الإنسان ورنين الأعمدة الهوائية

(Human sound)

يعتمد خروج الصوت عند الإنسان على ظاهرة اهتزاز الأعمد الهوائية . تتركب آلة الصوت عند الإنسان من الرئتين ، الحنجرة ، البلعوم ، الأنف ، الفم . وتختلف وظائف كل جزء من هذه الأجزاء . فالوظيفة الرئيسية للرئتين هى تكوين زيادة فى ضغط الهواء بداخلها ، لإمرار تيار هوائى خلال حيز موجود فى قاع البلعوم تحيط به الحبال الصوتية ، التى تتركب من جزأين مرنين من الغشاء المخاطى الذى يبطن الحنجرة، ويتصل كل حبل صوتى من الأمام بغضروف الغدة الدرقية، بينما يتصل الجزآن الخلفيان بغضروفين متحركين ، لإبعاد الغشاءين بعضهما عن بعض حتى يمر هواء التنفس . كما يمكن شدهما

أو إرخاؤهما لإحداث الصوت .

توجد الحبال الصوتية عند قاع الحنجرة ، وهى ذات شكل أسطوانى تتصل بفجوة البلعوم ، وتصل مابين الفم والمرىء وتقع اللهاة فى سقف البلعوم . وتعتبر اللهاة بوابة للفجوة الأنفية فعندما ترتفع إلى أعلى تصدر الأصوات والحروف المتحركة ، وتكون عندئذ الفتحة الأنفية مغلقة ويخرج الهواء عن طريق الفم ، شكل (١٠ - ١٥) .



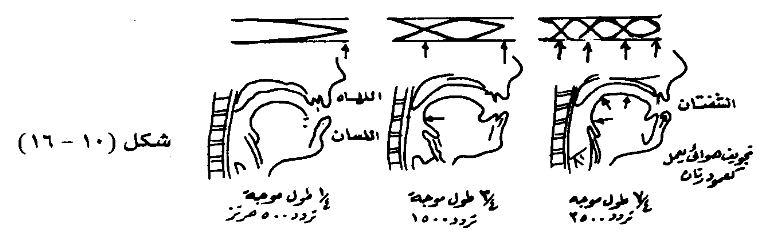
شكل (١٠ - ١٥)

تكون الحنجرة والبلعوم والفم غرفة رنين تعمل عمل الأنبوب الذى يتحدد شكله وفقا لأوضاع اللسان ، الشفاه ، الفكين وكذلك الحنجرة . فبحركة الشفتين والفك واللسان يمكن إحداث تضييق أو اتساع عند أماكن معينة فى أنبوب الرنين ، كما يمكن عند مط الشفتين للخارج أو عند خفض الحنجرة زيادة طول عمود الهواء الرنان ، مما يسبب تغيرا فى طول الموجة الموقوفة داخله كما مبين بالشكل (١٠ - ١٦) . ويؤدى ذلك إلى تغير الطيف الصوتى الصادر من الفم . وعلى ذلك يمكن القول بأن آلة الصوت البشرى لها ثلاثة أجزاء رئيسية هى :

١ - الرئتان وتشكلان مصدر القوة فى الآلة .

٢ - المتذبذبات مصدر التردد وهى الحبال الصوتية .

٣ - غرفة الرنين وهى الفم والحنجرة ومحتوياتها .



شكل (١٠ - ١٦)

عندما يمر الهواء خلال الفتحة بين الغشائين المرنين المكونين للحبال الصوتية ، تتكون اهتزازات دورية يتوقف مقدار ترددها على ضغط الهواء الخارج من الرئتين ، وكذلك على الخواص الميكانيكية ومرونة الأغشية المخاطية المكونة للحبال الصوتية ، ويتحكم فيها مجموعة من العضلات المتصلة بالحنجرة . وعموما فكلما ازداد ضغط الهواء كلما ازداد الشد فى الحبال الصوتية ، ويؤدى ذلك إلى إحداث الترددات المرتفعة .

هذا من ناحية علم الصوت ، أما من ناحية جودة الصوت وصلاحيته للغناء ، فهناك الكثير من العوامل الذاتية للمغنى ، لاتتوفر فى الإنسان العادى تجعل إصدار أنغام محببة للنفس موهبة موسيقية أكثر منها صفة تشريحية للآلة الصوتية . وكلمة نغم ترتبط مباشرة بوجود الأذن وعملية السمع عند الإنسان . وهناك الكثير من الغرائب حول إحساسنا بالموجات الصوتية . فالأذن لاتعطينا دائما صورة صادقة لما تسمع . فإحساسنا بالنغمات يتوقف على شدة الصوت . فزيادة الشدة لنغمة نقية يسبب تغيرا ملموسا فى لون النغمة ، أى فى جرس صوتها كما تسمعه الأذن ، إذ تبدأ الهارمونيات فى الظهور ويتزايد عدد هذه الهارمونيات وشدتها كلما ازدادت شدة النغمة الأصلية . وإذا ما اختبرت نفس تلك النغمة بواسطة راسم الذبذبات الإلكترونى لما وجد على الإطلاق أيا من هذه الهارمونيات المسموعة بالأذن . وذلك هو نفس مانحس به عندما نرفع من صوت المذياع أو المسجل ، ونجد تشوها فى جرس الصوت الصادر فنعيب على الجهاز ذلك . والحقيقة أنه لاغبار على الجهاز وإنما يكمن العيب فى منطقة الأذن الوسطى ، حيث لاتتم بدقة ترجمة ميكانيكية الحركة للأصوات والنغمات الساقطة عليها .

١٠/١٣- الخواص المميزة للنغم والسلم الموسيقي (Musical scale):

ميز العلم الحديث الأنغام عن بعضها فى نواح ثلاث :

١ - التردد .

٢ – الشدة .

٣ – النوع .

والتردد فى الصوت كاللون فى الضوء يتميز بطول موجة معينة . وكلما قصرت طول الموجة كلما ازدادت النغمة حدة عند سماعها بالأذن. ومدى السمع عند الإنسان يتراوح بين 15 ، 20.000 هرتز ويتوقف هذا المدى على المستمع وقدرة أذنه على السمع .

لقد كانت ملاحظات فيثاغورس عن النغمة والمسافات الموسيقية هى الأساس الذى وضع عليه السلم الموسيقى الحديث . لقد لاحظ فيثاغورس أن النغمة الأساسية لوتر مشدود تظهر أيضا إذا ما أنقص طوله إلى النصف أو إلى الثلثين أو إلى ثلاثة أرباعه . وقد ظل تفسير تلك الظاهرة خافيا أكثر من ألفى عام بعد فيثاغورس ، حتى عرف أن المسافة بين نغمتين تكون أو كتافا octave ، إذا كانت النسبة بين ترددهما 2 : 1 . والمسافة الموسيقية بين أى نغمتين لاتتوقف على التردد المطلق لهما بل تتوقف على النسبة بين الترددين . ويبين الجدول (١٠ – ١) بعض المسافات الموسيقية ونسب الترددات المناظرة فى السلم الموسيقى الغربى.

جدول (١٠ / ١)

	دو	تى	لا	صول	فا	مى	رى	دو
التردد الطبيعى للنغمة	256	288	320	341	384	427	480	512
المسافات الموسيقية بينهما		$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$
المسافة الموسيقية فوق دو	1	1.125	1.250	1.333	1.50	1.667	1.875	2.00

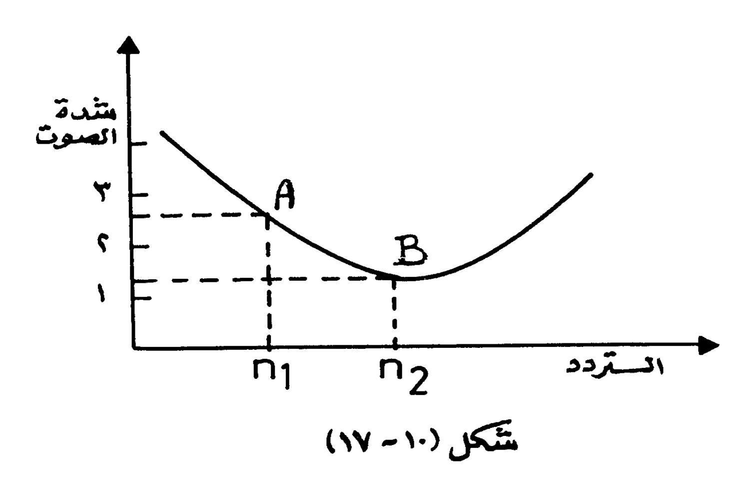
أما الشدة الصوتية فتعرف عند مكان ما بأنها الطاقة المتدفقة فى الثانية خلال وحدة

المساحات عموديا على اتجاه انتشار الموجة . وكما أن إحساس الأذن بالنغمة يتوقف على النسبة بين تردد النغمات وليس على ترددها الطبيعي ، كذلك فإن إحساس الأذن المقارن للشدة الصوتية بين نغمتين ، يتوقف على النسبة بين شدتيهما وليس على الفرق المطلق بينهما .

وتقاس النسبة بين شدتى صوتين I_2 & I_1 بالديسيبل ، حيث تعرف وحدة البل Bel بأنها اللوغاريتم للأساس 10 للنسبة بين الشدتين . وعلى ذلك يكون عدد الديسيبل هو :

$$10 \log_{10} (I_2 / I_1)$$

وأقل تغير فى شدة الصوت يمكن للأذن أن تحسه هو ديسيبل واحد ، ويقابل زيادة فى الشدة المطلقة بمقدار 25% تقريبا .



شكل (١٠ - ١٧)

ويختلف إحساسنا بدرجة ارتفاع الصوت وفقا للتردد، ويبين الشكل (١٠ – ١٧) منحنى تساوى درجة الارتفاع الصوتى كما تحسه الأذن ، ويتضح من الشكل أنه بالرغم من أن شدة الصــوت المطلقة عند A ضعف قيمتها عند B ، إلا أن إحسـاس الأذن بارتفـاع الصـوت واحد ، أى أن النغمة ذات التردد n_1 هرتز يكون إحساسنا لها بنفس ارتفاع الصوت لنغمة n_2 هرتز ، بينما تكون الشدة الصوتية المطلقة لهذه الأخيرة مساوية لنصف قيمتها تقريبا للنغمة n_1

١٠ / ١٤– اهتزاز الأوتار (Vibration of strings) :

عندما نثبت طرف خيط ونحرك الطرف الآخر إلى أعلى وأسفل بحركة دورية ، تنتقل موجة مستعرضة على الخيط المشدود . تتوقف سرعة انتشار الموجة على الشد فى الخيط وعلى كتلة وحدة الأطوال منه . ويمكن إيجاد هذه العلاقة باستخدام التحليل بالأبعاد .

نفرض أن السرعة الموجية v تعطى المعادلة

$$v = k T^{\alpha} m^{\beta} \qquad \textbf{(10-28)}$$

حيث T هو الشد فى الخيط ووحداته MLT^{-2} ، m هى كتلة وحدة الأطوال ووحداتها ML^{-1} ، α ، β ثوابت عددية .

بوضع وحدات السرعة v وهى LT^{-1} فى معادلة **(10-28)** نحصل على المعادلة البعدية .

$$[LT^{-1}] = [MLT^{-2}]^{\alpha} [ML^{-1}]^{\beta}$$

وبمساواة الأسس لكل من T , L , M نحصل على

بالنسبة إلى L : $1 = \alpha - \beta$

بالنسبة إلى M : $0 = \alpha + \beta$

بالنسبة إلى T : $-1 = -2 a$

ومن ذلك نجد أن :

$$\alpha = \frac{1}{2} \qquad\qquad \beta = -\frac{1}{2}$$

وعلى ذلك تكون سرعة الموجات على الخيط :

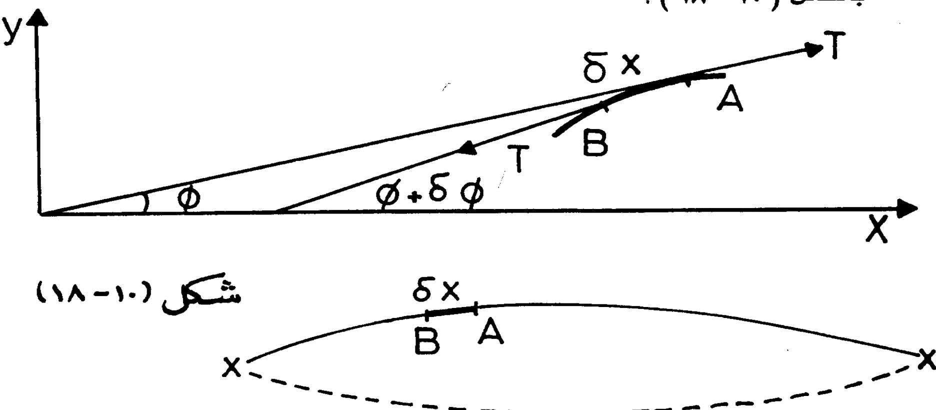
$$v = k\sqrt{\frac{T}{m}}$$

حيث k ثابت يساوى الوحدة ، حيث أمكن تحديد قيمته بواسطة التحليل الرياضى للمشكلة ، كما نبينه فيما يلى :

نفرض وترا مشدودا من نقطتين بشد قدره T ، وأن كتلة السنتيمتر من الوتر هى m ، وأن الوتر يهتز اهتزازا مستعرضا بسعة ذبذبة صغيرة تسمح لنا باعتبار أن الشد T يظل ثابتا .

نعتبر عنصرا صغيرا من السلك AB وليكن طوله δx .

فى لحظة ما من الحركة يكون ميل المماس للوتر عند النقطة A – وهو اتجاه الشد عندها – مساويا للزاوية ϕ ، بينما يكون ميل المماس عند B هو $(\phi + \delta\phi)$ ، كما مبين بالشكل (١٠ – ١٨) .



شكل (١٠-١٨)

بتحليل القوى فى الاتجاه الرأسى عموديا على الوتر نحصل على مركبة القوة المسببة للحركة . نفرض أن القوة المؤثرة على العنصر AB هى F . تكون :

$$F = T\sin(\phi + \delta\phi) - T\sin\phi$$

$$= T\sin\phi\cos\delta\phi + T\cos\phi\sin\delta\phi - T\sin\phi$$

وباعتبار سعة الذبذبة صغيرة يمكن اعتبار أن $\delta\phi = 0$ وعلى ذلك يكون

$$\cos\delta\phi = 1 \quad , \quad \sin\delta\phi = \delta\phi$$

$$\therefore\ F = T\sin\phi + T\cos\phi\,\delta\phi - T\sin\phi$$

$$= T\cos\phi\,\delta\phi$$

$$= T\,\delta(\sin\phi)$$

إذا كانت عجلة الحركة هى (d^2y/dt^2) ، وأن كتلة العنصر هى $m\,\delta x$ تكون معادلة الحركة هى

$$m\,\delta x\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) = T\,\delta(\sin\phi)$$

ولكن بما أن ϕ صغيرة يمكن اعتبار أن $\sin\phi = \tan\phi$ ، وهذا يساوى انحناء الوتر عند هذه اللحظة من الحركة ويساوى (dy/dx) أى أن :

$$m\,\delta x\,\frac{d^2y}{dt^2} = T\,\delta\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

$$= T\,\frac{d^2y}{dx^2}\,\delta x$$

وعلى ذلك تكون معادلة الحركة للوتر المشدود هى :

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{T}{m}\,\frac{d^2y}{dx^2} = v^2\,\frac{d^2y}{dx^2} \qquad \textbf{(10-29)}$$

حيث سرعة انتشار الموجات على الوتر هى :

$$v = \sqrt{\frac{T}{m}} \qquad \textbf{(10-30)}$$

وواضح من هذه المعادلة أن السرعة v لاتتوقف على سعة الحركة أو على طول الموجة ، إذ أن خاصية انتشار الموجات فى الوسط تعتمد فقط على الوسط ، وليس على نوعية الأمواج المنتشرة فيه .

ويفرض أن تردد الموجات n وطول الموجة λ تكون :

$$v = n . \lambda$$

وبما أن الوتر مثبت من طرفيه ، يكون عند كل طرف عقدة . أى أن طول الوتر ℓ هو نصف طول موجة . وعلى ذلك يكون :

$$v = 2 \ell n$$

وتصير معادلة (10-30)

$$2 \ell n = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

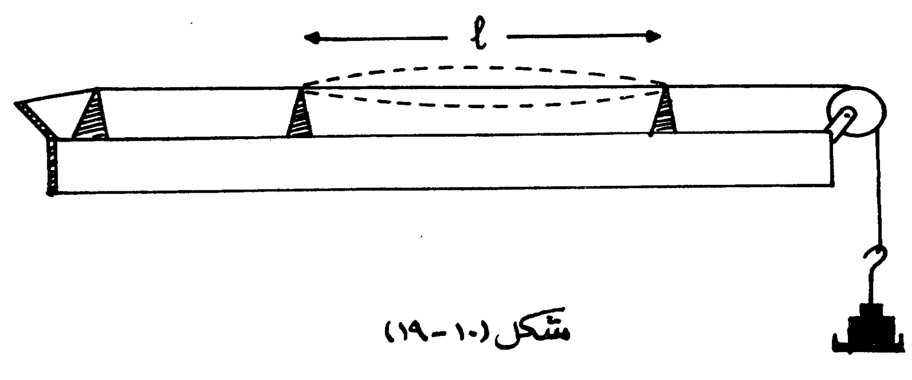
ومنها يكون تردد الوتر المشدود – بدلالة طوله والشد الواقع عليه وكتلة وحدة أطواله هو:

$$n = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{m}} \qquad (10\text{-}31)$$

ويعرف هذا القانون بقانون الصونومتر .

١٠/١٥ – تحقيق قانون الصونومتر عمليا (The sonometer) :

يتركب الصونومتر من صندوق رنان مثبت عليه سلك من الصلب من أحد طرفيه ، ويمر الطرف الآخر على بكرة حرة الحركة وينتهى السلك بحامل أثقال . يتغير الشد على السلك إذا تغير الثقل المعلق فى الحامل ، (انظر شكل ١٠ – ١٩) .



شكل (١٠-١٩)

يمكن وضع قنطرتين تحت السلك لتحديد الطول ℓ المطلوب للتجربة . وللتحقق عمليا من قانون الصونومتر تجرى ثلاث تجارب ، الأولى للتحقق من أن تردد السلك n يتناسب عكسيا مع طوله عند ثبوت الشد T.

والتجربة الثانية للتحقق من أن التردد يتناسب طرديا مع $\sqrt{T}$ عند ثبوت الطول وكتلة وحدة الأطوال ، والتجربة الثالثة لإثبات أن التردد يتناسب مع $1/\sqrt{m}$ وذلك باستخدام أسلاك مختلفة ، مع تثبيت الطول والشد الواقع عليها .

أولا : التردد والطول :

نحضر عدة شوكات رنانة معلومة التردد ... , n_1 , n_2 ونستخدم سلكا ثابت الشد ، ونوجد طول السلك الذى يعطى رنينا مع كل شوكة ولتكن هذه الأطوال .... , ℓ_1 , ℓ_2 على الترتيب .

بضرب التردد فى الطول المناظر نجد أن حاصل الضرب مقدار ثابت دائما ، أى أن :

$$n_1 \ell_1 = n_2 \ell_2 = \text{constant}$$

وهذا يعنى أن التردد يتناسب عكسيا مع طول السلك . ويمكننا بهذه التجربة من تعيين أى تردد مجهول بمعرفة ثابت السلك .

ثانيا : التردد والشد :

نستخدم سلكا ثابت الشد ، ونستخدمه فى تعيين تردد طول معين من سلك آخر على الصونومتر يمكن تغيير الشد الواقع عليه . وبتغيير الشد من T_1 إلى T_2 إلى T_3 وإيجاد التردد كل مرة : n_3 , n_2 , n_1 لهذا الطول الثابت نجد أن :

$$n_1 / \sqrt{T_1} = n_2 / \sqrt{T_2} = \text{constant}$$

وهذا يثبت أن التردد يتناسب طرديا مع الجذر التربيعى للشد عند ثبوت طول السلك .

ثالثا : التردد وكتلة وحدة الأطوال :

نستخدم فى هذه الحالة عدة أسلاك تختلف فى كتلة وحدة أطوالها ولتكن

... ، m_1 ، m_2 ، نثبت كل سلك على الصونومتر بجوار السلك المثبت الطرفين والمستخدم لقياس التردد . ونضع فى حامل الأثقال كتلة معينة لتحدث شدا واحدا على كل سلك يختبر. ونأخذ طولا معينا من السلك ونوجد له تردده وليكن n_1 ونكرر العمل مع السلك الثانى وهكذا .

وبإجراء التجربة نجد أن :

$$n_1 \sqrt{m_1} = n_2 \sqrt{m_2} = \text{constant} \qquad (10 - 32)$$

وهذا يثبت أن تردد طول معين من سلك تحت شد ثابت ، يتناسب عكسيا مع الجذر التربيعى لكتلة وحدة أطوال هذا السلك .

ومن التجارب الثلاث السابقة نكون قد حققنا قانون الصونومتر عمليا .

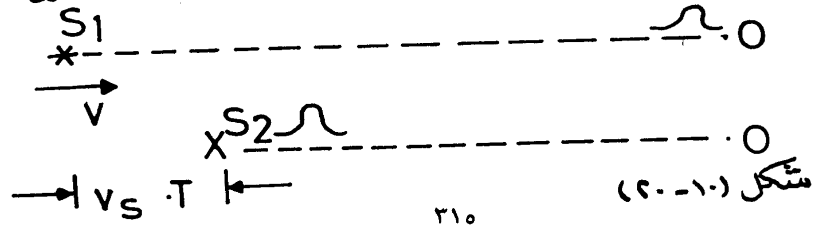
١٠/١٦ - ظاهرة دوبلر (Doppler efect) :

لاحظ دوبلر أن صفارة قطار يزداد ترددها المسموع كلما اقترب القطار من السامع ، بينما يقل التردد المسموع عندما يبتعد القطار . وتحدث هذه الظاهرة دائما عندما يتحرك أى مصدر موجى صوتى أو ضوئى بالنسبة لمراقب بعيد عنه . ويمكن أن يكون المصدر متحركا والمراقب ساكنا أو أن يكون المصدر ساكنا والمراقب متحركا ، أو أن يكون الاثنان متحركين .

أولا : نبدأ بحساب التردد الظاهرى عندما يكون مصدر الصوت متحركا تجاه المراقب .

ينتقل الصوت فى الوسط على شكل تضاغطات وتخلخلات متعاقبة . بين كل تضاغطين متعاقبين مسافة تساوى طول موجة λ .

نفرض أن المصدر كان فى لحظة ما عند النقطة S_1 وأنه أرسل فى هذه اللحظة تضاغطات - (انظر شكل ١٠ - ٢٠) - ينتقل خلال الزمن الدورى T مسافة تساوى



شكل (١٠-٢٠)

طول موجة λ لو كان المصدر ساكنا . ولكن نظرا لحركة المصدر فإن التضاغط التالى يصدر بعد أن يكون مصدر الصوت قد تحرك مسافة $u_s T$ حيث u_s سرعة المصدر . وبذلك يسمع المراقب عند النقطة O الصوت بطول موجى λ' أقل من الطول الموجى الحقيقى للمصدر λ بمقدار $u_s T$ أى أن :

$$\lambda' = \lambda - u_s T$$

وإذا كانت سرعة الصوت فى الهواء c يكون التردد الحقيقى للمصدر

$$f = c / \lambda = \frac{1}{T}$$

ويكون التردد الظاهرى المسموع من المراقب f' هو :

$$f' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda - u_s T}$$

$$f' = \frac{f}{(1 - u_s / c)} \qquad (10\text{-}33)$$

وإذا كان المصدر مبتعدا عن المراقب بسرعة u_s يسمع الصوت بتردد أقل من الحقيقى ، حيث يكون :

$$f' = \frac{f}{(1 + u_s / c)} \qquad (10\text{-}34)$$

ثانيا : عندما يكون المراقب متحركا بسرعة u_o بينما المصدر ساكن ، تكون السرعة النسبية للصوت بالنسبة للمراقب المتحرك هى $(c \pm u_o)$. وتكون الإشارة موجبة فى حالة إذا ماكان المراقب متحركا فى اتجاه المصدر ، وتكون سالبة إذا كان متحركا بعيدا عن المصدر .

ويكون بذلك التردد الظاهرى المسموع هو :

$$f' = \frac{c \pm u_o}{\lambda} = \frac{c \pm u_o}{c \, T} \qquad (10\text{-}35)$$

حيث λ طول الموجة الحقيقى ، T هو الزمن الدورى – أى – مقلوب التردد

$$\therefore \; f' = f\left(1 \pm \frac{u_o}{c}\right)$$

ثالثا : حالة تحرك كل من المصدر والمراقب فى نفس الاتجاه .

نفرض أن سرعة المصدر u_s وسرعة المراقب u_o ، تكون السرعة النسبية للصوت بالنسبة للمراقب c' حيث

$$c' = c - u_o$$

ويكون طول الموجة المسموعة λ' هو : $\lambda' = (c - u_s)/f$

وعلى هذا يكون التردد الظاهرى المسموع من المراقب هو :

$$f' = c'/\lambda'$$

$$= \frac{c - u_o}{(c - u_s)/f}$$

$$f' = \frac{c - u_o}{c - u_s} f \qquad (10\text{-}36)$$

من هذه المعادلة نرى أنه إذا كانت $u_o = u_s$ لايحدث تغير فى التردد ، ويسمع على حقيقته .

أما إذا كان المراقب متحركا فى اتجاه المصدر ، تكون السرعة النسبية للصوت $c' = c + u_o$ ويكون التردد الظاهرى هو :

$$f' = \frac{c + u_o}{c - u_s} f \qquad (10\text{-}37)$$

ونلاحظ مما سبق أن حركة المراقب تؤثر فقط على السرعة الظاهرية للصوت ، أى على c' .

أما حركة المصدر فتؤثر فقط على طول الموجة λ' الظاهرية التى تصل للمراقب .

١٠/١٧– فوق السمعيات (Ultra sonics) :

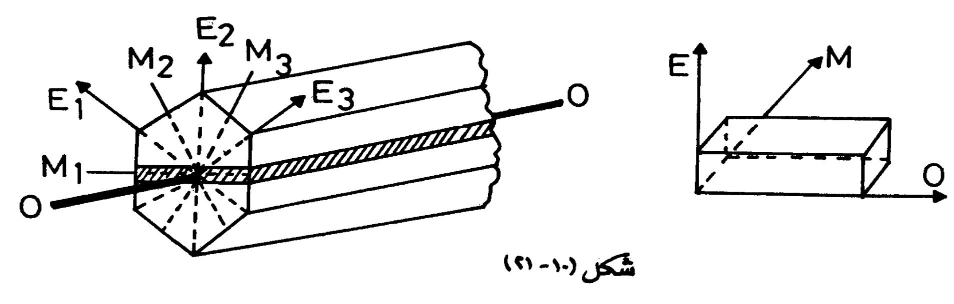
تستطيع الأذن الحساسة أن تسمع أصواتا فى مدى من الترددات بين 20 , 20,000

هوتز ، وإذا زاد التردد عن ذلك تصبح الأمواج غير مسموعة ، ويطلق عليها لذلك الأمواج غير المسموعة أو فوق السمعية . ويجب التمييز هنا بين فوق السمعيات ultrasonics وفوق الصوتيات Supersonics إذ أن الأول يرتبط بمدى سمع الإنسان للترددات ، بينما علم فوق الصوتيات يعالج تلك الأجسام التى تتحرك بسرعات أكبر من سرعة الصوت ، كالصواريخ والطائرات النفاثة .

توجد طرق كثيرة للحصول على أمواج فوق سمعية من أهمها متذبذب الكوارتز ، الذى يعتمد أساسا على الظاهرة الكهرضغطية Piezo-electric الذى يتمتع بها الكوارتز . فإذا أثرنا على بلورة من الكوارتز بمجال كهربائى متردد تتغير أبعاد البلورة دوريا ، وعندما يتساوى تردد المجال الكهربائى بالتردد الطبيعى للبلورة تهتز بعنف ، ويصدر عنها أمواج فوق سمعية ذات تردد مرتفع تتوقف قيمته بطبيعة الحال على أبعاد البلورة .

ولإعداد متذبذب الكوارتز نحضر بلورة طبيعية من الكوارتز ، وهى على شكل منشور سداسى ينتهى عند طرفيه بهرمين سداسيين .

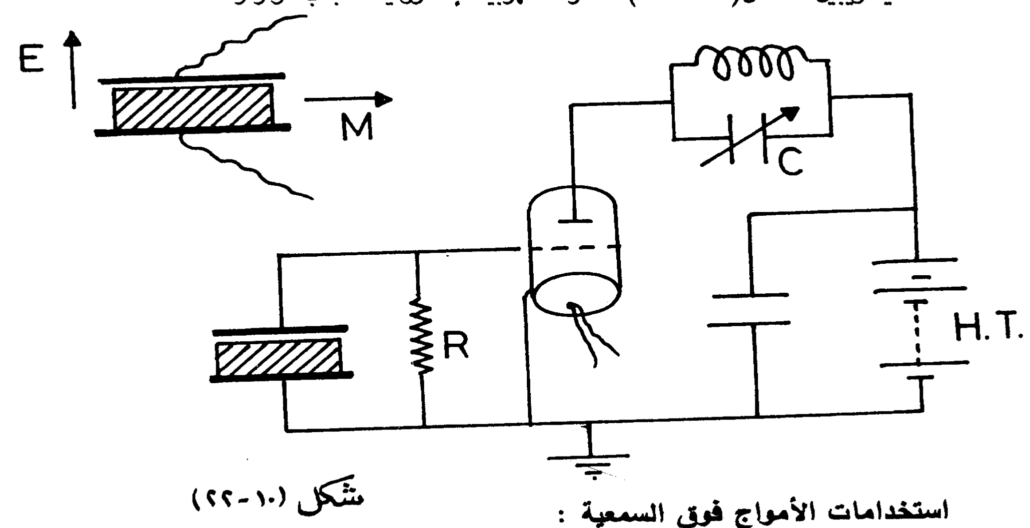
ويعرف المحور الضوئى Optic axis O بأنه الاتجاه الموازى لمحور المنشور السداسى . كما تعرف ثلاثة محاور كهربية E_1 , E_2 , E_3 electric axes بالخطوط التى تصل مركز المسدس بأركانه . (انظر شكل ١٠-٢١). ويوجد أيضا ثلاثة محاور ميكانيكية M_1 , M_2 , M_3 هى الاتجاهات العمودية على ثلاثة سطوح متعامدة من المنشور السداسى.



شكل (١٠-٢١)

تقطع البلورة بحيث يكون أحرفها الثلاثة موازية للمحاور الرئيسية الثلاثة : الضوئى o والكهربى E والميكانيكى M .

توضع البلورة بعد قطعها بين لوحين معدنين بحيث يكون اللوحان متعامدين مع المحور الكهربى للبلورة . عند التأثير بمجال كهربائى متردد على البلورة يحدث انفعال ميكانيكى متردد فى اتجاه المحور الميكانيكى ، وتهتز البلورة ويصدر عنها أمواج فوق سمعية .ويبين الشكل(١٠ - ٢٢) الدائرة الكهربية الإلكترونية لمتذبذب كوارتز .



شكل (١٠-٢٢)

استخدامات الأمواج فوق السمعية :

تتعدد وتتنوع استخدامات الأمواج فوق السمعية فى حياتنا العامة ، فى المجالات الطبية لتشخيص بعض الأمراض وتحديد الأجسام الغريبة فى جسم الإنسان . وكذلك فى المجالات الصناعية ، حيث تستخدم فى الكشف غير المتلف للأجهزة وأجزاء الآلات التى تم تصنيعها ، بغرض معرفة ما إذا كانت سليمة من الداخل وليس بها شقوق أو كسور ، قد تؤدى إلى انهيار العمل أثناء تشغيلها .

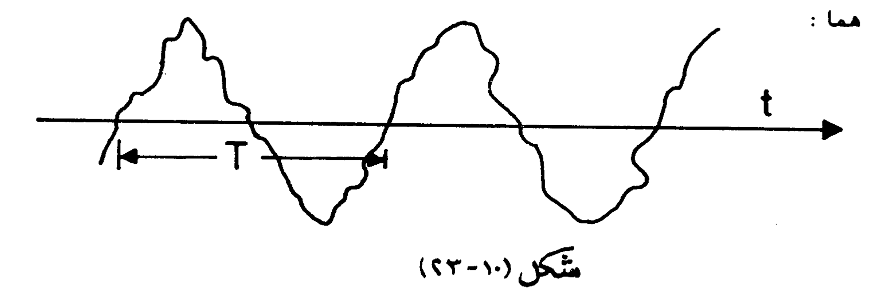
وتستخدم فى عملية الكشف طريقة صدى الصوت . وهى نفس فكرة الرادار لاكتشاف

الطائرات القادمة عن بعد بواسطة الأمواج الكهرمغناطيسية . ترسل بلورة الكوارتز دفعة من الأمواج الفوق سمعية فتنتقل فى الوسط وتنعكس على أى حائل ، أو حتى عند تغير نوع الوسط الناقل لهذه الموجات . وعلى ذلك ترتد بعضها ثانية تجاه متذبذب الكوارتز ، الذى ينفعل بالموجة المنعكسة محدثا نبضة كهربية يمكن تسجيلها . وبمعرفة سرعة الموجة وزمن الذهاب والإياب يمكن تحديد مكان الانعكاس .

ويستخدم عادة جهاز كمبيوتر يقوم بإجراء مسح للوسط المراد تحديد الشوائب والأجسام الغريبة فية ، كما يقوم بإجراء الحسابات اللازمة وتسجيل النتائج لتظهر على خرائط خاصة ، يمكن للإخصائيين تحليلها واستخلاص الحقائق منها .

الموجة الصوتية المركبة (Fourier analysis) :

تنص نظرية فورييه Fourier theorem على أن أية دالة دورية أحادية القيمة يمكن تحليلها ، إلى مجموع حدود توافقية بسيطة ترداداتها مضاعفات بسيطة لتردد تلك الدالة . شكل (١٠ – ٢٣) ويجب توفر شرطين فى أى ذبذبة مركبة عند تطبيق نظرية فورييه عليها هما :



شكل (١٠-٢٣)

١ – أن تكون دالة الإزاحة متصلة دائما وأحادية القيمة . وهذا شرط مستوفى فى كل ذبذبة ميكانيكية تحدثها موجة صوتية أيا كان نوعها ، إذ أن أية ذرة فى الوسط لا يمكن أن يكون لها إزاحتان فى نفس اللحظة .

٢ - أن تكون للإزاحة قيمة محدودة دائما .

تكتب متسلسلة فوريية على الصورة : $x = f(\omega t)$

حيث x الإزاحة المركبة ، ω هى التردد الزاوى للموجة المركبة ، ويساوى $2\pi f$ حيث f هو التردد .

وتكتب الإزاحة المركبة x على صورة مجموع حدود توافقية بسيطة كما يأتى :

$$x = a_0 + a_1 \cos(\omega t + \delta_1) + a_2 \cos(2\omega t + \delta_2) + \ldots + \ldots + a_r \cos(r\omega t + \delta_r)$$

أى أن :

$$x = a_0 + \sum_{r=1}^{\infty} a_r \cos(r\omega t + \delta_r) \qquad (10\text{-}38)$$

حيث ... , a_1 , a_2 , a_3 هى سعات المركبات التوافقية البسيطة للحركة ...... , $\delta_1 , \delta_2 , \delta_3$ هى زوايا الطور الابتدائى المناظرة على الترتيب .

يمكن تحليل معادلة (38 - 10) إلى مجموع حدود جيب وجيب تمام كما يأتى وذلك بوضع $B = a \sin\delta$ & $A = a\cos\delta$,

$$\therefore\ x = A_0 + A_1 \cos\omega t + A_2 \cos 2\omega t + \ldots + A_r \cos r\omega t + B_1 \sin\omega t + B_2 \sin 2\omega t + \ldots + B_r \sin r\omega t \qquad (10\text{-}39)$$

ولتعيين قيمة ثوابت المعادلة A , B نجرى أولا تكامل المعادلة بالنسبة للزمن t وذلك على مدى ذبذبة كاملة زمنها الدورى $T = \frac{2\pi}{\omega}$ فنحصل على :

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_o^T x\, dt \qquad (10\text{-}40)$$

ثم بضرب طرفى المعادلة (39 - 10) فى $\cos r\omega t$ وإجراء التكامل على ذبذبة كاملة نحصل على :

$$A_r = \frac{2}{T}\int_o^T x \cos r\omega t\, dt \qquad (10\text{-}41)$$

وبالمثل لإيجاد قيم B_r نضرب طرفى المعادلة (39 - 10) فى $\sin r\omega t$ ثم بإجراء

التكامل لذبذبة كاملة فنحصل على :

$$B_r = \frac{2}{T} \int_o^T x \sin r\, \omega t \, dt \qquad (10\text{-}42)$$

وبمعرفة قيم ثوابت المعادلة (39 - 10) نكون قد حللنا الموجة الصوتية المركبة $x = f(\omega t)$ إلى مجموعة حدود تمثل كل منها حركة توافقية بسيطة ، تردد أى منها هو مضاعف بسيط لتردد الذبذبة الأصلية المركبة .

أمثلة محلولة

مثـــال(١٠- ٢) :

موجة صوتية تمثلها المعادلة

$$y = a \sin \left(2000 \pi t - \frac{p x}{17} \right)$$

أوجد التردد وزمن الذبذبة ؟

الحـــــل :

بالمقارنة مع معادلة (10 - 10)

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (ct - x)$$

نجد أن : $2000 \pi = \frac{2\pi}{\lambda} c$

أيضـا : $\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{17}$

وبذلك يكون طول الموجة : $\lambda = 34 \text{ cm}$

وتكون سرعة الصوت هي : $c = 1000 \lambda$

$= 34000 \text{ cm / s}$

التـــردد : $f = \frac{c}{\lambda}$

$= 34000 / 34$

$= 1000 \text{ Hz}$

الزمــن الـــدوري : $T = \frac{1}{f} = 0.001 \text{ s}$

مثـــال (١٠- ٣) :

خيط طوله 80 سم وكتلته 0.2 جم ، مثبت من أحد طرفيه في شوكة رنانة ترددها

250 ذبذبة فى الثانية . ما هو الشد الواجب على الخيط لتتكون فيه موجة موقوفة ذات أربع عروات ؟

الحـــل :

كتلة وحدة الأطوال للخيط : $m = \frac{0.2}{80} = \frac{1}{400}$

سرعة الموجات على الخيط : $v = n\lambda$

طول الموجة على الخيط : $\lambda = 80/2 = 40 \text{ cm}$

سرعة الموجات : $v = 250 \times 40$

$= 10000 \quad \text{cm/s.}$

$$v = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

ومن قانون الصونومتر يكون الشد فى الخيط هو :

$$T = v^2 \ . \ m = 10^8 / 400 = 250000 \text{ dyne}$$

ويعادل ذلك ثقلا معلقا على الخيط قدره 255 جراما .

مثـــال (١٠-٤) :

قطاران يقتربان بعضهما مع بعض الأول يتحرك بسرعة 100 كيلو متر / ساعة ، والثانى يتحرك بسرعة 80 كيلو متر / ساعة . ويصدر الأول صفارة ترددها 500 هرتز . ماهو تردد الصفارة التى يسمعها سائق القطار الثانى ؟ وهل يتغير التردد إذا تبادل القطاران سرعتيهما ؟

الحـــل :

سرعة القطار الأول : $u_s = 27.8 \text{ m/s}$

سرعة القطار الثانى : $u_o = 22.2$

سرعة الصوت فى الهواء = 340 متر / ثانية .

التردد المسموع من القطار الثانى معادلة (37 - 10) .

$$f' = f \frac{c + u_o}{c - u_s}$$

$$= 500 \frac{362.2}{312.2} = 580.1 \text{ Hz}$$

عندما يتبادل القطاران السرعة يصير التردد

$$f' = 500 \frac{340 + 27.8}{340 - 22.2}$$

$$= 520.2 \text{ Hz}$$

مثـــال(١٠-٥) :

فى تجربة أنبوبة كندت وجد أن المسافة بين ستة عقد متتالية هى **48.6** سم ، وكان طول القضيب المثبت من منتصفه **100**سم . أوجد سرعة الصوت فى الهواء . ثم أوجد النسبة بين الحرارة النوعية للهواء تحت ضغط ثابت وحجم ثابت .

معامل يونج لمرونة مادة القضيب $E = 10^{12}$ داين / سم٢

كثافة مادة القضيب $\rho_{rod} = 8.5$ جم / سم٣

كثافة الهواء فى المعدلين $\rho_{air} = 1.293$ جم / لتر

الحـــل :

طول الموجة فى الهواء :
$$\lambda \text{ air} = \frac{48.6}{5} \times 2$$

$$= 19.44 \text{ cm}$$

طول الموجة فى مادة القضيب :

$$\lambda \text{ rod} = 200 \text{ cm}$$

$$(v \text{ air} / v \text{ rod}) = (\lambda \text{ air} / \lambda \text{ rod})$$

أيضا

$$v \text{ rod} = \sqrt{\frac{E}{\rho \text{ (rod)}}}$$

$$v \text{ air} = \frac{19.44}{200} \sqrt{\frac{10^{12}}{8.5}}$$

$$= 336 \text{ m/s}$$

$$v\ air = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho\ air}}$$

حيث P الضغط الجوى ، ρ air كثافة الهواء

$$\gamma = \frac{33600 \times 33600 \times 1.293 \times 10^{-3}}{76 \times 13.6 \times 980}$$

$$C_p / C_v = 1.38$$

مثـــال (١٠-٦) :

ولدان مع كل منهما مصدر للصوت تردده 1000 هرتز . إذا ظل الولد الأول ساكنا بينما تحرك الثانى مبتعدا عنه بسرعة 1.8 متر / ثانية ، فأوجد عدد الضربات فى الثانية التى يسمعها كل من الولدين . علما بأن سرعة الصوت فى الهواء 330 متر / ثانية ؟

الحــــل :

يسمع الولد الأول مصدر الصوت الذى معه بتردد 1000 هرتز كما يسمع أيضا مصدر الصوت الذى مع الولد الآخر بتردد قدره f' حيث

$$f' = \frac{v'}{\lambda'} = \frac{330}{(330 + 1.8) / 1000}$$

$$99.58\ Hz$$

وبذلك تكون عدد الضربات التى يسمعها الولد الساكن 5.42 ضربة فى الثانية .

بالنسبة للولد المتحرك يسمع تردد المصدر مع الولد الساكن

$$f' = \frac{v'}{\lambda'}$$

$$= \frac{(330 - 1.8)}{(330 / 1000)} = 994.54\ Hz$$

وبذلك تكون عدد الضربات المسموعة منه هى 5.46 ضربة فى الثانية .

مثـــال (١٠-٧) :

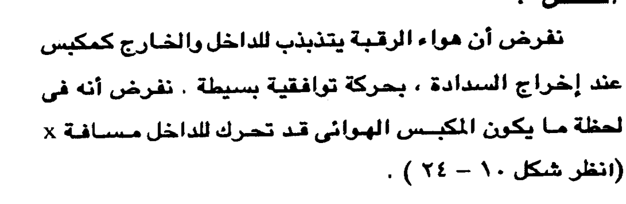
أثبت ان تردد الصوت n الناشئ عن السحب السريع لسدادة زجاجة حجمها V هو :

$$n = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{V\ell}} \quad \text{(رنان هلمهولتز)}$$

حيث c سرعة الصوت فى الهواء

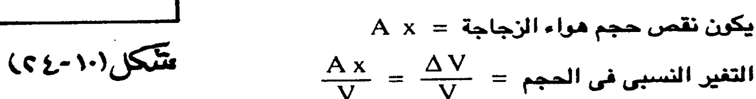
A مساحة مقطع السدادة ، ℓ طول رقبة الزجاجة .

الحـــل :



شكل (١٠-٢٤)

نفرض أن هواء الرقبة يتذبذب للداخل والخارج كمكبس عند إخراج السدادة ، بحركة توافقية بسيطة . نفرض أنه فى لحظة ما يكون المكبس الهوائى قد تحرك للداخل مسافة x (انظر شكل ١٠ - ٢٤) .



يكون نقص حجم هواء الزجاجة $= A\ x$

التغير النسبى فى الحجم $= \frac{\Delta V}{V} = \frac{A\,x}{V}$

إذا كان K هو معامل المرونة الحجمى للهواء ، وبتطبيق قانون هوك تكون الزيادة فى الضغط نتيجة لهذا الانفعال الحجمى هى : $K.\ \frac{A\,.\,x}{V}$

وتكون القوة الكلية المؤثرة على المكبس الهوائى هى :

$$k\ \frac{A\ x}{V}\ A = \frac{K\,A^2\ x}{V}$$

وضربنا هنا الزيادة فى الضغط فى مساحة المقطع A لرقبة الزجاجة

كتلة الهواء فى رقبة الزجاجة $= A\,\rho\ \ell$

حيث ρ كثافة الهواء .

معادلة الحركة هى $\quad \ell\,A\,\rho\,.\,\frac{d^2 x}{dt^2} = -\,\frac{KA^2}{V}\,x$

وهذه حركة توافقية بسيطة $\quad \ddot{x} = -\,\omega^2\ x$

حيث

$$\omega^2 = \frac{KA}{V\ell\rho}$$

ولكن

$$\omega = 2\pi n$$

$$\therefore\ n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{KA}{V\ell\rho}}$$

لكن سرعة الصوت فى الهواء :

$$C = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

لذلك يكون التردد هو :

$$n = \frac{C}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{V.\ell}}$$

تمارين على الفصل العاشر

١ – موجة صوت تقدمية تمثلها المعادلة :

$$y = 0.1 \sin (200 \pi t - 20 \pi x / 17)$$

حيث y هى الإزاحة مقدرة بالمليمترات لنقطة تبعد x مترا عن مركز إحداثيات عند اللحظة t . أوجد : التردد ، طول الموجة ، السرعة ، معادلة موجة لها ضعف السعة وضعف التردد ، ولكنها تنتشر فى عكس اتجاه الموجة الأولى ؟

٢ – تمثل المعادلة ($y = a \sin (\omega t - kx)$) موجة صوتية تقدمية تنتشر فى وسط فى الاتجاه السينى ، حيث y تبين إزاحة نقطة على بعد x عند الزمن t . أوجد سرعة الموجة وأكبر سرعة لجزيئات الوسط ؟ علما بأن : $a = 10^{-7}$ m

$$\omega = 6.6 \times 10^{-3} \ s^{-1} \ , \quad k = 20 \ m^{-1}$$

٣ – إذا علم أن معامل التمدد للهواء يساوى $\frac{1}{273}$ لكل درجة مئوية ، وأن سرعة الصوت فى الهواء 330 متر / ثانية . أوجد تغير سرعة الصوت لكل درجة مئوية ارتفاع فى درجة حرارة الهواء؟

٤ – إذا كانت قدرة الصوت المنبعث من جهاز راديو 50 مللى واط ، ثم زيدت قدرة الجهاز لتصبح 500 مللى واط . أوجد الشدة النسبية للصوت بالديسيبل؟

٥ – سيارة تتحرك عموديا فى اتجاه حائط مرتفع ويخرج من السيارة صوت تردده 1000 هرتز . إذا كانت سرعة السيارة 18 متر / ثانية فأوجد تردد صدى الصوت كما يسمعه سائق السيارة ؟ (سرعة الصوت فى الهواء 330م / ث) .

٦ – مجهار يصدر صوتا شدته 8 ديسيبل فوق مستوى قياسى عند النقطة P ، التى تبعد 40 مترا منه . أوجد شدة الصوت على بعد 30 مترا من المجهار وكذلك شدة الصوت عند P إذا أنقصت قدرة المجهار إلى النصف ؟

٧ – سلك صونومتر قطره 0.9 مم يعطى النغمة الأساسية للسلم الموسيقى ، استبدل

بسلك آخر قطره 0.93 مم له نفس الشد كالأول . أوجد التغير المئوى فى تردد النغمة الأساسية . وما هو التغير المئوى فى الشد لكى نحتفظ بالنغمة الأساسية ؟

٨ - سلك صونومتر مشدود بتعليق أسطوانة معدنية فى طرفه كثافتها 8000 كجم / م٣ ، ويعطى طول معين من السلك نغمة ترددها 256 هرتز . أوجد تردد هذا الطول عندما نغمر تماما الأسطوانة فى الماء؟

٩ - يمر تيار كهربائى متردد فى سلك صونومتر طوله 76سم ومشدود بقوة 40 نيوتن . وضع مغناطيس حذاء الفرس وقطباه يحيطان بالسلك عند منتصفه فوجد أن السلك يهتز بشدة . أوجد تردد التيار علما بأن كثافة مادة السلك 8800 كجم / م٣ وقطر السلك 1 مم ؟

١٠ - أنبوبة رنين طولها 60 سم موضوعة رأسيا ، وطرفها السفلى مغمور فى الماء . وجد أنه عندما يكون طول عمود هواء الأنبوبة فوق الماء 14.8 سم ، 48 سم يحدث رنين مع شوكة رنانة ترددها 512 هرتز . أوجد أقل تردد يحدث رنيناً مع عمود هواء الأنبوبة عندما تكون مفتوحة الطرفين؟

١١ - سحبت بسرعة سدادة زجاجة فارغة حجمها 2.5 لتر . أوجد تردد الصوت الناتج ؟ علماً بأن طول رقبة الزجاجة 2 سم وقطر الرقبة 2 سم وكثافة الهواء فى المعدلين 1.293 جم / لتر .

النسبة بين الحرارتين النوعيتين تحت ضغط وحجم ثابت $\gamma = 1.41$

1 ضغط جوى = 10^6 داين / سم٢ .

الفصل الحادى عشر

الضوء وطبيعته

١١ / ١-ماهية الضوء :

الضوء نوع من الطاقة كالطاقة الحرارية والكهربية . والأجسام المضيئة – كالشمس مثلا – ترسل إشعاعها لتتأثر به العين عن طريق مباشر ، أو عن طريق انعكاس تلك الأشعة على الأجسام . ويكون الضوء جزءا من الطيف الكهرمغناطيسى، ويقع فى منطقة بين الأشعة فوق البنفسجية والأشعة تحت الحمراء ، كما هو مبين بالجدول رقم (١١ – ١) .

جدول (١١ — ١)

الطيف الكهرمغناطيسى وموضع الضوء فيه

التردد	اسم الأشعة	طول الموجة بالإنجستروم
10^{20} هرتز	أشعة جاما γ	10^{-2} إنجستروم
10^{19}	أشعة X	
10^{18}		
10^{17}		1 إنجستروم
10^{16}		10^{2} °A
10^{14}		10^{4} °A (ميكرون)
10^{13}	أشعة تحت حمراء IR	10^{6} °A
10^{12}		
10^{11}		
10^{10}	أمواج قصيرة UHF	10^{8} (سم)
10^{9}		
10^{8}		
10^{7}		10^{10} (متر)
10^{6}		
10^{5}	أمواج لاسلكية	10^{13} (كم)
10^{4}	أمواج طويلة	10^{14}

تنشأ الأمواج الكهرمغناطيسية عندما يثار إلكترون ذرة ما إلى مستويات طاقة أعلى، ثم بعودته إلى مستواه الأصلى تنبعث الطاقة الزائدة على شكل كمات من الطاقة أو فوتونات لتكون الطيف الكهرمغناطيسي . وتتوقف طول موجة الفوتون المنبعث من الذرة على كمية الطاقة التى يحتويها الفوتون . وتقع أمواج الضوء المنظور فيما بين أطوال الموجات 3000، 8000 إنجستروم حيث يحد هذه المنطقة من الطيف المنظور الإشعاع البنفسجى ، من ناحية الموجات القصيرة والإشعاع الأحمر من ناحية الموجات الطويلة .

وللضوء صفات عامة يمكن تلخيصها فيما يلى :

١ – ينتقل الضوء بسرعة كبيرة تساوى $3 X 10^8$ متر / ث .

٢ – تتحرك فوتونات الضوء فى خطوط مستقيمة وهى التى ستمثل بالأشعة .

٣ – لا يحتاج الضوء لوسط ناقل له إذ يمكن للفوتونات الانتقال فى الفراغ .

٤ – يمكن للضوء أن ينعكس على السطوح المصقولة ، كما يمكن له أن ينكسر عند انتقاله من وسط إلى آخر .

٥ – للضوء طبيعة موجية ، ولذلك يمكن له أن يتداخل كما تظهر له ظاهرتا الحيود والاستقطاب . وسيتم شرح ذلك فيما بعد .

٦ – لا يتأثر الضوء بالمجالات الكهربية أو المغناطيسية

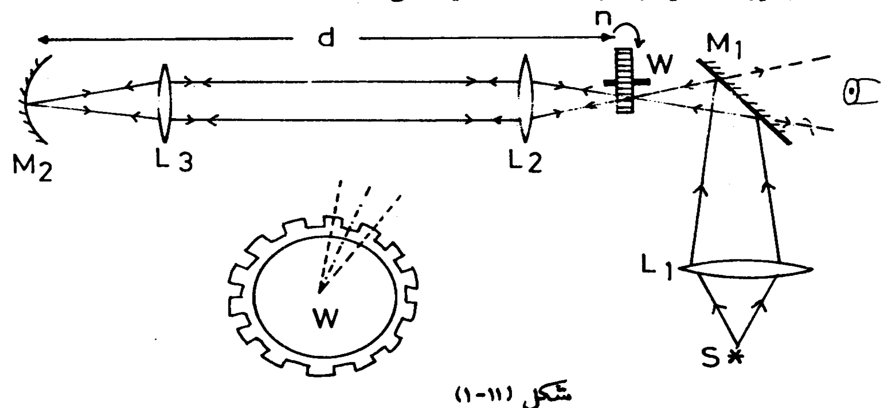
٧ – طاقة فوتون الضوء hf حيث f تردده ، h ثابت بلانك ويرتبط التردد f بطول موجة الفوتون λ بسرعة الضوء بالعلاقة :

$$c = f \lambda \qquad (11-1)$$

١١ / ٢-قياس سرعة الضوء :

لقد كان الاعتقاد قديما أن سرعة الضوء لا نهائية نظراً لكبرها ولعدم إمكان قياسها ، إلى أن جاء رومر عام ١٦٧٦ وأجرى أول محاولة ناجحة لقياس سرعة الضوء بطريقة فلكية ، استخدم فيها خسوف أحد أقمار كوكب المشترى . وبعد ذلك بما يقرب من مائتى عام ،

تمكن فيزو من قياس سرعة الضوء معمليـا على الأرض ، دون الاستعانة بظواهر فلكية .



شكل (١١-١)

يتركب جهاز العجلة الدوارة لفيزو (شكل ١١ - ١) من مصدر قوى للضوء S تتجمع أشعته بواسطة عدسة لامة L_1 ، حيث تسقط الأشعة المجمعة على مرآة نصف مفضضة M_1 تعكس الضوء ليتجمع عند نقطة I توجد فى بؤرة عدسة L_2 . يخرج الضوء بعد ذلك حزمة متوازية لينتقل مسافة d (بضـعـة كـيلو مترات) قبل أن يسقط على عدسة لامة أخرى L_3 تجمع الأشعة لتسقط عموديا على مرآة مقعرة M_2 فتنعكس الأشعة مقتفية نفس المسار . وتتجمع مرة ثانية عند النقطة I وبعدها تسقط الأشعة على المرآة نصف المفضضة M_1 لتنفذ خلالها وتراها عين الراصد .

توضع عجلة مسننة W فى وضع رأسى عند النقطة I بحيث يمكن للأشعة الضوئية المرور بين أسنانها . كما يمكن إدارة العجلة حول محورها الأفقى . عند دوران العجلة تمر أسنانه واحدة تلو الأخرى على شعاع الضوء عند I ، وتوقف مروره لحظة وجود السن فى طريق الأشعة ثم تعود الأشعة للمرور عندما لا يعترض سن طريقها . وعلى ذلك يرى الراصد صورة المصدر S بشكل متقطع وليس كضوء مستمر . وتستمر رؤية المصدر طالما مر الضوء من فتحة بين سنين فى الذهاب ، ليجد أيضا فتحة بين سنين فى الإياب بعد انعكاسه على

المرآة M_2 .

إذا زيدت السرعة الزاوية ω للعجلة تدريجيا ، نصل إلى درجة تختفى عندها ، صورة المصدر تماما بالنسبة للراصد ، وذلك عندما يقطع الضوء مسافة الذهاب بالإضافة إلى مسافة الإياب – أى ضعف المسافة d – فى زمن انتقال السن التالى للفتحة التى مر منها الضوء فى الذهاب ، ليقطع الضوء ويمنع وصوله للعين فى رحلة العودة .

وإذا زيدت السرعة لتصبح ضعف ذلك القدر نجد أن الضوء يعود ثانية للظهور بوضوح ، إذ تحل الفتحة التالية محل الفتحة الأولى فى زمن قطع الضوء مسافة 2 d .

ولإيجاد زمن قطع الضوء لهذه المسافة نفرض أن عدد الأسنان فى العجلة الدوارة m سنا ، وأن السرعة الزاوية للعجلة هى : $\omega = 2\pi n$ ، حيث n عدد دوراتها فى الثانية . أى أن زمن الدورة الكاملة هو $t = \frac{1}{n}$ ثانية . يوجد عدد m من الأسنان ومثله من الفتحات . أى أن عدد الأسنان والفتحات 2m . فإذا كان زمن الدورة t يكون زمن انتقال سن ليحل محل فتحة هو t $\frac{1}{2\,m}$ ويقابل هذا الزمن الانتقال من حالة الرؤية الكاملة الوضوح للمصدر إلى حالة عدم رؤيته واختفائه تماما . أما إذا اعتبرت حالة تناوب الرؤية الواضحة للمصدر ، يكون الزمن بين رؤيتين واضحتين هو ضعف الزمن السابق .

استخدم فيزو عجلة ذات **720** سنا ، ووجد أن أول اختفاء لصورة المصدر تحدث عندما تكون عدد دورات العجلة **12.6** دورة فى الثانية . وكانت المسافة بين النقطتين M_2 & I هى **8633** مترا .

وعلى ذلك يكون زمن انتقال سن العجلة محل الفتحة التالية هو :

$$1 \,/\, (2 \times 720 \times 12.6)$$

ويكون ذلك هو نفس زمن انتقال الضوء ضعف المسافة بين M_2 & I وعلى ذلك تكون سرعة الضوء c هى المسافة على الزمن أى أن :

$$c = \frac{2d}{(1/2n\,m)} = 4\,d\,n\,m \qquad \textbf{(11-2)}$$

$$= 4 \times 8633 \times 12.6 \times 720$$

$$= 3.1 \times 10^8 \ m/s.$$

وبعد تجربة فيزو أجريت العديد من التجارب الأكثر دقة لتعيين سرعة الضوء ، أهمها تجربة فوكو وتجربة ميكلسون .

١١ / ٣- الفوتومترية وقياس الشدة الضوئية واستضاءة السطوح :

الفوتومترية هو العلم الذى يبحث فى شدة الضوء المنبعث من مصدر ما وشدة الاستضاءة الساقطة على مساحة معينة . وتعرف قوة إضاءة مصدر ضوء بأنها كمية الضوء الذى يسقط عموديا على وحدة المساحات موضوعة على بعد وحدة الأطوال من المصدر .وكما سبق أن ذكرنا ، فالضوء نوع من الطاقة الفوتونية يكون جزءاً من الطيف الكهرمغناطيسي ، ويتميز عن غيره من أمواج الطيف بأنه يعطى إحساسا بالرؤية عند سقوطه على عين الإنسان أو الحيوان . ولذلك يقصد بالطاقة الضوئية تلك الطاقة الموجودة فى الإشعاع الكهرمغناطيسي، فى المنطقة المنظورة من الطيف فقط ، ويعرف بأنه التكامل الزمنى للفيض الضوئى المنبعث من المصدر . وقد اتخذت القنديلة وحدة الطاقة الضوئية وعرفت قديما بأنها الطاقة الضوئية المنبعثة فى الثانية من شمعة عيارية . أما الآن فتعرف القنديلة فى النظام الدولى للوحدات بأنها الشدة الضوئية ، لمساحة قدرها $\frac{1}{60}$ سم^2 من سطح جسم أسود ، درجة حرارته نقطة تجمد البلاتين المصهور تحت ضغط 101325 نيوتن على المتر المربع .

ويعرف الفيض الضوئى بأنه كمية الطاقة الضوئية المنبعثة من المصدر فى الثانية الواحدة ، ووحدة الفيض الضوئى هى " لو من " ، وهو الفيض الذى ينبعث فى الثانية فى زاوية مجسمة مقدارها الوحدة (إستريديان) من مصدر ضوئى نقطى شدته قنديلة واحدة . وقد وجد بالتجربة أن كل 621 ليومن من الضوء الأخضر ، الذى له طول موجة 5540 انجستروم تكافئ واطا واحدا .

ومن التعريف السابق نجد أن القنديلة تعطى فى جميع الاتجاهات فيضا ضوئيا قدره 4π ليومن . وإذا سقط الضوء على سطح فإنه يظهر مضاء وتكون شدة استضاءة السطح هى كمية الضوء الساقط عموديا على وحدة المساحة فى الثانية وتقاس بوحدة تسمى " Lux " لكس وتعرف هذه الوحدة بأنها استضاءة مساحة صغيرة موضوعة على بعد متر واحد ، من مصدر ضوء قوته قنديلة واحدة وتساوى لومنا واحدا على المتر المربع .

تتوقف شدة الاستضاءة لسطح على بعده عن المصدر ، فكلما بعدنا عنه قلت شدة الاستضاءة . فإذا فرضنا مصدرا قوته E يبعث فيضا ضوئيا F تكون

$$E = 4\pi F \tag{11-3}$$

وإذا تصورنا كرتين مركزهما المصدر الضوئى ونصفا قطريهما r_1 & r_2 تكون شدة الاستضاءة على سطح الكرة الأولى

$$I_1 = \frac{4\pi F}{4\pi r_1^2}$$

وعلى الثانية

$$I_2 = \frac{4\pi F}{4\pi r_2^2}$$

وتكون النسبة بين شدتى الاستضاءة على السطحين هى :

$$(I_1 / I_2) = (r_2^2 / r_1^2) \tag{11-4}$$

وهذا يدل على أن شدة استضاءة سطح ما مضاء عموديا بإضاءة منتظمة ، تتناسب عكسيا مع مربع بعد السطح عن المصدر ، وطرديا مع الشدة الضوئية له . وفى حالة سقوط الأشعة فى اتجاه يميل على السطح بزاوية θ ، تكون العلاقة بين شدة الاستضاءة للسطح I وشدة الاستضاءة – لو كان سقوط الأشعة عموديا I_o – هى :

$$I = I_o \cos \theta \tag{11-5}$$

١١ / ٤- الفوتومترات :

الفوتومترات هى أجهزة يمكن استخدامها فى الموازنة بين قوتى إضاءة مصدرين .

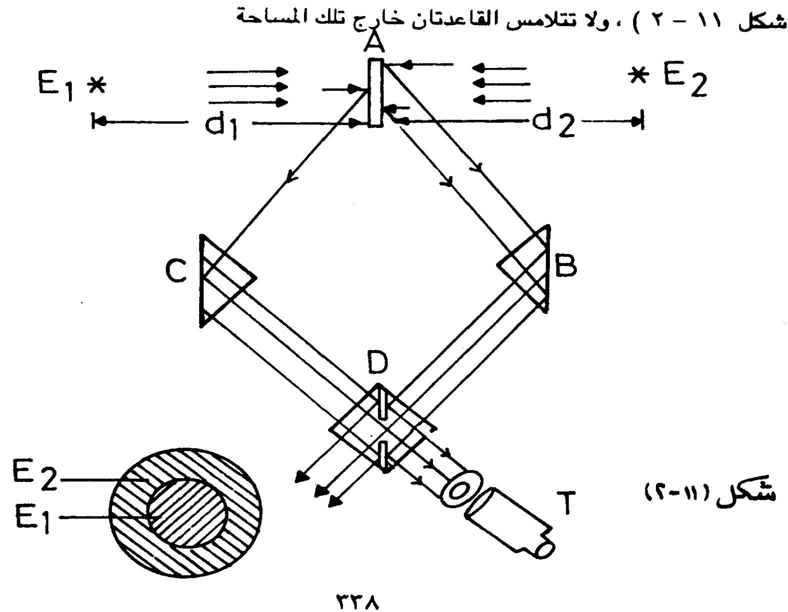
ويوجد منها أنواع كثيرة منها فوتومتر جولي ، الذى يتكون من قرصين من شمع البرافين ، كل منهما على شكل متوازى مستطيلات يفصل بينهما صفيحة من القصدير . يوضع المصدران المراد مقارنة شدتهما الضوئية على جانبي الفوتومتر ، وبتغيير بعدهما عنه حتى تصبح شدة استضاءة القرصين واحدة تكون النسبة بين قوتى المصدرين هى :

$$(E_1 / E_2) = (d_1^2 / d_2^2) \qquad \textbf{(11-6)}$$

حيث d_1 & d_2 هما بعدا المصدرين عن الفوتومتر على الترتيب

ومن الفوتومترات الأكثر دقة فوتومتر ليومر بردهن ، إذ يمكن بواسطته التأكد أكثر من تساوى شدة الاستضاءة على جانبيه .

يسقط الضوء من المصدرين E_1 & E_2 على حائل أبيض A ، ينعكس عليه الضوء ليسقط على منشورين C & B ، حيث ينعكس الضوء انعكاسا كليا ، حيث يمر الضوء المنعكس فى مجموعة D – مكونة من منشورين متلاصقين عند منتصف قاعدتهما الكبرى – بطبقة رقيقة من مادة الكندا بلسم ، التى لها نفس معامل انكسار مادة المنشورين ، (انظر شكل ١١ – ٢) ، ولا تتلامس القاعدتان خارج تلك المساحة



شكل (١١-٢)

وبذلك ينعكس انعكاسا كليا الضوء القادم من المنشور c خارج منطقة التلامس ، فيرى الراصد الضوء المار فى المنطقة الوسطى دون المنطقة الخارجية . ويحدث عكس ذلك بالنسبة للضوء القادم من المنشور B ، حيث يرى الراصد الضوء المنعكس كليا على المنطقة الخارجية ، بينما ينفذ الضوء من المنطقة الوسطى فلا يراه الراصد .

أى إن إضاءة المنطقة الوسطى فى مجال الرؤية تكون مضاءة من المصدر E_1 ، بينما تكون إضاءة المنطقة المحيطة بها من المصدر E_2 ، ولمقارنة الشدة الضوئية للمصدرين يغير بعدهما r_1 & r_2 عن الفوتومتر ، حتى يظهر مجال الرؤية فى التلسكوب T متساويا فى شدة استضاءته .

وتستخدم بعد ذلك معادلة (6-11) لمقارنة الشدة الضوئية للمصدرين .

مثال (١١ـ١) :

وضع حائل صغير على بعد 60 سم من منبع ضوئى ، بحيث كانت أشعة المنبع عمودية على الحائل ، ثم أبعد الحائل حتى صار بعده عن المنبع 100 سم ، وأدير حتى صارت زاوية سقوط الأشعة عليه 60° . قارن بين شدتى استضاءة الحائل فى الحالتين ؟

الحل :

نفرض أن شدتى الاستضاءة فى الحالتين هما : I_1 & I_2

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{(100)^2 \quad \cos 0}{(60)^2 \quad \cos 60}$$

$$= \frac{25}{9} \times \frac{1}{0.5} = \frac{50}{9}$$

مثال (١١ـ٢) :

مصباحان قوة أحدهما 27 قنديلة وقوة الآخر 48 قنديلة ، والبعد بينهما 84 سم . عند

أى نقطة من الخط الواصل بينهما يجب أن يوضع فوتومتر جولى لكى يضاء جانباه بشدة واحد ؟

الحل :

$$(E_1 / E_2) = (d_1^2 / d_2^2)$$

$$\frac{27}{48} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{3}{4}$$

∴ يوضع الفوتومتر بحيث تكون صفيحة القصدير فى نقطة تقسم البعد بين المصدرين بنسبة 3 : 4 ، ويكون الفوتومتر أقرب للمصباح الأضعف .

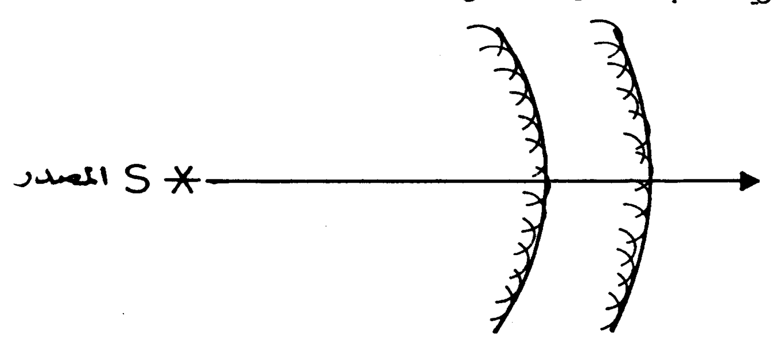
∴ بعد الفوتومتر من المصباح الأقوى = 36 سم ، وبعده عن الأضعف 48 سم .

١١ / ٥- النظرية الموجبة وطبيعة الضوء :

كان المعتقد قديما أن الضوء يتكون من سيل من الجسيمات الدقيقة ، تخرج من المصدر وتسير فى خطوط مستقيمة ، كما أن لها القدرة على النفاذ خلال الأجسام الشفافة والانعكاس على السطوح المصقولة . وقد أمكن بواسطة النظرية الجسيمية التى وضعها نيوتن من تفسير بعض ظواهر الضوء المعروفة ، مثل انعكاس الضوء وتساوى زاوية السقوط بزاوية الانعكاس ، كما فسرت ظاهرة الانكسار ولكنها عجزت عن تفسير ظاهرة التداخل ، التى يمكن مشاهدتها بسهولة لو أحضرنا قطعة من الورق الأسود ، وأحدثنا بها ثقبين متقاربين ، البعد بينهما صغير ثم وضعنا خلفهما مصدر ضوء ، وأمامهما على بعد يقرب من مترين حائل . فإننا نرى هدبا مضيئة ومعتمة على التعاقب .

وقد فشلت أيضا النظرية الجسيمية فى تفسير حيود الضوء عن المسار فى خطوط مستقيمة ، عندما تمر بأحرف مستقيمة لحاجز معتم . وكذلك فشلت فى تفسير ظاهرة استقطاب الضوء عند مروره فى بعض المواد المتبلورة الشفافة .

وضع هيجنز النظرية الموجية للضوء وفيها فرض أن الضوء ينتشر من المصدر على شكل أمواج ، مركزها الجسم المضيء ويختلف لون الضوء تبعا لاختلاف طول هذه الأمواج . وشبه انتشار الموجات الضوئية من المصدر ، بانتشار التموجات التى تنشأ فى الماء عند سقوط جسم صغير فيه . إذ تنتشر على شكل دوائر متحدة المركز يمثل كل منها صدر الموجة عند لحظة معينة . وفرض هيجنز أن كل نقطة على صدر الموجة تعمل هى الأخرى كمصدر ثانوى يرسل مويجات كرية فى جميع الاتجاهات فى الوسط . ويكون السطح المغلف لجميع هذه المويجات هو صدر الموجة ، ويسمى الخط العمودى على صدر الموجة بالشعاع ويعين اتجاه انتشار الضوء . (شكل ١١ – ٣) ويكون صدر الموجة كريا عندما يكون المصدر نقطيا ، ويكون أسطوانيا عندما يكون المصدر أسطوانى الشكل ، كما يكون مستويا عند انبعاث الضوء من سطوح مستوية .



شكل (١١-٣)

١١/٦- انعكاس الأمواج المستوية علي السطوح المستوية :

يبعث أى مصدر ضوء بعيد أمواجا كرية ذات أقطار كبيرة ، يمكن معها اعتبار أى جزء من هذه الأمواج على أنه مستوى . فالشمس مثلا ترسل أمواجا مستوية ويمثلها لذلك أشعة متوازية .

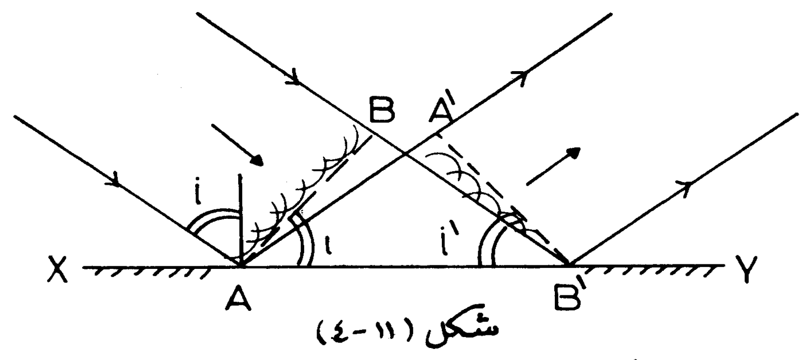
نفرض XY سطحاً مستوياً عاكساً سقطت عليه موجة مستوية AB ، بزاوية سقوط i . وتعرف زاوية السقوط فى النظرية الموجبة بأنها الزاوية الواقعة بين صدر الموجة والسطح .
تصل النقطة A من صدر الموجة أولا إلى السطح ، فتعمل كمصدر ضوء يرسل مويجات فى اتجاه `AA .

عندما تصل النقطة B من صدر الموجة الساقطة إلى السطح العاكس XY عند `B ، تكون النقطة A قد أرسلت مويجة نصف قطرها `AA ، ويصبح بذلك صدر الموجة المنعكس `A` B . ونظراً لأن الانعكاس يتم فى نفس الوسط لذلك تكون : `AA` = BB .

نفرض أن زاوية الانعكاس ، وهى الزاوية بين صدر الموجة المنعكس والسطح هى `i .

ومن هندسة الشكل (١١-٤) وبتطابق المثلثين `B` A` A & A B B يمكن إثبات أن زاوية السقوط i تساوى زاوية الانعكاس `i .

وإذا اعتبرنا الشعاع الساقط والمنعكس والعمود على السطح ، نجد أنهم جميعا فى مستوى واحد عمودى على السطح العاكس .

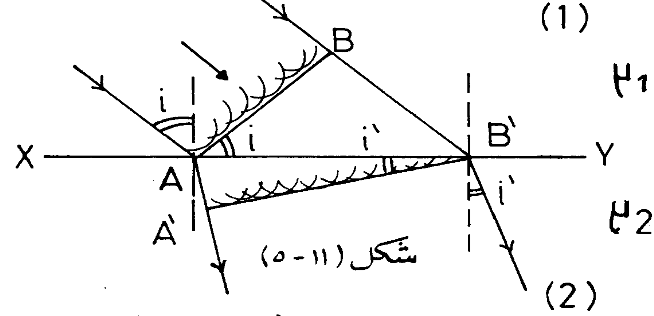


شكل (١١-٤)

٧/١١-انكسار الأمواج المستوية على السطوح المستوية :

عندما تمر موجة ضوء مستوية من وسط إلى آخر عبر سطح مستو يحدث انكسار للضوء ، وتكون النسبة بين جيب زاوية السقوط i وجيب زاوية الانكسار `i ثابتة للوسطين

أيا كانت زاوية السقوط وتسمى هذه النسبة بمعامل الانكسار النسبى للضوء من الوسط الأول إلى الوسط الثانى . ولإثبات ذلك نفرض سطحا فاصلا بين وسطين XY (شكل ١١ – ٥) يسقط عليه موجة ضوء مستوية AB تصل النقطة A من صدر الموجة أولا إلى السطح ، فتعمل عمل مصدر ضوء ثانوى فى الوسط الثانى وترسل فيه مويجات كرية .



شكل (١١ - ٥)

عندما تصل النقطة B من صدر الموجة الساقط للنقطة `B تكون A قد أرسلت مويجة `AA.
تختلف سرعة الضوء فى الوسط (١) عنها فى الوسط (٢) ولكن زمن قطع المسافة `AA هو نفسه زمن انتقال الضوء من B إلى `B وعلى ذلك تكون :

$$v_2 = \frac{AA`}{t} \quad \& \quad v_1 = \frac{BB`}{t}$$

حيث v_1 & v_2 هما سرعتا الضوء فى الوسطين (١) ، (٢) وبذلك يكون :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{BB`}{AA`} = \mu_{1-2} \qquad (11-7)$$

حيث النسبة بين سرعتى الضوء فى الوسطين تساوى معامل الانكسار النسبى من الأول إلى الثانى μ_{1-2} .

ومن هندسة الشكل (١١ – ٥) نجد أن :

$$\sin i = \frac{BB`}{AB`} \quad , \quad \sin i` = \frac{AA`}{AB`}$$

وعلى ذلك يكون :

$$\frac{v_1}{v_2} = \mu_{1-2} = \frac{\sin i}{\sin i'} \qquad (11\text{-}8)$$

وإذا كان معامل الانكسار المطلق للوسط الأول هو μ_1 ، وللوسط الثانى هو μ_2 يكون معامل الانكسار النسبى :

$$\mu_{1-2} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\sin i}{\sin i'} \qquad (11\text{-}9)$$

وبذلك يكون

$$\mu_1 \sin i = \mu_2 \sin i' \qquad (11\text{-}10)$$

أى أن حاصل ضرب معامل الانكسار المطلق للوسط الأول فى جيب زاوية السقوط ، يساوى حاصل ضرب معامل انكسار الوسط الثانى فى جيب زاوية الانكسار فيه . ويسمى هذا بقانون سنيل ، وهو صحيح لأى عدد من الأوساط المتتابعة المحدودة بأسطح مستوية كما فى الشكل (١١-٦) . ويلاحظ أن الشعاع إذا عاد إلى نفس الوسط مرة ثانية بعد عدة انكسارات متعاقبة ، فإنه يخرج موازيا لاتجاهه الأصلى .

شكل (١١-٦)

١١/٨- انحناء الأمواج وقاعدة الإشارة :

يقاس انحناء السطح الكرى بالزوايا النصف قطرية ، وتعرف الزاوية لنصف قطرية بالزاوية المحصورة بين نصفى قطرين فى دائرة ، طول كل منهما الوحدة وطول القوس المحصور بينهما الوحدة . وتستخدم عادة وحدة تساوى 0.01 من الزاوية النصف قطرية

تسمى الديوبتر وهى انحناء قوس طوله 1 سم ونصف قطره متر . وتستعمل وحدة الديوبتر لتحديد انحناء الأمواج الصادرة عن مصدر ضوء أو المتجمعة ، لتكوين صورة كما تستخدم فى تعريف السطوح المنحنية .

الأمواج الصادرة من مصدر ضوئى تكون متفرقة لأن قطرها يزداد كلما بعدنا عن المصدر وبذلك يقل انحناؤها وتكون إشارة انحناء الأمواج المتفرقة دائما سالبة .

أما الأمواج التى تتجمع لتكون صورة حقيقية للمصدر ، فتسمى أمواجا متجمعة وتكون إشارة انحنائها دائما موجبة .

ويكون انحناء الأمواج المستوية والسطوح المستوية صفرا .

ويعرف تمايل الموجة سواء أكانت متفرقة أو متجمعة ، بأنه حاصل ضرب انحنائها فى معامل انكسار الوسط الذى تسير فيه الموجة .

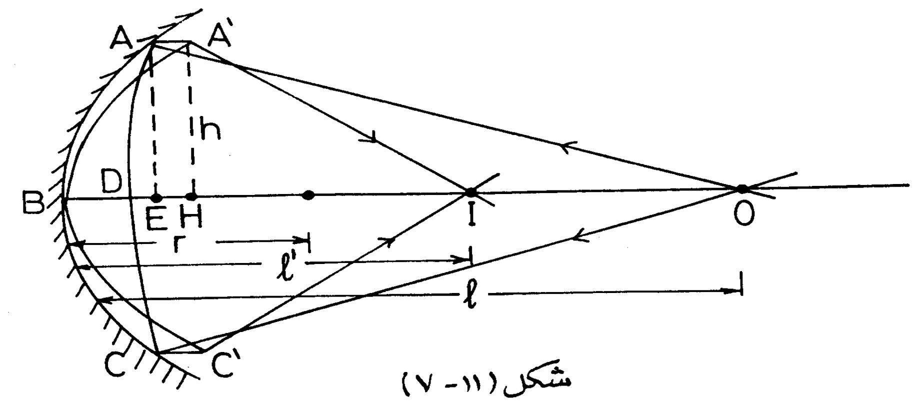
أما بالنسبة لإشارة السطوح عاكسة أو كاسرة ، تكون الإشارة موجبة إذا كان السطح يجمع الأشعة ، وتكون سالبة إذا كان يفرقها ؛ فالسطح المقعر العاكس يكون انحناؤه موجبا بينما يكون انحناء المرآة المحدبة سالبا .

١١/٩ - انعكاس أمواج كرية علي سطح كري :

نفرض مصدرا ضوئيا عند النقطة O التى تبعد مسافة ℓ مترا عن مرآة مقعرة ABC نصف قطرها r . يكون انحناء الموجة الساقطة L هو مقلوب البعد بالأمتار وإشارته سالبة . وتمثل ADC صدر الموجة الساقطة ، كما أن انحناء السطح العاكس هو مقلوب نصف القطر بالأمتار ويقدر بالديوبتر . أى أن : $R = 1/r$ وإشارته موجبة .

عند انعكاس صدر الموجة الساقطة ADC على المرآة تصل النقطتين A & C أولا للمرآة (شكل ١١ – ٧) . وفى الزمن الذى تصل فيه النقطة D للمرآة . أى عندما تكون قد قطعت فى الهواء مسافة قدرها DB ، تكون النقطتان A , C قد أرسلا مويجتين طول نصف قطريهما AA\` , CC\` وبالتالى يكون AB = AA\` = CC\` ويكون بذلك صدر الموجة

المنعكس هو `A`BC` وتتجمع الصورة فى I التى تبعد عن مركز المرآة المسافة ℓ مترا .



شكل (١١ - ٧)

من هندسة شكل (١١ - ٦) نجد أن :

$$AA` = EH = BH - BE$$

أيضا :

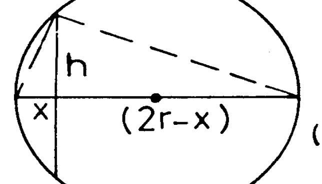
$$BD = BE - ED$$

وبذلك يكون :

$$BH - BE = BE - ED$$

$$BH + ED = 2\,BE \qquad (11\text{-}11)$$

وباستخدام النظرية الهندسية (شكل ١١ - ٨)



شكل (١١-٨)

حيث :

$$h^2 = x\,(2r - x)$$

$$= 2r\,x - x^2$$

وبإهمال x^2 لصغرها يكون :

$$h^2 = 2r\,x \qquad (11\text{-}12)$$

وبالتعويض فى معادلة (11-11) باستخدام المعادلة (11-12) نحصل على :

$$\frac{h^2}{2\ell'} + \frac{h^2}{2\ell} = 2\,\frac{h^2}{2r}$$

$$\frac{1}{\ell'} + \frac{1}{\ell} = \frac{2}{r}$$

لكن انحناء الموجة الساقطة سالب لتفرق الأشعة الصادرة من الجسم O أى أن :

$$L = -\frac{1}{\ell}$$

كما أن انحناء الموجة المنعكسة موجب لتجمع الأشعة لتكون الصورة عند I أى أن :

$$L' = \frac{1}{\ell'}$$

وانحناء المرآة R موجب ويساوى $\frac{1}{r}$ ، وبذلك تكون معادلة الانعكاس على السطح الكرى هى :

$$L' - L = 2R \qquad (11\text{-}13)$$

وعند سقوط موجة مستوية – أى – أشعة متوازية ، إنحناؤها صفر يكون بذلك تمايل الأشعة المنعكسة هو قوة المرآة F وبذلك يكون :

$$F = 2R \qquad (11\text{-}14)$$

وتتجمع الأشعة المتوازية فى بؤرة المرآة على بعد f من قطبها ، حيث $f = r / 2$ أى أنها تتجمع فى منتصف المسافة بين مركز تكور المرآة C وقطبها B . وبذلك تصبح المعادلة (11-13)

$$L + F = L' \qquad (11\text{-}15)$$

أى أن التمايل الابتدائى + قوة المرآة = التمايل النهائى .

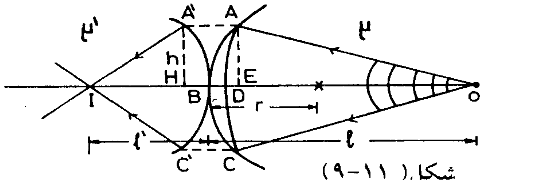
وتستخدم نفس هذه المعادلة فى حالة الانعكاس على المرآة المحدبة ، مع مراعاة وضع الإشارات المناسبة .

١١/ ١٠ – انكسار أمواج كرية علي سطح كري :

نفرض ABC سطحا كريا نصف قطره r ، يفصل بين وسطين معاملا انكسارهما μ & μ' على الترتيب . ونفرض مصدرا ضوئيا عند نقطة o فى الوسط الأول يرسل

أمواجا كرية يكون صدر الموجة عند السطح ABC هو ADC ، ويكون التمايل الابتدائى للموجة الساقطة هو $\mu\ (\frac{1}{\ell}) - = n\ L$ حيث ℓ هو بعد المصدر عن السطح ، والإشارة سالبة لأن الأشعة تخرج متفرقة من المصدر .

تبدأ النقطتان A , C من صدر الموجة الساقط فى الانتقال فى الوسط الثانى بينما لا تزال النقطة D متجهة إلى النقطة B عند السطح . ترسل كلا من C & A مويجتين إلى A\` , C\` فى الوسط الثانى فى نفس الزمن الذى تصل فيه النقطة D إلى B (شكل ١١-٩).



شكل (١١-٩)

وبذلك يكون صدر الموجة المنكسرة التى تنتقل فى الوسط μ' هو A\` B C\` ، وتتجمع عند النقطة I التى تبعد مسافة ℓ' من السطح لتكون الصورة .

التمايل النهائى للأشعة $(\frac{1}{\ell'})\ \mu' = L' \ \mu'$ وإشارته موجبة إذ أن الأشعة متجمعة .

إذا كانت سرعة الضوء فى الوسط الأول v وفى الثانى v' يكون :

$$\frac{v}{v'} = \frac{BD}{AA'} \qquad (11\text{-}16)$$

لكن النسبة بين سرعة الضوء فى الوسط الأول إلى السرعة فى الوسط الثانى ، كالنسبة بين معامل انكسار الوسط الثانى إلى معامل انكسار الوسط الأول ، أى أن سرعة الضوء تتناسب عكسيا مع معامل الانكسار ، وعلى ذلك يكون :

$$\frac{BD}{AA'} = \frac{\mu'}{\mu}$$

ومن هندسة الشكل (١١ - ٩) نجد أن :

$$\frac{BE - DE}{BE + BH} = \frac{\mu`}{\mu} \qquad (11\text{-}17)$$

باستخدام النظرية الهندسية (معادلة 11-12)

$$\mu` \left( \frac{h^2}{2r} + \frac{h^2}{2l`} \right) = \mu \left(\frac{h^2}{2r} - \frac{h^2}{2l} \right)$$

$$- \frac{1}{r} (\mu` - \mu) - \frac{\mu}{l} = \frac{\mu`}{l`}$$

وبذلك تكون معادلة التمايل للأشعة هى :

$$R (\mu` - \mu) + \mu L = \mu` L` \qquad (11\text{-}18)$$

ويلاحظ هنا أن السطح مقعر بالنسبة لاتجاه الأشعة ، ولذلك يكون انحناؤه سالبا ، أى أن $R = -\frac{1}{r}$ ، وكذلك يكون تمايل الأشعة الساقطة حيث إنها متفرقة ، وتستخدم المعادلة (11-18) لإيجاد تمايل الصورة ، إذا علم تمايل الأشعة الساقطة من الجسم وانحناء السطح ومعاملا انكسار الوسطين .

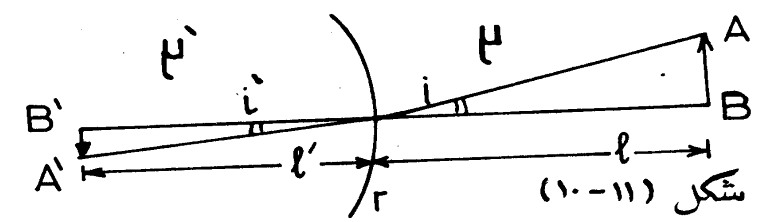
وإذا سقطت موجة مستوية تمايلها صفر على السطح ، يساوى تمايل الأشعة المنكسرة قوة السطح ويصبح :

$$F = \mu` L` = R (\mu` - \mu)$$

وبذلك تكون المعادلة العامة للانكسار على السطوح المنحنية هى :

$$\mu L + F = \mu` L` \qquad (11\text{-}19)$$

ولإيجاد التكبير نفرض أن طول الجسم AB ، وأنه على بعد l من السطح وأن طول الصورة A`B` ، وأنها تكونت على بعد $l`$ من السطح .



شكل (١١-١٠)

من هندسة الشكل (١١ - ١٠) يكون :

$$\frac{\sin\ i}{\sin\ i`} = \frac{\mu`}{\mu}$$

حيث μ & $\mu`$ معاملا انكسار الوسطين الذين يفصل بينهما السطح الكاسر :

$$\frac{AB}{l} \times \mu = \frac{A`B`}{l`} \times \mu`$$

أى أن :

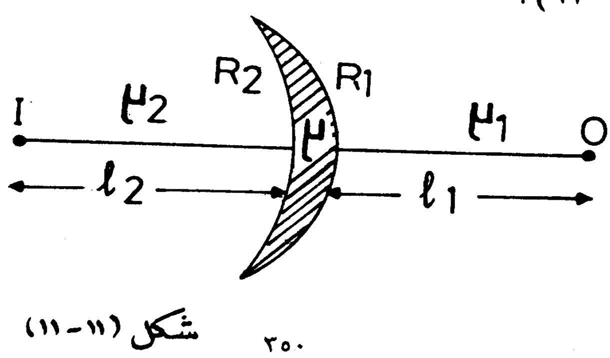
$$\frac{\mu\, L}{\mu`\ L`} = \frac{A`\, B`}{AB} = m \qquad (11\text{-}20)$$

أى أن التكبير m - ويساوى طول الصورة مقسوما على طول الجسم - يعادل النسبة بين التمايل الابتدائى للأشعة إلى التمايل النهائى لها .

١١/١١ - العدسة الرقيقة :

تتكون العدسة من سطحين كريين متقاطعين ، يحدان بينهما مادة شفافة معامل انكسارها يختلف عن معاملى انكسار الوسطين على جانبيها . ، وتعتبر العدسة رقيقة إذا كانت ذات سمك صغير جدا بالنسبة إلى بعدها البؤرى .

ولإيجاد قانون العدسات نفرض عدسة رقيقة انحناء سطحيها R_1 ، R_2 ومعامل انكسار مادتها μ ، وضعت بين وسطين معاملا انكساريهما μ_2 ، μ_1 كما فى الشكل (١١ - ١١) .



شكل (١١-١١)

باســتــخــدام المعــادلة (11-18) نجــد أن : قــوة السطح الأول F_1 هـــى :

$F_1 = R_1 (\mu - \mu_1)$ وقوة السطح الثانى F_2 هى : $F_2 = R_2 (\mu_2 - \mu)$

فإذا وضع جسم على بعد ℓ مترا من سطح العدسة الأولى يكون التمايل الابتدائى فى الوسط الأول هو $\mu_1 L_1$ ، ويكون تمايل الموجة بعد تركها السطح الأول مباشرة هو μL حيث :

$$\mu_1 L_1 + F_1 = \mu L$$

تسقط الموجة بعد ذلك على السطح الثانى للعدسة فتخرج منه الأشعة بتمايل $\mu_2 L_2$ ، حيث يكون التمايل النهائى من السطح الأول تمايلا ابتدائيا للسطح الثانى :

$$\mu_2 L_2 = \mu L + F_2$$

وبذلك يكون :

$$\mu_1 L_1 + (F_1 + F_2) = \mu_2 L_2$$

وإذا رمزنا لمجموع قوتى سطحى العدسة بالرمز F حيث :

$$F = F_1 + F_2 \qquad (11\text{-}21)$$

تصبح المعادلة العامة للعدسات هى :

$$\mu_1 L_1 + F = \mu_2 L_2 \qquad (11\text{-}22)$$

وإذا كانت العدسة فى الهواء يكون $\mu_1 = \mu_2 = 1$ وتصبح المعادلة

$$L_1 + F = L' \qquad (11\text{-}23)$$

حيث

$$F = F_1 + F_2$$

$$= R_1 (\mu - 1) + R_2 (1 - \mu)$$

$$F = (\mu - 1)(R_1 - R_2) \qquad (11\text{-}24)$$

هذا بالنسبة للعدسة الهلالية الشكل كما فى الشكل (١١ – ١١) . أما إذا كانت العدسة محدبة الوجهين مثلا ، فتتبع قاعدة الإشارة بالنسبة لكل سطح على حدة ، فانحناء السطح يكون موجبا إذا كان السطح محدبا بالنسبة لاتجاه الأشعة ويكون سالبا إذا كان مقعرا بالنسبة لاتجاه الأشعة . وعلى ذلك يكون انحناء السطح الثانى للعدسة المحدبة الوجهين سالبا ، وتصبح قوة العدسة الرقيقة محدبة الوجهين هى :

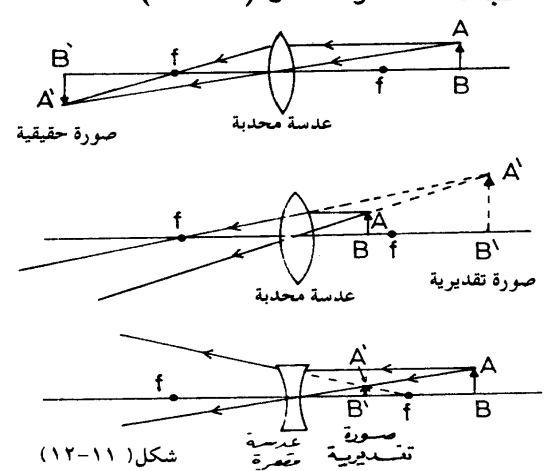
$$F = (\mu - 1)(R_1 + R_2) \qquad (11\text{-}25)$$

١١ / ١٢-الصورة المكونة بالعدسات :

عند تعيين موضع صورة حادثة من عدسة ينتفع بقاعدتين مهمتين هما:

أولا : الشعاع الساقط على عدسة فى اتجاه يوازى محورها الأصلى يمر ببؤرتها الأصلية بعد خروجه من العدسة .

ثانيا : الشعاع الساقط على العدسة ويمر بمركزها البصرى ينفذ منها دون أن يغير اتجاهه . انظر الشكل (١١ - ١٢) .



شكل (١١-١٢)

إذا كانت العدسة محدبة ، ووضع الجسم على بعد منها أقل من بعدها البؤرى ، تتكون صورة تقديرية معتدلة مكبرة .

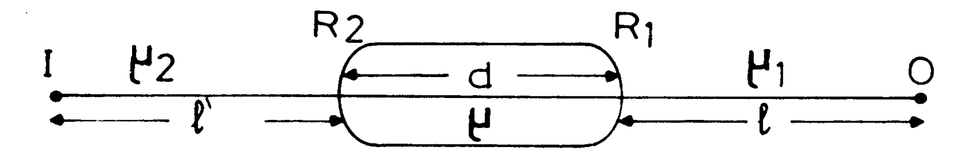
وإذا كان الجسم على بعد أكبر من البعد البؤرى للعدسة تكونت صورة حقيقية مقلوبة ، فإذا كان البعد أقل من ضعف البعد البؤرى كانت الصورة مكبرة ، وإذا كان هذا البعد أكبر من ضعف البعد البؤرى كانت الصورة مصغرة . وبدهى أنه إذا كان الجسم على بعد لا نهائى من العدسة ، تكونت صورة صغيرة جدا على شكل نقطة موضعها بؤرة العدسة ، أما

إذا كانت العدسة مقعرة تكون صورة الجسم الموضوع أمامها تقديرية فى جميع الحالات .

١١/١٣–العدسة السميكة :

تختلف العدسة السميكة عن العدسة الرقيقة فى أن البعد بين سطحيها كبير ، بالنسبة لبعد الجسم وبعد الصورة ولذلك لا يمكن إهماله . ويعامل عندئذ كل سطح على حدة . ويعتبر التمايل النهائى للأشعة بعد مرورها من السطح الأول تمايلا ابتدائيا ، بالنسبة للسطح الثانى بعد أن ندخل فى الاعتبار سمك العدسة ، أى المسافة بين سطحيها .

نفرض أن R_2 , R_1 هما انحناءا سطحى العدسة ، وأن المسافة بينهما هى d ومعامل انكسار مادة العدسة μ . ونفرض أن السطح الأول يلامس وسطا معامل انكساره μ_1 ، وأن السطح الثانى يلامس وسطا آخر معامل انكساره μ_2 (شكل ١١ – ١٣) .



شكل (١١ – ١٣)

تكون قوة السطح الأول F_1 هى :

$$F_1 = R_1 \quad (\mu - \mu_1)$$

وتكون قوة السطح الثانى F_2 هى : $F_2 = R_2 \quad (\mu_2 - \mu)$

إذا وضع جسم فى الوسط الأول على بعد ℓ من السطح R_1 ، يكون تمايل الأشعة الساقطة $\mu_1 L$ وهو التمايل الابتدائى بالنسبة لهذا السطح ، وبإضافة قوة السطح F_1 يكون التمايل النهائى للأشعة بعد مرورها من السطح الأول هو :

$$\mu L_1 = \mu_1 L + F_1 \qquad (11\text{-}26)$$

ونظراً لأن سمك العدسة كبير ويؤثر فى بعد الصورة على السطح الثانى ، لذلك يجب

طرح المسافة الهوائية المكافئة لسمك العدسة وتساوى المسافة بالأمتار بين السطحين مقسومة على معامل انكسار مادة العدسة .

بعد الصورة على السطح الأول يساوى : $(1 / \mu L_1) = \frac{\ell_1}{\mu}$

يكون بعد الصورة عن السطح الثانى هو : $(\frac{\ell_1}{\mu} - \frac{d}{\mu}) = \frac{\ell_2}{\mu}$

حيث $\ell_2 = \ell_1 - d$ وتعتبر هذه الصورة جسما بالنسبة للسطح الثانى للعدسة يبعد مسافة ℓ_2 عن هذا السطح . ويكون بذلك التمايل الابتدائى بالنسبة للسطح الثانى للعدسة هو μL_2 حيث $L_2 = \frac{1}{\ell_2}$ وبإضافة قوة السطح الثانى F_2 إلى هذا التمايل نحصل على التمايل النهائى للأشعة بعد خروجها من السطح الثانى ، أى أن :

$$\mu_2 L' = \mu L_2 + F_2 \qquad (11\text{-}27)$$

ومنه يكون بعد الصورة فى الوسط μ_2 هو ℓ' ، حيث $\ell' = \frac{1}{L'}$ ويكون حساب قوة التكبير بضرب قوتى تكبير السطحين ، أى أن قوة تكبير الغدسة السميكة m هى :

$$m = \frac{\mu_1 L}{\mu L_1} \times \frac{\mu L_2}{\mu_2 L'} \qquad (11\text{-}28)$$

١١/١٤-مجموعة عدسات رقيقة تفصلها مسافات :

عند اعتبار مجموعة من العدسات الرقيقة تفصل بينها مسافات ، يطبق على كل عدسة ما سبق تطبيقه بالنسبة للسطح فى العدسة السميكة ، مع استبدال قوة السطح بقوة العدسة الرقيقة ، واستبدال المسافة بين السطحين بالمسافة بين العدستين . ويكون التكبير الكلى m للمجموعة هو حاصل ضرب قوة التكبير لعدساتها .... m_1 , m_2 ، أى أن :

$$m = m_1 \times m_2 \times m_3 \times ....$$

$= \quad \Pi(m) \qquad (11\text{-}29)$

مثال(١١ – ٣) :

عدستان محدبتان وضعتا متوازيتين ومحوراهما الأصليان على مستقيم واحد . فإذا كانت المسافة بينهما 10 سم ووضع جسم طوله 2 سم على بعد 15سم من العدسة الأولى وعلى الجانب الآخر . ففى أى مكان تتكون الصورة وما طولها ونوعها بفرض أن البعد البؤرى لكل من العدستين 20 سم

الحل :

أولا : باعتبار العدسة الأولى :

$$L + F = L`$$

$$-\frac{100}{15} + \frac{100}{20} = L`$$

$$\ell = -60 \text{ cm}.$$

أى أن الصورة تقديرية معتدلة تظهر فى نفس الجانب الموجود به الجسم ، ويكون تكبير العدسة الأولى هو : $m_1 = \frac{L}{L`} = -\frac{100}{15} \times -\frac{60}{100} = +4$

أى أن طول الصورة الناتجة عن العدسة الأولى يكون 8 سم .

ثانيا : باعتبار هذه الصورة جسما بالنسبة للعدسة الثانية ، يكون على بعد قدره 70سم وذلك بعد إضافة 10 سم هى المسافة بين العدستين .

وبتطبيق القانون مرة ثانية على العدسة الثانية يكون :

$$-\frac{100}{70} + \frac{100}{25} = L`_1$$

$$\ell_1 = 28 \text{ cm}$$

أى أن الصورة تظهر حقيقية على بعد 28 سم من العدسة الثانية ، وفى الجهة الأخرى منها ، ويكون التكبير للعدسة الثانية هو $m_2 = -\frac{2}{5}$

أى أن الصورة النهائية تكون مقلوبة وطولها $8 \times \frac{2}{5} = 3.2$ سم

مثال(١١ــ٤) :

عدسة محدبة الوجهين نصف قطر كل من سطحيها 20سم ، وضعت ملامسة لسطح ماء فى إناء . فإذا وضع جسم على بعد 100سم من العدسة خارج الإناء أوجد موضع الصورة . علماً بأن معامل انكسار مادة العدسة 1.5 ومعامل انكسار الماء 1.3 .

الحل :

قوة العدسة F تساوى مجموع قوتى السطحين :

$$F = \frac{100}{20} (1.5 - 1) - \frac{100}{20} (1.3 - 1.5)$$

$$= 3.5 \ \Delta$$

بتطبيق القانون العام للعدسات $\mu L + F = \mu` L`$

$$-1 + 3.5 = 1.3 \ L`$$

$$\ell` = 52 \ cm$$

مثال(١١ــ٥) :

وضع جسم على بعد 10سم من السطح المستوى لنصف كرة من زجاج معامل انكساره 1.5 . فإذا كان نصف قطر الكرة 3 سم فأوجد موضع الصورة وخواصها .

الحل :

معادلة السطح الأول $\mu L + F = \mu` L`$

$$-10 + 0 = \mu` L`$$

بعد الصورة عن السطح الأول = $-10 \ cm$

بعد الصورة عن السطح الثانى = $-10 - \frac{3}{1.5} = -12 \ cm$

معادلة السطح الثانى :

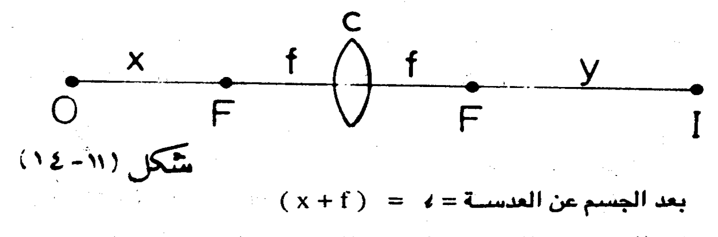
$$-\frac{100}{12} - \frac{100}{3} \quad (1 - 1.5) = \frac{100}{12}$$

أى أن الصورة تتكون على بعد 12 سم من العدسة ويكون تكبيرها 1- ، أى أنها حقيقية مقلوبة وحجمها يساوى حجم الجسم .

١١/١٥-النقطتان المترافقتان - علاقة نيوتن :

اعتبر جسما فى نقطة o أمام عدسة C ، وتكونت له صورة عند النقطة I . ونظرا لأن الضوء يسير فى نفس مساره إذا عكس اتجاهه ، لذلك إذا وضعنا الجسم مكان الصورة تكونت صورة مكان الجسم ، أى أن النقطتين I & o نقطتان تبادليتان ويطلق عليهما النقط المترافقة .

أوجد نيوتن علاقة تربط بين البعد البؤرى للعدسة f ، وبين بعد الجسم والصورة عن كل من البؤرتين القريبتين منها (x , y) على الترتيب , كما هو مبين بالشكل (١١ - ١٤) .



شكل (١١-١٤)

بعد الجسم عن العدسة = ℓ = $(x + f)$

بعد الصورة عن العدسة = ℓ' = $(y + f)$

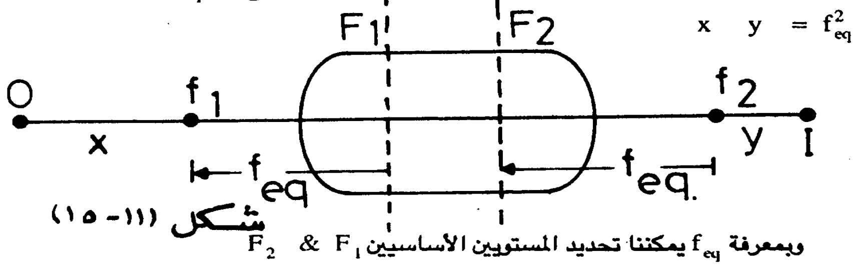
وبتطبيق قانون العدسات : $L + F = L'$

$$\frac{1}{x+f} + \frac{1}{f} = \frac{1}{y+f}$$

$$f\,(x + y + 2f) = (x + f)(y + f)$$

$$f^2 = x\ y \qquad (11\text{-}30)$$

وهذه العلاقة تدل على أن الجسم إذا اقترب من البؤرة تبتعد الصورة المناظرة . وأهمية هذه العلاقة تكمن فى أنها تستخدم لتعيين القوة المكافئة ، لمجموعة من عدسات أو للعدسة السميكة ، وكذلك لتحديد المستويات الأساسية لها . فإذا فرضنا أن f_1 & f_2 هما البؤرتان السطحيتان لمجموعة أو لعدسة سميكة (شكل ١١ – ١٥) وأن بعدى الجسم والصورة عن تلك البؤرتين على الترتيب هما : x , y يكون البعد البؤرى المكافئ هو f_{eq} ويعطى بالمعادلة $x\ y = f_{eq}^2$

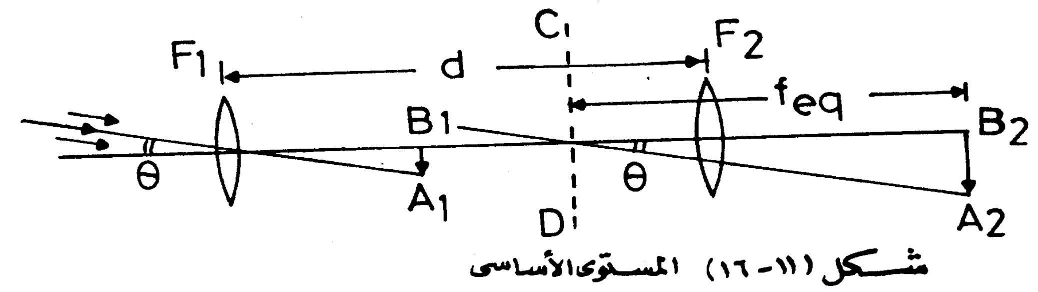


شكل (١١-١٥)

وبمعرفة f_{eq} يمكننا تحديد المستويين الأساسيين F_1 & F_2

١١/١٦-القوة المكافئة لعدستين تفصل بينهما مسافة :

لإيجاد القوة المكافئة لعدستين F_1 , F_2 ، تفصلهما مسافة d نفرض أشعة متوازية ساقطة على العدسة الأولى بزاوية θ مع المحور ، شكل (١١ – ١٦) .



شكل (١١-١٦) المستوى الأساسى

تتكون صورة A_1B_1 عن العدسة الأولى ، ويكون موضعها فى المستوى البؤرى لهذه

العدسة . نفرض أن CD هو المستوى الأساسى للمجموعة ، بالنسبة للضوء الساقط عليها من اتجاه العدسة الأولى F_1 ، وأن المستوى البؤرى للمجموعة عند A_2B_2 .

إذا سقطت الأشعة على العدسة المكافئة F_{eq} مائلة بنفس الزاوية θ تتكون الصورة A_2B_2 عند المستوى البؤرى ، وتكون المسافة بين المستوى البؤرى والمستوى الأساسى للبعد البؤرى المكافئ F_{eq} .

من هندسة الشكل (١١ - ١٦)

$$\tan\theta = \frac{A_1B_2}{f_1} = \frac{A_2B_2}{f_{eq}}$$

$$F_{eq} = F_1 \frac{1}{(A_2B_2/A_1B_1)} = \frac{F_1}{m_2} \qquad (11\text{-}31)$$

حيث $m_2 = \frac{A_2B_2}{A_1B_1}$ هى قوة تكبير العدسة الثانية .

ولإيجاد قوة تكبير العدسة الثانية نطبق قانون العدسات باعتبار أشعة متوازية ساقطة على العدسة F_1 .

$$o + F_1 = L_1$$

بعد الصورة عن العدسة الأولى هو $\frac{1}{F_1}$ ، ولكن المسافة بين العدستين d يكون بعد الصورة عن العدسة الثانية هو $\frac{1}{F_1} - d$.

ويكون التمايل الابتدائى بالنسبة للعدسة الثانية هو : $\frac{F_1}{1 - dF_1}$ ويكون التمايل النهائى للصورة المكونة عن العدسة الثانية هو :

$$F_2 + \frac{F_1}{1 - dF_1} = L'$$

وبذلك يكون بعد الصورة النهائية عن العدسة الثانية هو :

$$i' = \frac{1 - dF_1}{F_1 + F_2 - dF_1F_2}$$

وتكون قوة تكبير العدسة الثانية = $\frac{\text{التمايل الابتدائى للعدسة الثانية}}{\text{التمايل النهائـى للعدسة الثانيـة}} = m_2$

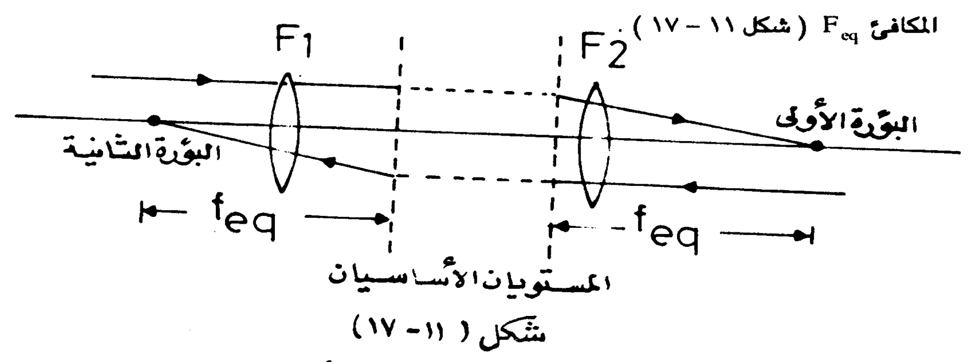
$$m_2 = \frac{F_1}{F_1 + F_2 - dF_1F_2} \qquad (11\text{-}32)$$

وبالتعويض فى معادلة (11-32) نحصل على القوة المكافئة :

$$F_{eq} = F_1 + F_2 - dF_1F_2 \qquad (11\text{-}33)$$

١١/١٧- تعيين المستويين الأساسيين لمجموعة عدسات أو لعدسة سميكة :

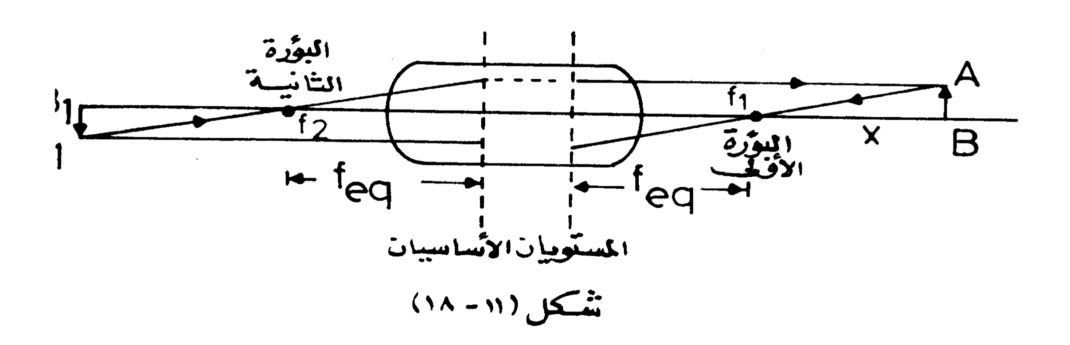
عند سقوط أشعة متوازية على العدسة الأولى F_1 ، تتجمع فى البؤرة الأولى للمجموعة ، وتبعد عن العدسة الثانية F_2 بمسافة تسمى البعد البؤرى السطحى . يكون موضع المستوى الأساسى الأول عند نقطة تبعد عن هذه البؤرة الأولى مسافة البعد البؤرى المكافئ F_{eq} (شكل ١١ – ١٧)



شكل (١١- ١٧)

وبالمثل يمكن إيجاد موضع المستوى الأساسى الثانى إذا أسقطنا الأشعة المتوازية على العدسة الثانية F_2 وأوجدنا البؤرة تجاه العدسة F_1 . يكون البعد بينها وهذه العدسة هو البعد البؤرى السطحى الثانى . ويكون موضع المستوى الأساسى الثانى، عند نقطة تبعد عن هذه البؤرة الثانية مسافة البعد البؤرى المكافئ F_{eq} .

وبالنسبة للعدسة السميكة نجرى نفس خطوات العمل ، لنحصل على المستويين الأساسيين بعد أن نكون قد حددنا البؤرتين على جانبى العدسة ، وكذلك قيمة البعد البؤرى المكافىء f_{eq} ويمكن أن يتم ذلك باستخدام علاقة نيوتن : $f_{eq}^2 = x\,y$ ، حيث x , y هما على الترتيب بعد الجسم عن البؤرة الأولى ، وبعد الصورة عن البؤرة الثانية (انظر شكل ١١ – ١٨) .



شكل (١١ – ١٨)

تمارين على الفصل الحادى عشر

١ - إذا علم أن العجلة المسننة فى تجربة فيزو لقياس سرعة الضوء تدور بسرعة 7 دورات فى الثانية ، وأنها تحتوى 720 سنا ، فأوجد سرعة الضوء ، علما بأن المسافة التى يقطعها الضوء ذهابا وإيابا 15000 مترا ؟

٢ - أوجد عدد الدورات فى الثانية للعجلة المسننة فى تجربة فيزو لكى يختفى الضوء أول مرة ، علما بأن عدد الأسنان 720 والمسافة بين العجلة والعاكس 8633 مترا ؟

٣ - باستخدام طريقة فيزو لإيجاد سرعة الضوء ، وجد أن الصورة تبدأ فى الاختفاء عندما تكون السرعة الزاوية للعجلة 60 زاوية نصف قطرية فى الثانية . فإذا كان عدد أسنان العجلة 800 والمسافة التى يقطعها الضوء 20 كيلو مترا ، فاحسب سرعة الضوء ؟

٤ - وضع مصدر ضوء قوته 100 قنديلة على بعد 25 سم ، من أحد وجهى فوتومتر جولى ، ووضع على الجانب الآخر وعلى بعد 10 سم من الفوتومتر مصدر قوته 33 قنديلة . أوجد أين وكيف توضع مرآة مستوية حتى تتساوى شدة الاستضاءة على جانبى الفوتومتر ؟ علما بأن المرآة تعكس فقط 75% من الضوء الساقط عليها ؟

٥ - علق مصباح على ارتفاع 50 سم من مركز منضدة مستديرة قطرها 100 سم . قارن بين شدة استضاءة المنضدة عند مركزها وعند حافتها ؟

٦ - وضع مصباح على بعد 80 سم من حائل أبيض رأسى ، ثم وضع بينهما وعلى بعد 30 سم من المصباح لوح رأسى من زجاج مخشن . فإذا كان ذلك الزجاج يحجب 60% مما يسقط عليه من الضوء ، فقارن بين شدة استضاءة الحائل أولا وأخيرا ؟

٧ - مصدران للضوء A & B وضع أولهما على بعد 10 سم من فوتومتر جولى ، والثانى على بعد 80 سم B، فصارت الاستضاءة واحدة على الجانبين . أوجد النسبة بين قوتى المصباحين . وإذا وضع بين المصدر والفوتومتر لوح الزجاج ، يلزم إزاحة هذا المصدر مسافة 10 سم على المستقيم الواصل بين المصباحين ، لكى تتساوى شدة

الاستضاءة فى الجانبين . احسب النسبة المئوية لما يمتصه لوح الزجاج من الضوء الساقط عليه ؟

٨ – عدسة محدبة الوجهين معامل انكسار مادتها 1.44، فإذا كان نصف قطر أحد سطحيها الملامس للهواء 1.2 سم ، ونصف قطر السطح الآخر الآخر 1 سم ويلامس وسطا معامل انكساره 1.34، فأوجد بعد الصورة لجسم فى ما لا نهاية ؟

٩ – أوجد البعد البؤرى لعدسة مقعرة الوجهين نصفا قطرى سطحيها 25 سم ،50 سم ، علماً بأن معامل انكسار مادتها 1.5 ؟

١٠ – أوجد البعد البؤرى لعدسة محدبة مستوية نصف قطر سطحها المحدب 50 سم ، بفرض أن معامل انكسار الضوء فى مادتها 1.6 ؟

١١ – عدسة سميكة محدبة الوجهين نصف قطر كل من سطحيها 10 سم والمسافة بينهما 15 سم . وضع جسم على مسافة 30 سم من أحد السطحين . أوجد موضع الصورة وخواصها (معامل انكسار العدسة 1.5) ؟

١٢ – عدسة زجاجية لامة بعدها البؤرى 200 سم فى الماء . ما هو البعد البؤرى لعدسة هوائية ، لها نفس الشكل والأبعاد كالعدسة السابقة مغمورة فى الماء ؟ (معامل انكسار الزجاج 1.55 والماء 1.33) ؟

١٣ – كرة زجاجية نصف قطرها 15 سم ، بها فقاعة هوائية على بعد 5 سم من السطح ، فإذا كان معامل انكسار الزجاج 1.5 فأوجد البعد الظاهرى للفقاعة ، عند النظر إليها من نقطة على السطح قريبة من الفقاعة . وماذا يكون البعد إذا نظر إليها من الجهة الأخرى ؟ .

١٤ – عدسة من الزجاج ($\mu = 1.5$) أحد سطحيها مقعر نصف قطر تكوره 30 سم ، والآخر محدب نصف قطره تكوره 25 سم . أوجد بعدها البؤرى ؟

١٥ – ألصقت قطعة من الورق على سطح كرة زجاجية نصف قطرها 5 سم ، ثم نظر إلى الورقة من الجهة الأخرى المقابلة . أوجد موضع الصورة ، وأوجد أيضا موضع

الصورة المكونة إذا كان الجسم فى مالا نهاية ؟

١٦ – عدسة محدبة بعدها البؤرى 30 سم ، موضوعة على بعد 20 سم من أخرى مقعرة بعدها البؤرى 5 سم . وضع جسم على بعد 6 متر أمام المجموعة جهة العدسة المحدبة . أوجد موضع الصورة والتكبير ؟

١٧ – وضع جسم على بعد 24 سم من عدسة رقيقة بعدها البؤرى 20 سم ، وكان خلف العدسة وعلى بعد منها عدسة مفرقة بعدها البؤرى 50 سم ، فتكونت للجسم صورة حقيقية على بعد 62.5 سم من العدسة المفرقة . أوجد المسافة بين العدستين وكذلك تكبير الصورة ؟

١٨ – وضعت عدسة محدبة الوجهين على مرآة مستوية ، فوجد أنه بوضع سهم على بعد 14سم منها تنطبق صورة السهم عليه . وعندما وضعت بضع قطرات من الماء (معامل انكساره 1.33) بين العدسة والمرآة ، انطبقت الصورة على الجسم على بعد 17.2سم ، عندما كان سطح العدسة الأولى ملاصقا للماء ، وعلى بعد 26.2 سم عندما كان سطح العدسة الثانى ملاصقا للماء . أوجد نصفى قطر انحناء سطحى العدسة ، وكذلك معامل انكسار مادتها ؟

١٩ – وضعت عدسة على مرآة مستوية بحيث يكون سطحها المحدب ملامساً للمرآة ، بينما يكون سطحها الآخر المستوى إلى أعلى . ووجد أنه بوضع جسم على بعد 20 سم منها تنطبق صورة الجسم عليه . وعند وضع سائل بين العدسة والمرآة يلزم إبعاد الجسم عن موضعه الأول مسافة 80 سم ، لترى صورة الجسم منطبقة عليه . أوجد معامل انكسار السائل ؟

٢٠ – نصف قطرى سطحى عدسة رقيقة معامل انكسارها 1.5 هما 10 سم ، 20 سم . ماذا تكون قوة العدسة أولا فى الهواء ، ثم إذا غمرت فى سائل معامل انكساره $1\frac{1}{3}$ ؟

٢١ – أثبت أن القوة المكافئة F_{eq} لمجموعة مكونة من عدستين F_1 ، F_2 يفصل بينهما مسافة d مترا ، تعطى بالمعادلة :

$$F_{eq} = F_1 + F_2 - dF_1F_2$$

٢٢ – البعدان البؤريان السطحيان لمجموعة ضوئية 12 سم ، 15 سم وقوتها المكافئة 5 ديوبتر . وضع جسم على بعد 2 سم من السطح الأول . أوجد موضع الصورة بالنسبة للسطح الثانى ؟

٢٣ – كرة زجاجية نصف قطرها r ومعامل انكسارها μ . أوجد قوة العدسة المكافئة لها ، وأوجد موضع هذه العدسة بالنسبة لمركز الكرة ؟

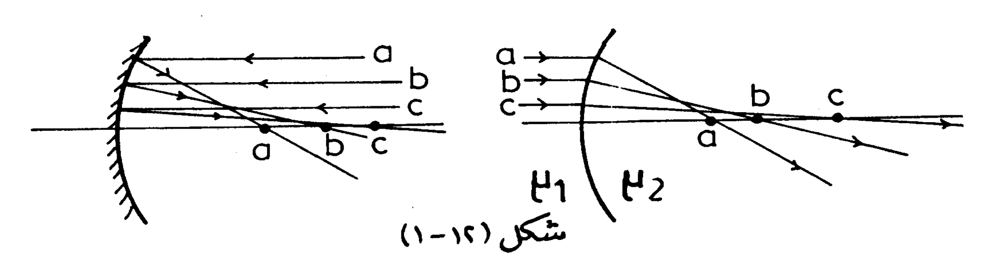
٢٤ – أثبت أن البعد بين المستويين الأساسيين لعدسة مستوية محدبة هو $\frac{d(\mu - 1)}{\mu}$ ، حيث d سمك العدسة ، μ معامل انكسارها ؟

٢٥ – يبعد جسم وصورته الحقيقية مسافة 20 سم ، 5 سم من البؤرتين المناظرتين لعدسة محدبة الوجهين . أوجد البعد البؤرى للعدسة ونصف قطر تكور سطحيها المتماثلين إذا علم أن معامل انكسار مادة العدسة 1.5 ؟

الفصل الثانى عشر
الزيغ في العدسات وعيوب الإبصار

١٢ / ١-الزيغ الكري :

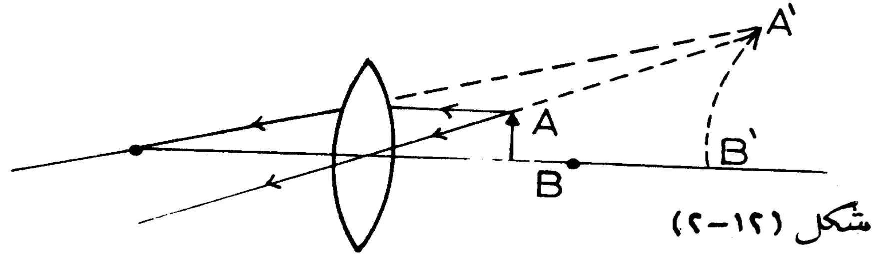
عندما تسقط أشعة ضوئية متوازية على سطح كرى عاكس – أو سطح كرى كاسر يفصل بين وسطين شفافين مختلفين – نجد أن الأشعة بعد انعكاسها او انكسارها لاتتجمع فى نقطة واحدة ؛ وذلك لأن زوايا السقوط تزداد كلما بعد الشعاع الساقط عن المحور . وتبعا لذلك تزداد زوايا الانعكاس أو الانكسار ؛ ولذلك تقطع الأشعة المنعكسة أو المنكسرة المحور الأساسى فى نقط مختلفة ، كما مبين فى الشكل(١٢ — ١) . وتزداد هذه الظاهرة وضوحا كلما زادت مساحة السطح وكلما ازداد انحناؤه . وإذا رسمنا منحنيا يمس الأشعة المنعكسة أو المنكسرة نتج مايسمى بمنحنى الكى ، على شكل سيكلويد نابه عند البؤرة الفعلية ، وهى التى تتجمع عندها الأشعة المحورية .



شكل (١٢-١)

ولتوضيح الزيغ الكرى فى العدسات نفرض جسما AB موضوعا أمام عدسة لامة ، كما فى الشكل(١٢ – ٢). إذا كان الجسم على بعد أقل من البعد البؤرى للعدسة تكونت له صورة تقديرية A` B` . ويلاحظ أننا إذا اعتبرنا الأشعة الهامشية والأشعة المحورية الصادرة عن الجسم ، نجد أن الصورة الحادثة تظهر مشوهة ؛ بسبب عدم وجود بؤرة واحدة

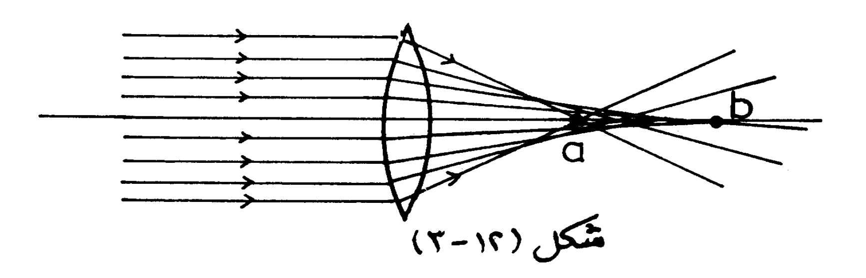
للعدسة بالنسبة لهذه الأشعة أو تلك . ويُظهر التشويه الصورة ، وهى لاتحمل الأبعاد النسبية للجسم ، ويدهى أن التشويه يقل جدا فى الصورة ، إذا ما استخدم فقط الجزء المركزى من العدسة كما نفعل فى آلات التصوير .



شكل (١٢-٢)

أما فى حالة سقوط أشعة متوازية على سطح العدسة اللامة ذات السطح الكبير ، فإننا نجد أن الأشعة الهامشية تتجمع فى نقطة مثل a ، والأشعة المحورية فى نقطة أبعد عن العدسة مثل b ، كما فى الشكل(١٢ - ٣) . فإذاوضع حاجز أبيض عموديا على المحور تتكون الصورة عند a ، على شكل قرص شديد الاستضاءة عند حافته ، بينما تكون الصورة عند b على شكل قرص شديد الاستضاءة عند مركزه . فإذا حركنا الحاجز بين النقطتين a & b حتى تتساوى شدة الاستضاءة فى كل أجزاء الدائرة ، سميت هذه الدائرة بدائرة الوضوح .

وتسمى المسافة ab الزيغ الكرى الطولى .

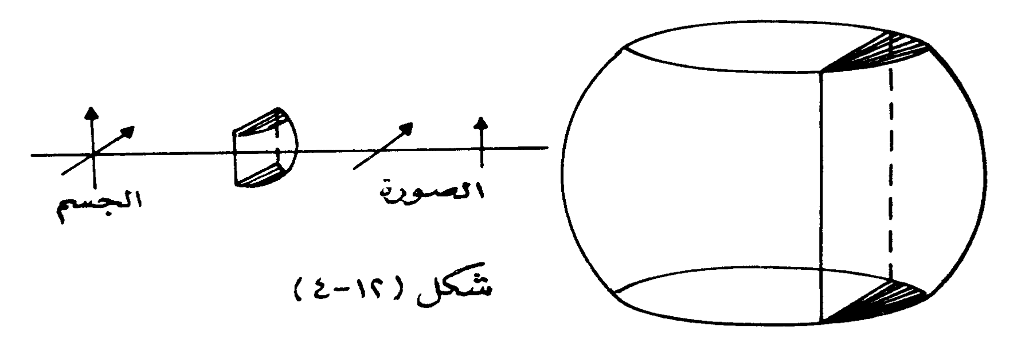


شكل (١٢-٣)

١٢/٢-الاستجمية :

عندما ينظر إلى جسم نقطى موضوع أمام عدسة كرية – بحيث يكون موضعه بعيدا عن محور العدسة – تعانى صورته الناتجة بالانكسار خلال العدسة من ظاهرة الاستجمية ، فتظهر الصورة على شكل خطين غير منطبقين . ويرجع حدوث هذا الزيغ إلى أن العدسة ليست متماثلة تماما بالنسبة لأى جسم غير منطبق على محورها . وعند وضع حاجز عمودى على محور العدسة لاستقبال الصورة تظهر الصورة على شكل قطع ناقص تختلف شدة استضاءته من نقطة إلى أخرى . وتكون الصورة على هيئة دائرة منتظمة الإضاءة عند نقطة بين الخطين غير المنطبقين تسمى بدائرة الوضوح أو بدائرة أقل زيغ .

وتحدث أيضا ظاهرة الزيغ الاستجمى ، عندما يختلف انحناء سطح العدسة فى اتجاهين مختلفين ، ويظهر ذلك كثيرا فى عدسة العين . وينشأ عن هذا الاختلاف فى الانحناء ، أن يتكون للجسم النقطى صورتان خطيتان متعامدتان على بعدين مختلفين من العدسة . ويبين الشكل(١٢ – ٤)عدسة برميلية الشكل يختلف انحناء سطحها فى الاتجاه الأفقى عنه فى الاتجاه الرأسى .



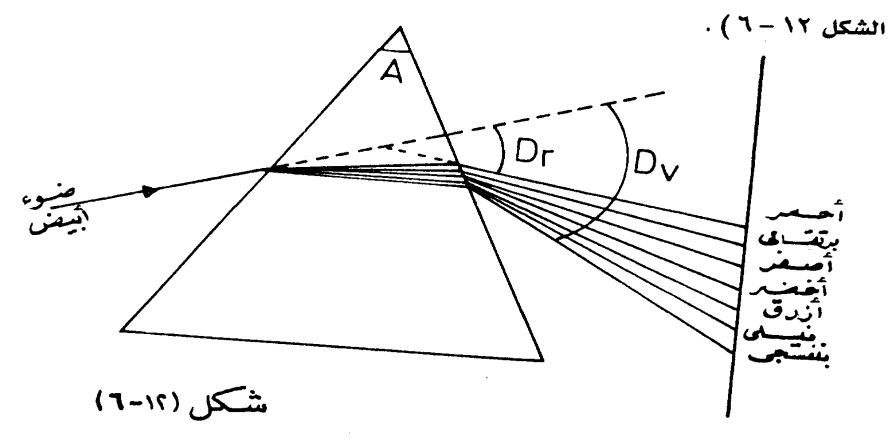
شكل (١٢-٤)

ولذلك تظهر صورة خطين متعامدين أمام العدسة ، على شكل خطين منفصلين على بعدين مختلفين منها .

١٢/٣-الزيغ اللوني في العدسات :

شكل (١٢-٥)

تعتبر العدسة مجموعة كبيرة من المناشير موضوعة فوق بعضها البعض ، كما فى الشكل(١٢ - ٥)وتزداد زوايا رأس هذه المناشير تدريجيا كلما بعدنا عن مركز العدسة واقتربنا من حافتها . ومن المعروف بأن شعاع الضوء الأبيض - عند مروره بمنشور زجاجي - يتفرق إلى ألوان الطيف المختلفة ، وتنحرف جميع الألوان عن اتجاه الشعاع الأبيض ، فى اتجاه قاعدة المنشور تبعا لقوانين الانكسار ولكن يختلف مقدار هذا الانحراف تبعا لنوع الضوء . ويكون أقل انحراف للون الأحمر وأكبر انحراف للون البنفسجى ، وبين هاتين النهايتين يقع انحراف باقى ألوان الطيف وهى على الترتيب : اللون البرتقالى والأصفر والأخضر والأزرق والنيلى . (انظر الشكل ١٢ - ٦) .



شكل (١٢-٦)

ويستدل من ذلك أن معامل انكسار أى وسط يتوقف على نوع الضوء . ويسمى تحلل الضوء الأبيض إلى ألوان الطيف ، بسبب اختلاف معاملات انكسار المادة بالنسبة لهذه الألوان ، بالتفرق اللونى .

ولإيجاد قوة تفرق منشور نفرض أن مقدار ما تنحرفه الأشعة الحمراء داخل المنشور هو D_r ، وأن معامل انكسار المنشور لهذه الأشعة هو μ_r وأن مقدار انحراف الأشعة البنفسجية هو D_V ، وأن معامل انكسار هذه الأشعة فى المنشور هو μ_V وأن متوسط انحراف الأشعة هو D ، ويمكن اعتباره انحراف الأشعة للضوء الأبيض ، وأن معامل انكسار المنشور لهذا الضوء هو μ .

من قانون المنشور ذى زاوية الرأس A يكون معامل انكساره :

$$\mu = \frac{\sin\left(\frac{A+D}{2}\right)}{\sin(A/2)} \qquad \textbf{(12-1)}$$

وفى حالة زاوية رأس للمنشور صغيرة نختصر المعادلة لتصبح :

$$\mu = A(\mu - 1) \qquad \textbf{(12-2)}$$

وبتطبيق المعادلة (12-2) مرة على الضوء البنفسجى ، ومرة أخرى على الضوء الأحمر نحصل على التفرق الزاوى $(D_V - D_r)$.

$$D_V = A(\mu_V - 1)$$

$$D_r = A(\mu_r - 1)$$

$$D_V - D_r = A(\mu_V - \mu_r)$$

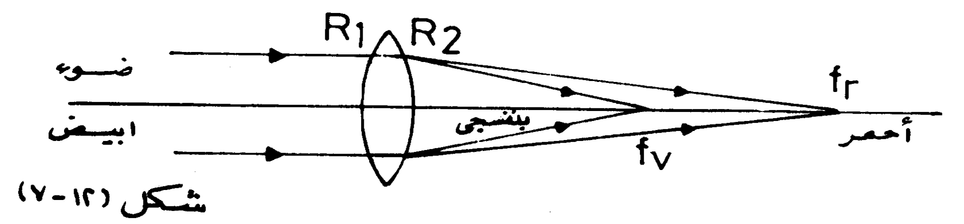
$$\frac{D_V - D_r}{D} = \frac{\mu_V - \mu_r}{(\mu - 1)} \qquad \textbf{(12-3)}$$

ويسمى المقدار $\frac{D_V - D_r}{D}$ بقدرة تفرق المنشور ، ويلاحظ أنها لاتعتمد على زاوية رأس المنشور A . وتؤخذ عادة قيمة معامل انكسار المنشور الأبيض μ ، على أنها المتوسط الحسابى لمعاملى انكسار المنشور للونين الأحمر والبنفسجى ، أى أن :

$$\mu = \frac{\mu_V + \mu_r}{2} \qquad \textbf{(12-4)}$$

١٢ / ٤– قدرة تفرق العدسة :

إذا سقطت حزمة متوازية من ضوء أبيض على عدسة رقيقة – وباعتبار أن العدسة مركبة من منشورات زوايا رءوسها مختلفة – يتكون لكل لون من ألوان الطيف بؤرة ، ويكون تجمع الأشعة الحمراء أبعد عن العدسة من وضع تجمع الأشعة البنفسجية كما مبين بالشكل (١٢ – ٧) . وتسمى المسافة بين البؤرتين $(f_r - f_V)$ بالتشويه اللونى الطولى .



شكل (١٢-٧)

ولإيجاد قدرة العدسة على التفرق اللونى نفرض أن انحناء سطحى العدسة هما R_1 ، R_2 ، وأن معامل انكسار مادة العدسة للون الأحمر μ_r وللون البنفسجى μ_V . وبتطبيق قانون العدسات (معادلة 11-25) مرة على الأشعة الحمراء ، ومرة على الأشعة البنفسجية ، يكون الفرق بين قوة العدسة للأشعة البنفسجية وقوتها للأشعة الحمراء هو :

$$F_V - F_r = (R_1 + R_2)(\mu_V - \mu_r) \qquad (12\text{-}5)$$

وإذا كانت قوة العدسة F بالنسبة للأشعة البيضاء ومعامل انكسارها μ يكون :

$$F = \frac{1}{2}(F_V + F_r)$$

$$\mu = \frac{1}{2}(\mu_V + \mu_r)$$

$$F = (R_1 + R_2)(\mu - 1) \qquad (12\text{-}6)$$

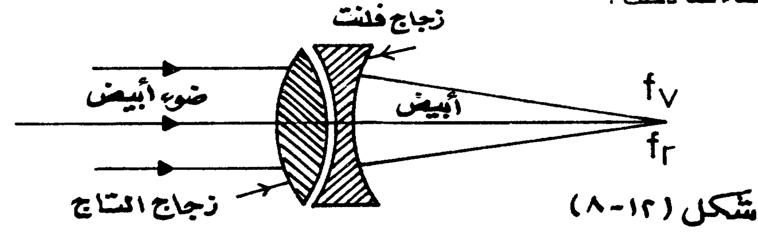
وبقسمة المعادلتين (12-5) ، (12-6) نحصل على :

$$\frac{F_v - F_r}{F} = \frac{\mu_V - \mu_r}{\mu - 1} = P \qquad (12\text{-}7)$$

ويسمى المقدار P بقدرة العدسة على التفرق اللونى ، ويلاحظ من مقارنة معادلة (12-7) ، (12-3) أن قوة تفرق العدسة هى نفسها قدرة تفرق المنشور إذا كانا مصنوعين من نفس المادة ، أى أن قدرة التفرق خاصة فيزيائية تتوقف على نوع الوسط المفرق .

١٢ / ٥ - مجموعة العدسات اللالونية :

أولا : يمكن التخلص من التشويه اللونى فى العدسات ، وذلك بتكوين مجموعة من عدستين متلاصقتين ، بحيث تنطبق بؤرة المجموعة للأشعة البنفسجية على بؤرتها للأشعة الحمراء . ويتم ذلك باستخدام عدسة لامة من زجاج التاج مع عدسة مفرقة من زجاج فلنت (شكل ١٢ - ٨) . بحيث يساوى التفرق الزاوى للعدسة اللامة نظيره للعدسة المفرقة ، وبذلك يتعادل التفرق اللونى للأشعة بمرورها فيهما فتخرج الأشعة بيضاء كما دخلت .



شكل (١٢-٨)

أى أن شرط تكون مجموعة لا لونية من عدستين متلاصقتين قوتهما F_1 & F_2 هو :

$$(F_V - F_r)_1 + (F_V - F_r)_2 = 0 \qquad (12\text{-}8)$$

وإذا فرضنا أن قدرة تفقر مادتى العدستين هما P_1 & P_2 على الترتيب ، وباستخدام معادلة (12-7) نحصل على :

$$(F_V - F_r)_1 = F_1 P_1$$
$$(F_V - F_r)_2 = F_2 P_2$$

وبالتعويض فى معادلة (12-8) يكون شرط تكوين مجموعة لا لونية من عدستين

هـو :

$$F_1 P_1 + F_2 P_2 = 0 \tag{12-9}$$

ونظرا لأن قدرة زجاج كل من العدستين على التفرق موجبة ، لذلك يجب أن تكون إحدى العدستين لامة والأخرى مفرقة ، كذلك لابد أن تكون العدستان من نوعين مختلفين من الزجاج ، وإلا فإن شرط المجموعة اللالونية يصير $F_1 = -F_2$. ومعنى هذا أن المجموعة تتلاشى قوتها ولايكون لها عمل العدسة .

ثانيا : يمكن أيضا تكوين مجموعة لا لونية من عدستين ، لهما نفس معامل الانكسار ويفصل بينهما مسافة d . والقوة المكافئة للمجموعة (معادلة 33-11) هي :

$$F_{eq} = F_1 + F_2 - d F_1 F_2$$

بوضع هذه المعادلة على الصورة التفاضلية نحصل على :

$$\Delta F_{eq} = \Delta F_1 + \Delta F_2 - dF_1 \Delta F_2 - dF_2 \Delta F_1 \tag{12-10}$$

حيث ΔF_{eq} تعبير عن التغير فى قوة المجموعة بالنسبة للونين الأحمر والبنفسجي ، وبالمثل بالنسبة إلى ΔF_1 & ΔF_2 .

ولكى تكون المجموعة لا لونية يجب أن يتلاشى ΔF_{eq} ، أى أن :

$$\Delta F_1 + \Delta F_2 - dF_1 \Delta F_2 - dF_2 \Delta F_1 = 0 \tag{12-11}$$

$$\Delta F_1 (1 - dF_2) + \Delta F_2 (1 - dF_1) = 0 \tag{12-12}$$

وباستخدام المعادلة (7-12)

$$\frac{F_V - F_r}{F} = P$$

$$\therefore \Delta F = P F \tag{12-13}$$

وبالتعويض فى المعادلة (12-12) نحصل على :

$$PF_1 (1 - dF_2) + PF_2 (1 - dF_1) = 0$$

$$F_1 + F_2 = 2 d F_1 F_2$$

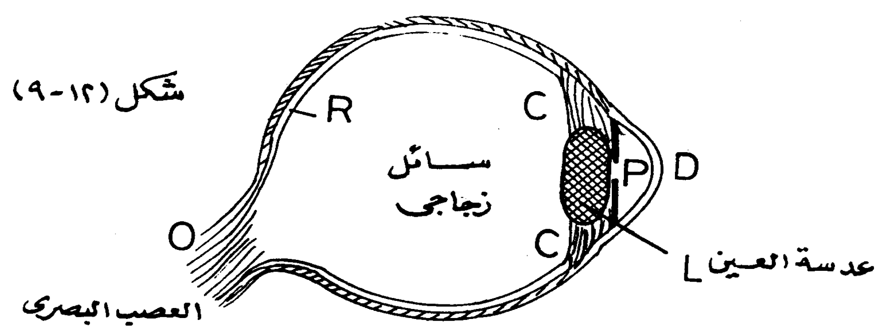
$$d = \frac{F_1 + F_2}{2 F_1 F_2} = \frac{1}{2} (f_1 + f_2) \tag{12-14}$$

أى أنه لكى تتكون مجموعة لالونية من عدستين لهما نفس معامل الانكسار ، وتفصل بينهما مسافة d يجب أن تكون المسافة بينهما مساوية المتوسط الحسابى لبعديهما البؤريين .

١٢/٦– العين وعيوب الإبصار :

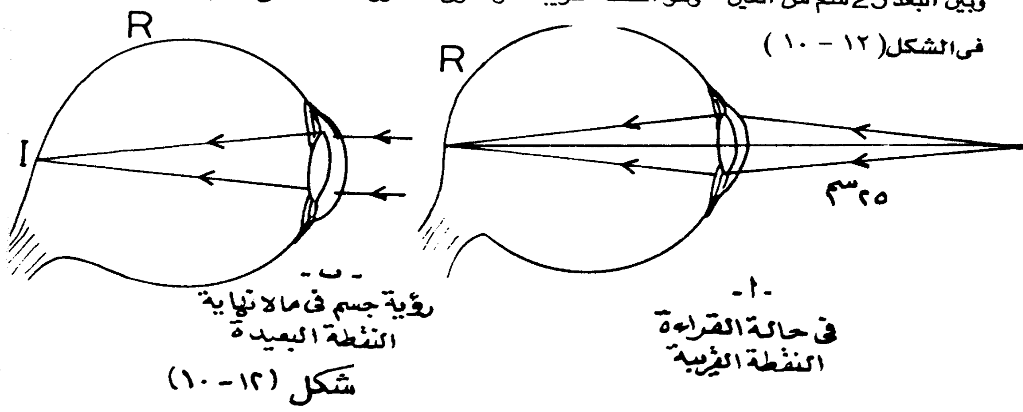
العين هى العضو من جسم الإنسان الذى يقوم بنقل الصور والمرئيات إلى المخ فيتم الإحساس بها . والعين حساسة للطاقة الفوتونية فى منطقة من الطيف الكهرمغناطيسي ، تسمى بمنطقة الطيف المنظور . وتتركب العين من غشاء شفاف محدب يسمى القرنية D به سائل ملحى ، يوجد خلفه عدسة L محدبة الوجهين ، تتصل من حوافها بمجموعة من العضلات C ، يمكن بواسطتها تغيير انحناء سطحى العدسة وبالتالى قوتها ، وبذلك تتمكن العين من التكيف ورؤية الأجسام على أبعاد مختلفة . ولكى يتحدد كمية الضوء الداخل للعين يوجد حاجز معتم ، به ثقب مستدير فى المركز يسمى بحدقة العين P ، ويمكن لهذا الثقب أن يضيق أو يتسع وفقا لكمية الضوء الساقط على العين ، فيكون متسعا فى الظلام وضيقا فى ضوء الشمس . ويتحدد لون العين بلون هذا الحاجز المعتم .

يوجد خلف عدسة العين غرفة كروية تقريبا بها سائل زجاجى شفاف جيلاتينى القوام ، معامل انكساره 1.336 ويختلف عن معامل انكسار العدسة 1.437 ، ويحيط بكرة العين من الداخل غشاء R يسمى الشبكية ، ويتكون من ألياف عصبية ونهايات تتصل جميعها بالعصب البصرى O ، شكل (١٢–٩) .



عندما يسقط من الضوء صادر عن جسم ما على العين ، فإنه ينكسر من سطح القرنية ثم يمر خلال عدسة العين ، فتتكون للجسم صورة حقيقية مصغرة مقلوبة على الشبكية . وتقوم أطراف الأعصاب على الشبكية بنقل هذا التأثير بواسطة العصب البصرى إلى المخ ، فيحس الإنسان بوجود الجسم .

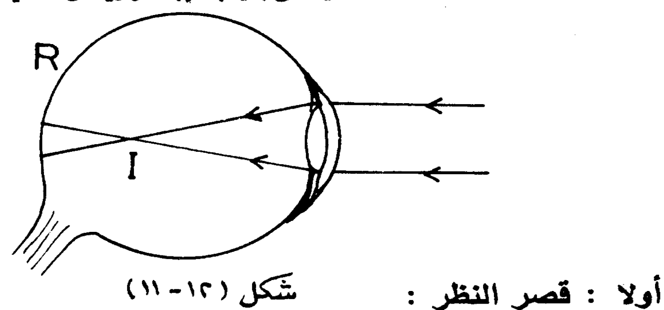
والعين السليمة تكون معدة لرؤية الجسم البعيد واستقبال الأشعة المتوازية الصادرة عنه فتتكون صورة على الشبكية . فإذا أخذ هذا الجسم فى القرب من العين تتغير قوة عدسة العين ، بفعل العضلات المتصلة بها لتصبح ذات بعد بؤرى مناسب ، لكى تتكون الصورة دائما على شبكية العين ويسمى تغير قوة العدسة بالتكيف . ويستمر تكيف العدسة كلما اقترب الجسم من العين حتى يصل إلى بعد 25 سنتيمترا هو أقل بعد يمكن للعين السليمة أن ترى فيه الأجسام بوضوح ويسمى هذا البعد بالنقطة القريبة للعين . أى أن قدرة العين السليمة على التكيف والرؤية الواضحة تكون بين ما لانهاية – وهى النقطة البعيدة للعين – وبين البعد 25 سم من العين – وهو النقطة القريبة – وتتكون الصورة عندئذ على الشبكية كما فى الشكل (١٢ - ١٠)



شكل (١٢ - ١٠)

يحدث أحيانا زيادة أو نقصان غير عادى ، فى انحناء القرنية أو فى انحناء سطحى عدسة العـين أو فى قطـر كرة العين ، يكون من نتيجته ألا تتجمع الأشعة على شبكية العين

(شكل ١٢ - ١١) مما يسبب عدم وضوح الرؤية ، وقد يكون ذلك أيضا بسبب عدم قدرة العين للتكيف . ينشأ عن كل ذلك ما يسمى بعيوب الإبصار ويمكن تقسيمها كالآتى :



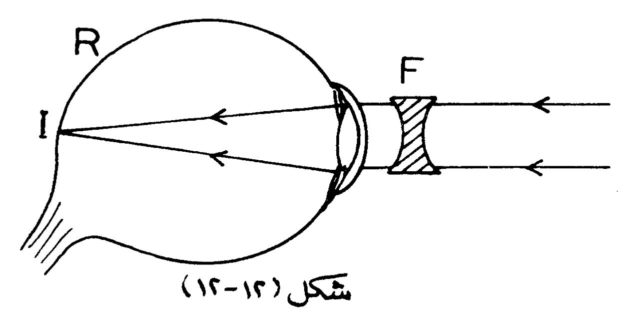
شكل (١٢-١١)

أولا : قصر النظر :

ينشأ قصر النظر نتيجة لزيادة قوة عدسة العين أو لزيادة قطر كرة العين مما يسبب تجمع الأشعة المتوازية أمام الشبكية كما فى الشكل(١٢ - ١١) .

وواضح أننا إذا قربنا الجسم من ما لانهاية تجاه العين فإننا نصل إلى بعد تتكون فيه الصورة على الشبكية وعندئذ ترى الصورة واضحة . أى أن النقطة البعيدة لمثل هذه العين المصابة بقصر النظر تكون أقل من مالا نهاية . وكذلك تكون النقطة القريبة لها أقل من 25سم .

ولإصلاح قصر النظر نستخدم عدسة مفرقة ، تعمل على زيادة البعد البؤرى لعدسة العين ، بالقدر الذى يجعل صور الأشياء تنطبق على شبكية العين كما فى الشكل(١٢ - ١٢).



شكل (١٢-١٢)

نفرض أن قوة العدسة المفرقة اللازمة لتصحيح قصر النظر هى F ، وأن النقطة البعيدة للعين المصابة هى `ℓ . وظيفة العدسة المفرقة هى تكوين صورة للجسم فى ما لانهاية فى موضع النقطة البعيدة للعين . أى أن تمايل أشعة الجسم تساوى صفرا ، وتمايل الأشعة المكونة للصورة $L` = 1/\ell`$ ومن قانون العدسات :

$$0 + F = -L`$$

والتمايل النهائى سالب حيث إن الصورة تقديرية .

أما فى حالة تصحيح قصر النظر بالنسبة للنقطة القريبة ، فتكون وظيفة العدسة هى تكوين صورة الجسم على بعد 25 سم ، عند موضع النقطة القريبة للعين المصابة وليكن بعدها عن العين `ℓ . ومن قانون العدسات :

$$-L + F = -L`$$

$$-\frac{100}{25} + F = \frac{100}{\ell`}$$

ويلاحظ أن كلا من التمايل الابتدائى والنهائى سالب ، حيث إن الأشعة تخرج من الجسم متفرقة ، والصورة تقديرية تتكون فى نفس جانب العدسة الموجود به الجسم .

مثال (١٢-١) :

النقطة البعيدة لعين قصيرة النظر هى 5 متر والنقطة القريبة له 20 سم . أوجد قوة كل من العدستين اللازمتين لكى يرى بوضوح الأجسام البعيدة والقريبة .

الحــل :

بالنسبة للأجسام البعيدة :

$$-\frac{100}{\infty} + F_1 = -\frac{100}{500}$$

$$F_1 = -\frac{1}{5}\,\Delta$$

ويكون البعد البؤرى للعدسة اللازمة هو - 20 cm .

وبالنسبة للأجسام القريبة

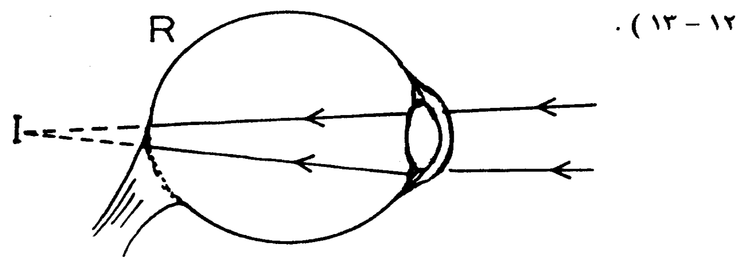
$$-\frac{100}{25} + F_2 = -\frac{100}{20}$$

$$F_2 = -1\ \Delta$$

ويكون البعد البؤرى لعدسة القراءة هو 100سم .

ثانيا : طول النظر (Hypermetropia) :

إذا تجمعت الأشعة المتوازية فى مكان أبعد من الشبكية يسمى ذلك طول نظر ، (شكل ١٢ - ١٣) .



شكل (١٢ - ١٣)

ويحدث ذلك العيب فى الإبصار نتيجة لنقص انحناء القرنية ، أو عدسة العين أو نقص فى قطر كرة العين . ولإصلاح هذا العيب نستخدم عدسة لامة تزيد فى تجمع الأشعة ، مما يجعل الصورة تقع على شبكية العين فترى واضحة . ويظهرطول النظر أيضا بالنسبة للنقطة القريبة فتصبح على مسافة من العين أكبر من 25 سم . ويصحح أيضا باستخدام عدسة لامة . ولإيجاد قوة العدسة نستخدم قانون العدسات .

$$-L + F = -L'$$

ويلاحظ أن التمايل الابتدائى والنهائى يكونا دائما سالبين ، فى مسائل تصحيح عيوب الإبصار .

مثال(١٢-٢) :

النقطة القريبة لعين مصابة بطول نظر عند 50سم ، أوجد قوة ونوع العدسة اللازمة للقراءة ؟

الحـل :

للقراءة يجب أن يوضع الكتاب على بعد 25 سم من العين لتظهر صورته ، مع استعمال عدسة التصحيح عند نقطة وضوح الرؤية القريبة بالنسبة للعين المصابة ، أى أن :

$$-\frac{100}{25} + F = -\frac{100}{50}$$

$$\therefore F = 2\Delta$$

أى أن العدسة موجبة بعدها البؤرى 50 سم .

ثالثا : ضعف قدرة العين للتكيف (Presbyopia) :

عندما يؤثر كبر السن على مرونة عدسة العين ، ويصعب استجابتها للعضلات المتصلة بها تفقد العين قدرتها علي التكيف . فإذا لم تكن تعانى أصلا من قصر النظر فإن نقطتها البعيدة تكون فى مالا نهاية ، بينما تحتاج لعدسة لامة للقراءة . أما إذا كانت العين تعانى من قصر النظر بالإضافة إلى ضعف القدرة على التكيف ، فإن العين تحتاج عندئذ إلى عدسة مفرقة عند النظر إلى أجسام أبعد من نقطتها البعيدة ، وتحتاج أيضا لعدسة لامة لرؤية الأجسام القريبة الموجودة على مسافات أقل من نقطتها البعيدة . وتستخدم عادة فى هذه الحالة عدسة مركبة ذات قوتين . الجزء العلوى منها عدسة مفرقة ينظر خلالها لرؤية الأجسام البعيدة ، بينما جزؤها السفلى عدسة لامة ينظر خلالها عند القراءة .

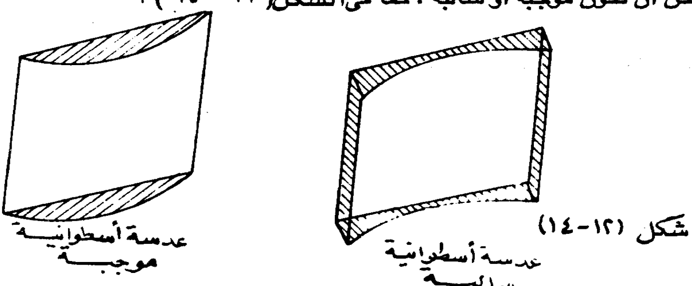
رابعا : الاستجمية :

ينشأ هذا العيب فى الإبصار عند وجود عيب خلقى فى تكور كرة العين ، أو عندما يكون انحناء سطح القرنية غير منتظم . ينتج عن ذلك أن قوة العين تختلف بالنسبة للمستوى الأفقى عن المستوى الرأسى ، أى أن بعض أجزاء الجسم ترى بوضوح ، فى حين أن الأجزاء الأخرى تظهر غير واضحة .

إذا نظرت مثل هذه العين إلى خطين متعامدين فى مستوى واحد ، فإن صورة أحد الخطين لاتنطبق على صورة الخط الآخر . وواضح أن العين لاتستطيع التكيف بقوتين

مختلفتين فى وقت واحد لترى الخطين معا فى وضوح . ولكن يمكن إصلاح عيب الاستجمية باستخدام عدسة استجمية ، تعمل على تلاشى عدم التماثل فى تكور القرنية ، وتصبح قوة العين والعدسة مكافئة لمجموعة ذات قوة واحدة فى الاتجاهين المتعامدين ، أى أنه بواسطة العدسة الاستجمية يمكن تعويض ماينقص من انحناء قرنية العين ، فى المقطع الأفقى أو فى المقطع الرأسى .

العدسة الاستجمية أو الأسطوانية هى مقطع فى أسطوانة زجاجية ، مواز للمحور ويمكن أن تكون موجبة أو سالبة ، كما فى الشكل (١٢ - ١٤) .



شكل (١٢-١٤)

قوة العدسة الأسطوانية فى اتجاه محور الأسطوانة تساوى صفرا ، بينما تكون قوتها فى الاتجاه العمودى على المحور هى :

$$F = R(\mu - 1)$$

حيث R انحناء السطح ، μ معامل انكسار مادة العدسة . عندما يكون المقطع الأفقى للقرنية أقل تحدبا من المقطع الرأسى ، توضع العدسة الأسطوانية بحيث يكون محورها رأسيا ، وبذلك يعوض انحناؤها ما ينقص من انحناء المقطع الأفقى للقرنية .

مثال(١٢-٣) :

ما نوع وقوة العدسة اللازمة للقراءة ، لعين نقطتها القريبة تقع على بعد 40 سم بالنسبة لخط أفقى ، وتقع على بعد 50 سم بالنسبة لخط رأسى ؟

الحـل :

$$-\frac{100}{40} + F_1 = -\frac{100}{50}$$

$$\therefore F_1 = +0.5\,\Delta$$

وهذه العدسة أسطوانية لتصحيح خطأ الاستجمية ، وتصبح النقطة القريبة بالنسبة للخطين الأفقى والرأسى واحدة ، وعلى بعد 40 سم من العين .

لتصحيح طول النظر نستخدم عدسة كرية لامة F_2

$$-\frac{100}{25} + F_2 = -\frac{100}{40}$$

$$\therefore F_2 = +1.5\,\Delta$$

أى أننا نستخدم عدسة مركبة من سطح كرى قوته 1.5 ديومتر ، مع سطح أسطوانى قوته 0.5 ديوبتر بحيث يكون محوره أفقيا .

تمارن على الفصل الثانى عشر

١ – اذكر ماتعرفه عن : منحنى الكى – الزيغ الكرى الطولى والمستعرض ؟

٢ – ماهى أهم عيوب الصور المتكونة بواسطة عدسة ؟

٣ – عرف مايأتى : دائرة الوضوح – الاستجمية ؟

٤ – أوجد شرط تكوين مجموعة لالونية من عدستين يفصلهما مسافة d ؟

٥ – مجموعة لا لونية من عدستين متلاصقتين ، معامل انكسار الأولى للونين الأحمر والبنفسجى 1.513, 1.521، ومعامل انكسار الثانية لنفس اللونين 1.697 ، 1.721. أوجد قوة كل من العدستين ، علما بأن القوة الكلية للمجموعة $3\frac{1}{3}$ديوبتر ؟

٦ – عدسة محدبة الوجهين نصف قطرى سطحيهما 30سم ،20سم ، يسقط عليها أشعة متوازية حمراء مرة ، وأشعة بنفسجية مرة أخرى . أوجد المسافة بين البؤرة الحمراء والبؤرة النفسجية ، علما بأن معامل انكسار مادة العدسة للون الأحمر 1.514 وللون البنفسجى 1.524 ؟

٧ – أ – عرف قدرة وسط على التفرق . ب – عدسة من زجاج التاج قوتها 2 ديوبتر وقدرة تفرق مادتها 0.018 . ماذا يجب أن تكون قوة عدسة من زجاج فلنت قدرته على التفرق 0.045 بحيث تصير المجموعة لا لونية ؟ احسب البعد البؤرى للمجموعة ؟

٨ – مجموعة لا لونية من عدستين قوتها المكافئة 1 ديوبتر . أوجد البعد البؤرى لكل عدسة ونوعها ، علما بأن معامل انكسار العدسة الأولى للأحمر والبنفسجى هما على الترتيب : 1.5245,1.5155 ، ومعامل انكسار الثانية للأحمر والبنفسجى 1.641 ، 1.659 ؟

٩ – عدسة محدبة الوجهين A تعمل مجموعة لا لونية مع عدسة مقعرة مستوية الوجه B ، فإذا كان نصف قطر تكور السطح المشترك للعدستين 15.34 سم ، فأوجد البعد

البؤرى للمجموعة ، علما بأن :

معاملات انكسار مادة العدسة A للأزرق والأحمر والأصفر هى على الترتيب : 1.5235، 1.5149، 1.5192 ، ومعاملات انكسارمادة العدسة B لنفس الألوان هى : 1.6635 ، 1.6463 ، 1.6549 ؟

١٠ – رسم خطان متعامدان على سطح أسطوانة زجاجية ونصف قطرها10سم . بحيث يكون الخط الرأسى موازيا لمحور الأسطوانة والأفقى عموديا عليه . ونظر للخطين من الجهة المقابلة . أوجد كيف يظهر الخطان والمسافة بينهما ، علما بأن معامل انكسار مادة زجاج الأسطوانة1.5 ؟

١١ – يستخدم إنسان عدسة بعدها البؤرى22 سم لكى يقرأ كتابا على بعد20 سم من عينيه . ما هو أقرب بعد لجسم يستطيع أن يراه بوضوح بدون استعمال لنظارته ؟

١٢ – شخص يمكنه أن يرى بوضوح الأجسام التى يتراوح بعدها عنه بين20 سم ، 2 متر . احسب قوة العدسة التى تمكنه من رؤية الأجسام البعيدة ، وبين تأثير هذه العدسة على النقطة القريبة له ؟

١٣ – احسب قوة العدسة التى يمكن أن يستخدمها شخص للقراءة ،إذا كانت النقطة القريبة له36سم فى المستوى الأفقى ، وعادية فى المستوى الرأسى ؟

١٤ – شخص مصاب بالاستجمية . النقطة القريبة له فى مستوى أفقى40 سم وفى مستوى رأسى80 سم . احسب قوة العدسة اللازمة له ليرى بوضوح على بعد25سم ؟

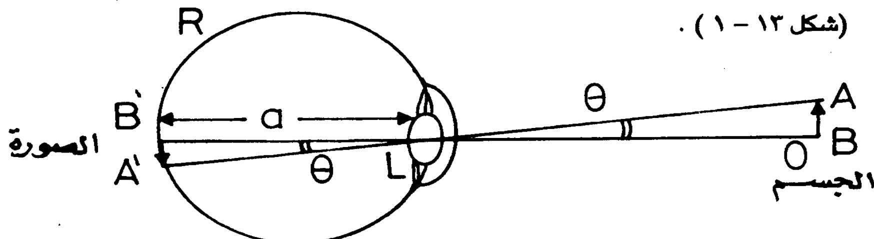
١٥ – شخص عنده طول نظر نقطته القريبة على بعد100سم . مانوع وقوة العدسة اللازمة له للقراءة ؟ وبيّن تأثير هذه العدسة على نقطته البعيدة ؟

١٦ – شخص قصير النظر نقطته البعيدة على بعد 5 أمتار ونقطته القريبة على بعد 20 سم . أوجد العدسة اللازمة له للمشى . ماذا تكون أقصر مسافة للرؤية الواضحة باستعمال هذه العدسة ؟

الفصل الثالث عشر
آلات الإبصار

١٣/١ ـ زاوية الإبصار :

آلات الإبصار هى أجهزة تهدف عادة إلى مساعدة العين فى الرؤية الواضحة للأجسام. ويعتمد وضوح الرؤية على زاوية الإبصار ، وهى الزاوية التى يصنعها الجسم عند العين ، (شكل ١٣ – ١) .



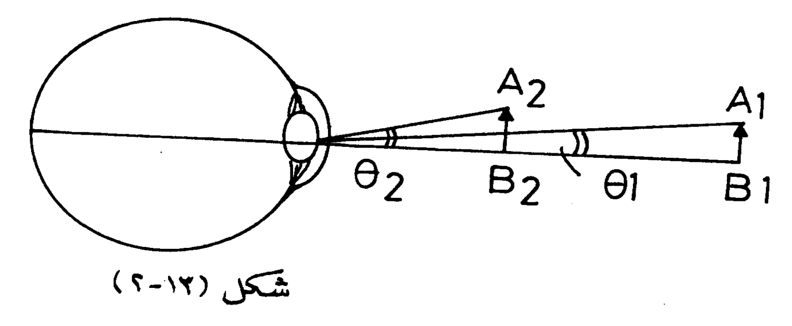
شكل (١٣-١)

نفرض جسما AB موضوعاً عند نقطة o أمام العين . تتكون للجسم صورة A\`B\` على شبكية العين . نفرض أن θ هى الزاوية التى يصنعها الجسم عند العين .

إذا كان قطر كرة العين a ، من هندسة الشكل(١٣ – ١)نجد أن : $\theta = \frac{A`B`}{a}$

حيث θ مقاسة بالتقدير الدائرى .

أى أن طول الصورة A\`B\` على شبكية العين تتناسب مع زاوية الإبصار θ ، إذ أن قطر كرة العين مقدار ثابت . وواضح أنه كلما ازدادت زاوية الإبصار كلما ازداد حجم الصورة المكونة على الشبكية ، وبالتالى ازداد وضوح رؤية الجسم . وذلك ما يحدث عندما نقترب من الجسم لزيادة وضوح رؤيته ، إذ أن زاوية الإبصار تزداد بالرغم من عدم تغير حجمه . شكل (١٣ – ٢) .

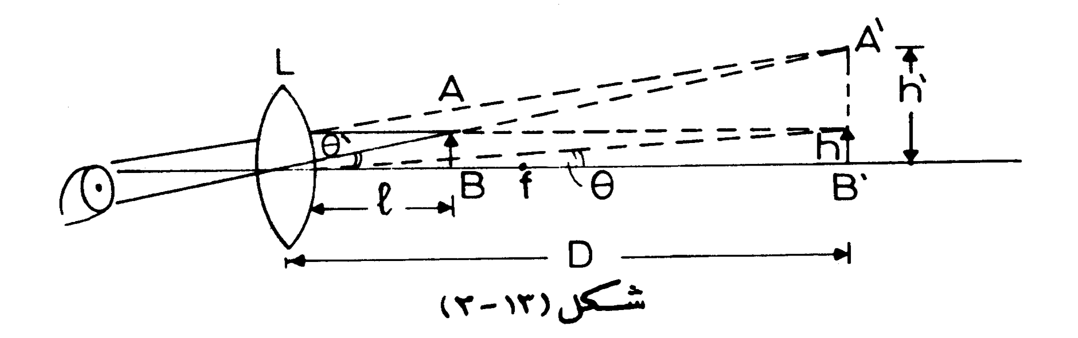


شكل (١٢-٢)

ويعتمد عمل الميكروسكوب والتلسكوب على زيادة إبصار الجسم المراد رؤيته ، باستخدام مجموعة من عدسات تكون للجسم صورة أمام العين ، بحيث تكون زاوية إبصارها كبيرة فتراه العين بوضوح . ويعتبر تكبير الجهاز النسبة بين زاوية الرؤية للصورة النهائية المكونة بواسطة الآلة البصرية ، وزاوية رؤية الجسم نفسه بدون استخدام الآلة .

١٣ / ٢ــ الميكروسكوب البسيط :

إذا وضع جسم أمام عدسة لامة ، وكان على بعد أقل من بعدها البؤرى ، فإن العدسة تحدث للجسم صورة تقديرية مكبرة معتدلة . فإذا نظرت العين من خلال العدسة فإنها ترى الصورة مكبرة للجسم ، وتسمى العدسة عندئذ ميكرسكوبا بسيطا ، (شكل ١٣ – ٣) . ويتوقف الحجم الظاهرى للجسم على الزاوية البصرية التى يحدثها عند العين ، وتزداد هذه الزاوية كلما اقترب الجسم منها . ولكن هناك حدا لا يستطيع الجسم عند تقريبه من العين أن يتعداه ، إذ أن تكبير الصورة بتقريب الجسم للعدسة يستمر حتى هذا الحد وبعده لا تستطيع العين أن تتكيف لتحدث صورة واضحة للجسم . ويصل التكبير إلى هذا الحد عندما تكون الصورة على بعد من العين يساوى أقصر مسافة للرؤية الواضحة D ، كما فى شكل (١٣ – ٣) ، أى أنها تكون عند النقطة القريبة للعين بفرض أن العدسة L ملاصقة للعين .



شكل (١٣-٣)

ولإيجاد تكبير الميكروسكوب البسيط نفرض طول الجسم h ، وزاوية إبصاره عند النقطة القريبة للعين θ ، وأن طول الصورة المكونة بالعدسة `h ، وزاوية إبصار الصورة `θ يكون التكبير هو :

$$m = \frac{\theta`}{\theta} = \frac{A`B`}{D} \Big/ \frac{AB}{D}$$

$$\therefore \quad m = \frac{h`}{h} \qquad (13\text{-}1)$$

ويساوى ذلك التمايل الابتدائى مقسوما على التمايل النهائى ، أى أنه يساوى بعد الصورة `ℓ مقسوما على بعد الجسم ℓ . ومن قانون العدسات :

$$- L + F = L`$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\ell} + \frac{1}{\ell`}$$

$$\frac{\ell`}{\ell} = \frac{\ell`}{f} - 1$$

لكن الصورة عند النقطة القريبة للعين ، أى على بعد D منها ، أى أن D = `ℓ ويكون بذلك التكبير هو :

$$m = \frac{\acute{l}}{l} = \frac{h'}{h} = \frac{D}{f} - 1 \qquad (13\text{-}2)$$

ويستخدم الميكرسكوب البسيط عادة عند صناع الساعات الآلات الدقيقة والحفارين على المعادن .

مثال(١٣-١) :

عدسة محدبة بعدها البؤرى 3 سم ، تستخدم كميكرسكوب بسيط لشخص نقطته القريبة للعين على بعد 24 سم . أوجد قوة التكبير وموضع الجسم ؟

الحل :

التكبير m هو

$$m = \left(\frac{D}{f} - 1 \right)$$

الصورة تقديرية لذلك : $f = +3 \ , \ \acute{l} = D = -24$

$$\therefore \quad m = \frac{-24}{+3} - 1$$

$$\therefore \quad m = -9$$

ولإيجاد بعد الجسم عن العدسة نستخدم قانون العدسات :

$$-\frac{1}{l} + \frac{1}{f} = \frac{1}{\acute{l}}$$

وبوضع $f = +3 \ , \ \acute{l} = -24$ نحصل على :

$$l = 2.67 \ \text{cm}$$

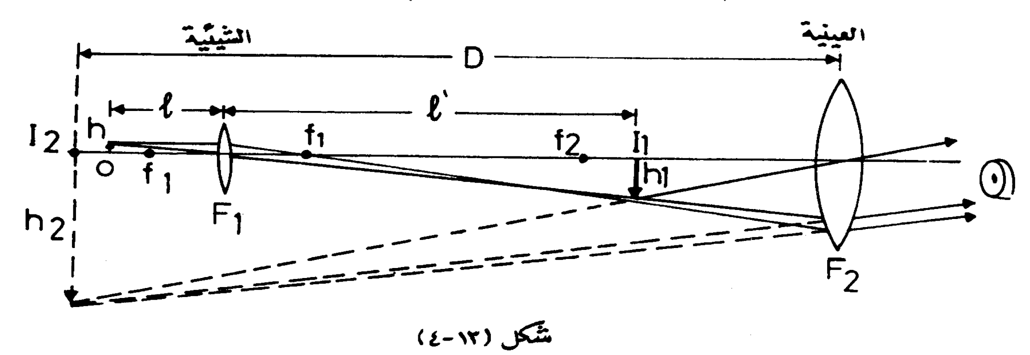
١٣/٣-الميكرسكوب المركب :

يتركب هذا الميكرسكوب من عدستين F_1 & F_2 ، الأولى ذات بعد بؤرى صغير جدا ، وهى التى تواجه الجسم h عند الموضع o وتسمى هذه العدسة لذلك بالشيئية ، أما العدسة الثانية F_2 فبعدها البؤرى أطول قليلا ، وهى التى تنظر العين خلالها ولذلك تسمى

بالعينية .

يتكون للجسم h بواسطة العدسة الأولى صورة h_1 حقيقية مكبرة ، ومقلوبة بالنسبة إليه توجد عند الموضع I_1 ، وذلك عندما يكون الجسم المراد رؤيته على بعد من الشيئية أكبر قليلا من بعدها البؤرى .

يعدل موضع العينية بحيث تكون هذه الصورة h_1 على بعد منها أقل من بعدها البؤرى ، فتتكون للصورة h_1 صورة تقديرية مكبرة معتدلة h_2 عند الموضع I_2 ، كما فى الشكل(١٣ - ٤)، ويجب أن يكون موضع الصورة النهائية I_2 عند النقطة القريبة للعين D .. (أى على بعد 25 سم من العينية إذا كانت العين سليمة) .



شكل (١٣-٤)

لإيجاد قوة تكبير الميكرسكوب توجد قوتى تكبير الشيئية والعينية m_2 & m_1 فتكون قوة التكبير الكلية m هى :

$$m = m_1 \times m_2 \qquad (13-3)$$

ولإيجاد m_1 نفرض أن بعد الجسم عن الشيئية ℓ وبعد الصورة ℓ' ، والبعد البؤرى للعدسة الشيئية f_1 ، وبتطبيق قانون العدسات يكون :

$$-\frac{1}{\ell} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{\ell'}$$

ويكون التكبير m_1 هو النسبة بين بعد الصورة إلى بعد الجسم :

$$m_1 = \frac{\ell'}{\ell} = \left(\frac{\ell'}{f_1} - 1\right) \qquad (13\text{-}4)$$

ويمكن تقريب المعادلة السابقة ، باعتبار أن بعد الجسم ℓ لا يزيد إلا قليلا عن البعد البؤرى للشيئية ، ولذلك يمكن اعتباره مساويا f_1 تقريبا . كما أن البعد البؤرى للعينية صغيراً أيضا ، وبعد الصورة الحقيقية I_1 عن العينية أصغر من بعدها البؤرى ، لذلك يمكن اعتبار ℓ' مساويا للبعد بين العدستين ، أى لطول أنبوبة الميكرسكوب H . وبذلك يكون تكبير الشيئية .

$$m_1 = \frac{H}{f_1} \qquad (13\text{-}5)$$

وباعتبار أن العدسة العينية تعمل عمل ميكرسكوب بسيط ، لتكبير الصورة I_1 المكونة بواسطة الشيئية ، يكون تكبير العينية (معادلة 13-2) هو :

$$m_2 = \left(\frac{D}{f_2} - 1\right) \qquad (13\text{-}6)$$

حيث $\mathcal{D}$ هو بعد النقطة القريبة للعين ، f_2 هو البعد البؤرى للعينية .

وعلى ذلك تكون قوة تكبير الميكرسكوب المركب هى :

$$m = \left(\frac{\ell'}{f_1} - 1\right)\left(\frac{D}{f_2} - 1\right) \qquad (13\text{-}7)$$

وهذه تساوى تقريبا :

$$m = \frac{H}{f_1}\left(\frac{D}{f_2} - 1\right) \qquad (13\text{-}8)$$

حيث H طول قصبة الميكرسكوب .

ويلاحظ من هذه المعادلة أن قوة التكبير تزداد كلما ازداد قرب الجسم من الشيئية ، حتى يكاد يساوى بعدها البؤرى . وذلك يزداد التكبير كلما صغر البعد البؤرى للعينية .

١٣ / ٤ - الميكرسكوب ذو العدسة المغمورة :

عندما يراد إعداد ميكرسكوب له قوة تكبير فائقة ، نستخدم شيئية من عدة عدسات

ذات بعد بؤرى صغير . لذلك يجب أن تكون الفتحة التى يدخل منها الضوء لقصبة الميكرسكوب ضيقة ، وإلا حدث تشويه كرى فى الصورة المتكونة . ولزيادة كمية الضوء الساقط على الجسم يوضع فوقه قطرة من زيت معامل انكسار كمعامل انكسار العدسة الشيئية ، وبذلك يمكن اعتبار الجسم وكأنه موضوع داخل جسم العدسة ، فلا تنكسر الأشعة عند مرورها إلى شيئية الميكرسكوب بل تمر كلها دون انكسار ، وبذلك تكون شدة استضاءة الجسم كبيرة فيرى بوضوح . يطلق على العدسة الشيئية عندئذ بالعدسة المغمورة ،كما يسمى الميكرسكوب بذى العدسة المغمورة .

تتركب شيئية الميكرسكوب ذى العدسة المغمورة من عدسة على هيئة نصف كرة من الزجاج ، سطحها السفلى مستوي، شكل (١٣ – ٥) . ويوضع الجسم المراد تكبيره على مسطح من الزجاج ، ثم يملأ الحيز بين الجسم والسطح المستوى للعدسة بزيت له نفس معامل انكسار مادة العدسة ، μ .

شكل (١٣-٥)

ولكى لا يحدث تشويه كرى للصورة ، يوضع الجسم على بعد ($\frac{r}{\mu}$) من مركز تكور سطح العدسة c ، حيث r نصف قطر السطح . تظهر الأشعة بعد انكسارها كأنها صادرة من نقطة ثابتة A على المحور ، تبعد عن المركز c بمقدار ($r\mu$) ، أى أن سطح العدسة لا يحدث زيغا كريا .

وللبرهنة على ذلك نفرض أن نقطة مضيئة قد وضعت عند O ، وأن الشعاع الخارج منها OB قد انكسر خارجا من سطح العدسة فى الاتجاه BE .

من هندسة الشكل :

$$\frac{CO}{CB} = \frac{\sin i'}{\sin (COB)}$$

$$= \frac{(r/\mu)}{r} = \frac{1}{\mu}$$

ومن ذلك نجد أن الزاوية $C\hat{O}B$ هى زاوية الخروج i إذ أن :

$$\mu = \frac{\sin i}{\sin i`}$$

وبذلك تكون الزاوية $C\hat{A}B$ مساوية للزاوية `i فـى المثلـث ABC

$$\frac{AC}{CB} = \frac{\sin i}{\sin i`} = \mu$$

لكن

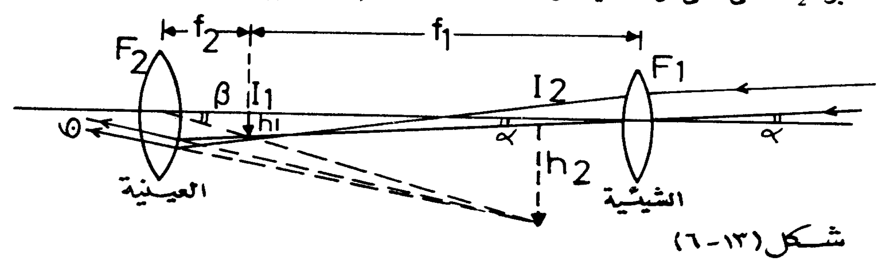
$$CB = r$$

$$AC = \mu r$$

من ذلك نرى أنه بوضع جـسم على بعـد ($\frac{r}{\mu}$) من مـركز تكور سطح العدسـة ، فإن صورته المتكونة بالانكسار تكون دائما على بعد ($r\mu$) من المركـز ، ولا تتـوقف على زاوية السقوط ، أى أن الصورة تكون خالية من أى تشويه كرى .

١٣ / ٥-التلسكوب الفلكي :

يستخدم التلسكوب الفلكى لتكبير رؤية المرئيات البعيدة ، ويتركب من عدسة لامة تسمى بالشيئية ، تحدث للجسم البعيد صورة حقيقية I_1 فى بؤرتها . وترى هذه الصـورة مكبـرة بواسطة عـدسـة أخـرى لامة تسمى بالعـينيـة ، ويكون مـوضـع العينية بحـيث تتكون الصـورة الأولى على بعد منها أقل قليلا من بعدها البؤرى ، أى أن المسـافة بين العينية والشـيئية – وهى طول قصـبة التلسكوب – تسـاوى تقريبا مـجمـوع البعـدين البؤريين للعدسـتين . وتعمل العينية عمل الميكرسكوب البسيط ، فتتكون للصورة المكونة بالعدسة الشيئية صورة تقديرية مكبرة I_2 ، هى التى تراها عين الراصد . انظر الشكل(١٣ – ٦) .



شكل(١٣-٦)

لإيجاد قوة تكبير التلسكوب الفلكى نفرض أن زاوية إبصار الجسم هى α ، وزاوية إبصار الصورة β ، تكون قوة التكبير m هى النسبة بينهما .

$$m = \frac{\beta}{\alpha}$$

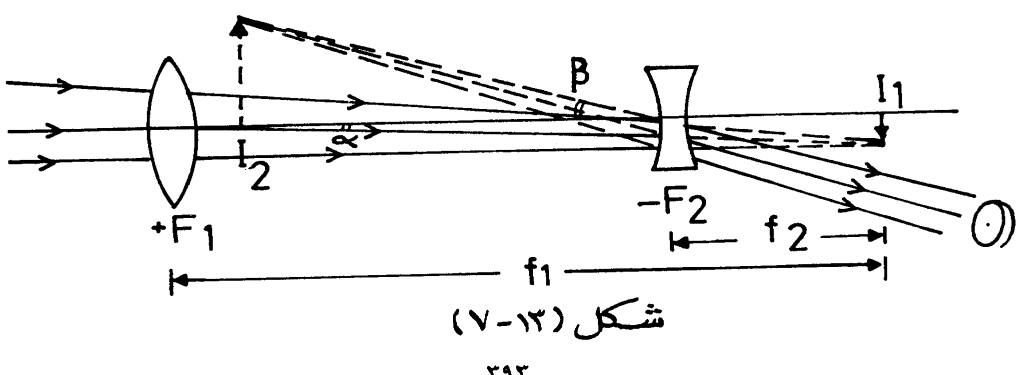
$$= (h_1 / f_2) / (h_1 / f_1)$$

$$m = \frac{f_1}{f_2} = \frac{F_2}{F_1} \qquad (13\text{-}9)$$

أى أن قوة تكبير التلسكوب تساوى النسبة بين قوة العدسة العينية وقوة الشيئية ، وكلما زادت قوة العينية وقلت قوة الشيئية زادت قوة تكبير التلسكوب .

١٣ / ٦-تلسكوب جاليلو :

ابتكر جاليلو تلسكوبا ترى به الصورة معتدلة ، وتكون قصبته قصيرة حتى يسهل استعماله ، ويسمى أحيانا بمنظار الأوبرا ويشيع استعماله فى المسارح ودور الأوبرا ويتركب هذا التلسكوب من عدسة شيئية تتكون بواسطتها صورة حقيقية مقلوبة للجسم البعيد . أما العدسة العينية فهى عدسة مفرقة توضع بين الشيئية وبؤرتها ، وبحيث يكون البعد بين العينية وبؤرة الشيئية مساويا للبعد البؤرى للعينية . أى أن المسافة بين العدستين تساوى عدديا مجموع بعديهما البؤريين بإشارتهما كما في الشكل (١٣ - ٧) .



شكل (١٣-٧)

تتكون للأشعة الساقطة على الشيئية صورة فى مكان قريب من بؤرتها عند I_1 ، وبما أن العينية تعترض هذه الأشعةلذلك تخرج متفرقة ، وتبدو كأنها صادرة من نقطة عند I_2 حيث تتكون الصورة النهائية التى يراها الراصد . وتكون الصورة تقديرية معتدلة ويتوقف موضعها على بعد العينية عن الصورة I_1 ، فإذا كان ذلك البعد مساويا للبعد البؤرى للعينية ، فإن الصورة تتكون فى ما لا نهاية وإذا كان ذلك البعد أكبر قليلا من البعد البؤرى للعينية ، تكونت الصورة فى مكان أقرب من ذلك . ويمكن تعديل موضع العينية بحيث تتكون الصورة على بعد يعادل أقصر مسافة للرؤية الواضحة ، أى عند النقطة القريبة للعين .

تحسب قوة التكبير فى منظار جاليلو كما حسبت فى التلسكوب الفلكى . فإذا كانت α & β زاويتى الإبصار للجسم وللصورة تكون قوة التكبير m هى :

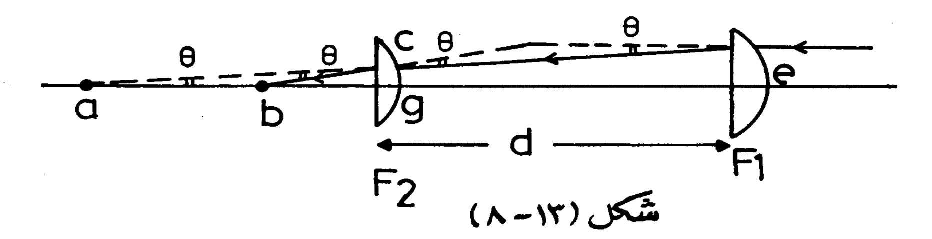
$$m = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{F_2}{F_1} \qquad (13\text{-}10)$$

أى أن قوة التكبير هى النسبة بين قوتى تكبير العينية إلى الشيئية ، أو هى النسبة بين البعد البؤرى للشيئية إلى البعد البؤرى للعينية .

١٣ / ٧- عينية هيجنز (Huygens Eye-piece) :

نظرا لاستخدام العدسات لرؤية الأجسام بواسطة آلات الإبصار ، ونظرا لأن الأشعة المنكسرة من سطح كرى تقابل المحور فى نقطة واحدة ، إذا كانت زاوية الانحراف صغيرة ، ويزداد التشويه الكرى كلما زاد الانحراف ، لذلك لكى يرى الجسم غير مشوه يجب أن تكون العينية خالية من التشويه الكرى واللونى . وللحصول على أقل تشويه كرى ممكن من عدسة لامة يقسم الانحراف بالتساوى بين سطحى العدسة ، أى أن زاوية السقوط تساوى زاوية الخروج ، ولن يتم ذلك إلا باستخدام عدستين بدلا من عدسة واحدة ، كل منهما عدسة محدبة مستوية . توضع العدستان بحيث يتجه السطح المحدب لهما ناحية الشيئية ، وبذلك يكون انحراف شعاع مواز للمحور واحداً فى العدستين ، كما فى الشكل (١٣ - ٨) .

وتسمى العدسة الأولى F_1 عدسة المجال ، وتسمى العدسة الثانية F_2 عدسة العين .



شكل (١٣-٨)

من هندسة الشكل ، وباعتبار أن θ هى نفس الزاوية التى ينحرفها الشعاع فى كل من العدستين ، نجد أن ab = bc ، وإذا كان الشعاع الأصلى محورياً - أى - قريبا من المحور ، يمكن اعتبار أن :

$$bg = bc = \frac{1}{2} \; ae$$

لكن $ae = f_1$ وهو البعد البؤرى لعدسة المجال .

لذلك يكون بعد الصورة المكونة من العدسة الأولى عن العدسة الثانية هو :

$$ag = (f_1 - d) = \ell$$

ويكون بعد الصورة النهائية عند b عن العدسة الثانية هو :

$$bg = \frac{1}{2}(f_1 - d) = \ell'$$

وبتطبيق قانون العدسات يكون :

$$\frac{1}{\ell} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{\ell'}$$

$$\frac{1}{f_1 - d} + \frac{1}{f_2} = \frac{2}{f_1 - d}$$

ومنها نجد أن

$$d = f_1 - f_2 \qquad (13\text{-}11)$$

من هذه المعادلة نستنتج أنه للحصول على أقل تشويه كرى ممكن فى عينية هيجنز ، يجب أن تكون المسافة بين العدستين مساوية للفرق بين البعدين البؤريين للعدستين .

وللتخلص من التشويه اللونى لعدستين تفصلهما مسافة d (معادلة 14-12) يجب أن يكون $d = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$

وعلى ذلك فإذا أردنا تكوين مجموعة خالية من الزيغ الكرى والزيغ اللونى يجب أن تكون :

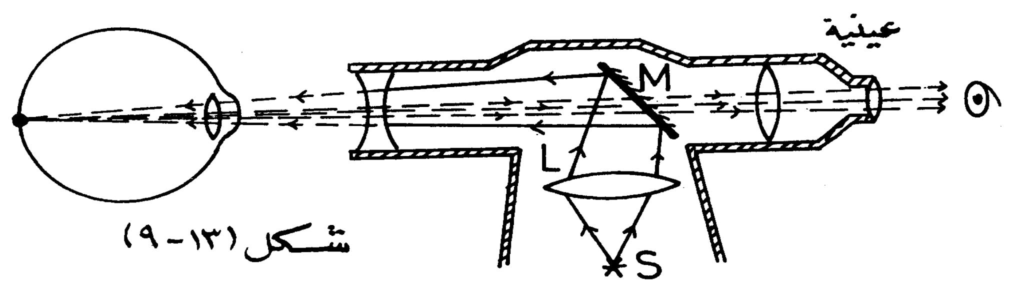
$$d = \frac{1}{2} (f_1 + f_2) = f_1 - f_2$$

أى أن تكون : $f_1 = 3 f_2$

وبذلك فإن عينية هينجنز تتكون من عدستين محدبتين مستويتى الوجه ، توضعان بحيث يقابل السطح المستوى لكل منهما العين ، ويكون سطح عدسة المجال كبيراً لاستقبال أكبر كمية ممكنة من الأشعة ، ويكون سطح عدسة العين صغيرا لاستقبال الأشعة المحورية فقط ، كما أن البعد البؤرى لعدسة المجال ثلاثة أضعاف البعد البؤرى لعدسة العين ، والمسافة بين العدستين هى الفرق بين بعديهما البؤريين ، أى مساوية لضعف البعد البؤرى لعدسة العين .

١٣/٨-منظار فحص العين (Opthalmoscope) :

هو منظار يستخدمه أطباء العيون لفحص قاع العين ، والكشف عن حالة الإبصار وتصحيح عيوبها . ويتكون من مصدر ضوء S موضوع أمام عدسة لامة L على بعد أكبر قليلا من بعدها البؤرى ، فتتجمع الأشعة لتسقط على مرآة M جزؤها الأوسط نصف مفضض ، ليسمح بالرؤية خلاله . تنعكس الأشعة على المرآة M لتسقط على عدسة العين وتتجمع فى نقطة داخل العين . إذا كانت هذه النقطة على شبكية العين ترتد عليها الأشعة ، وتخرج من العين على شكل حزمة متوازية وتنفذ من الجزء غير المفضض،من وسط المرآة إلى عين الطبيب فيرى صورة الشبكية واضحة مكبرة . شكل (١٣ - ٩) .



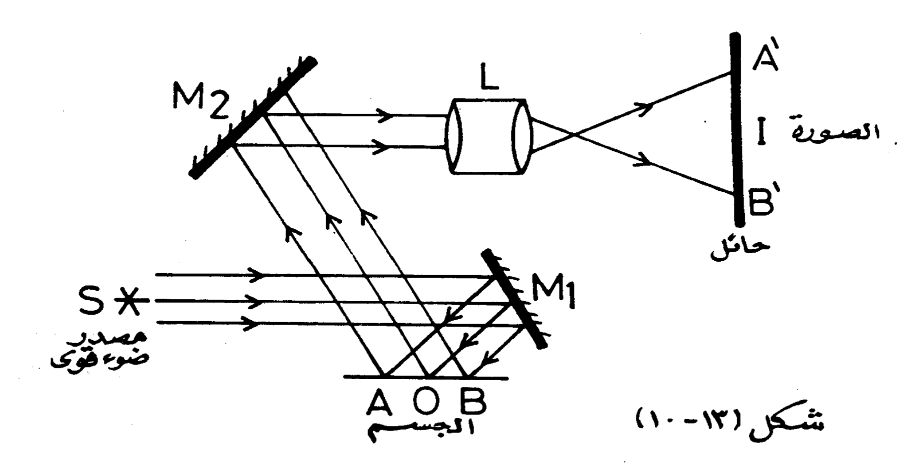
شكل (١٣-٩)

إذا كانت العين غير سليمة ، تتجمع الأشعة فى نقطة قبل الشبكية فى حالة قصر النظر ، وتتجمع بعدها فى حالة طول النظر ، وفى كلتا الحالتين لا تبدو صورة الشبكية واضحة لعين الطبيب .

ولإصلاح عيوب الإبصار يضع الطبيب ما يلزم من عدسات أمام عين المريض ، حتى يرى أن الأشعة قد تجمعت تماما على الشبكية ، ويدل ذلك على أن صور المرئيات أيضا سوف تتكون عليها إذا استخدم المريض هذه العدسات ، وبذلك ترى المرئيات واضحة .

١٣ / ٩-الإبيدياسكوب (Epidiascope) :

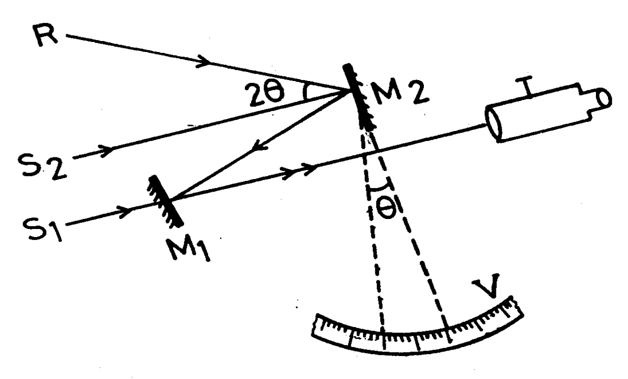
يستخدم هذا الجهاز للحصول على صور مكبرة لأجسام غير شفافة ، مثل صورة مطبوعة أو ورقة فى كتاب ، وتعتمد نظرية الجهاز على إضاءة الجسم إضاءة شديدة بواسطة مصدر ضوء S ومرآة عاكسة M_1 (شكل ١٣ - ١٠) . ثم يستقبل الضوء المنعكس من الجسم O على مرآة ثانية M_2 ومنها ينعكس إلى عدسة L حيث يتكون بواسطتها صورة حقيقية للجسم O على حائل بعيد I .



شكل (١٣-١٠)

١٣ / ١٠ – آلة السدس (Sextant) :

جهاز يستخدم لقياس الزاوية التى يصنعها جسمان بعيدان عن الراصد . ويتكون من تلسكوب T موجه إلى مرآة M_1 نصف مفضضة لتعكس جزءا من الضوء وتسمح بنفاذ جزء آخر منه ، ويتحرك دائريا أمام المرآة M_1 مرآة أخرى M_2 يمكن توجيهها ناحية الجسم المراد رصده ، كما أنه يمكن قياس زاوية دوران هذه المرآة على مقياس مدرج V . شكل (١٣– ١١) . وتعتمد نظرية هذا الجهاز على أنه إذا دارت مرآة بزاوية معينة ، فإن الشعاع المنعكس يدور بزاوية تساوى ضعف زاوية الدوران . (على الطالب إثبات ذلك) .



شكل (١٣– ١١)

اعتبر جسما بعيدا يرسل أشعة متوازية يسقط شعاع منها S_1 على المرآة نصف المفضضة M_1 ، فينفذ خلالها ويمر داخل قصبة التلسكوب T ويسقط شعاع آخر S_2 على المرآة الدوارة M_2 التى يمكن ضبط زاويتها بحيث ينعكس الشعاع S_2 على M_2 ثم على M_1 ويمر خلال التلسكوب . يتكون عندئذ صورتان منطبقتان فى مجال رؤية التلسكوب ، وتؤخذ قراءة المقياس V على أنها القراءة الصفرية .

إذا أريد رصد جسم آخر بعيد عن النقطة R ، يجب إدارة المرآة M_2 بزاوية θ حتى

نحصل على انطباق للجسمين الأول S والثانى R ، وتؤخذ قراءة المقياس وتكون زاوية الدوران هى الفرق بين القراءتين . ونظرا لأن زاوية دوران المرآة M_2 هى نصف زاوية الدوران الحقيقية للشعاع ؛ لذلك يدرج المقياس V عادة بأعداد مضاعفة مرتين ، وذلك ليعطى زاوية دوران الشعاع مباشرة .

عند وضع آلة السدس أفقيا يمكننا بمعرفة الزاوية بين جسمين تعيين البعد بينهما ، وعند وضعها رأسيا يمكننا تعيين الارتفاع لأجسام رأسية وذلك باستخدام حساب المثلثات .

تمارين على الفصل الثالث عشر

١ – إذا استخدمت عدسة لامة كميكرسكوب بسيط ، فاثبت أن التكبير يتناسب عكسيا مع بعدها البؤرى ؟

٢ – كيف ترتب عدستين لامتين لتستخدمهما :

١ – كميكرسكوب ؟

٢ – كتلسكوب ؟

وقارن بين فعل الشيئية فى الحالتين ، وارسم أشكالا توضح إجابتك ؟

٣ – أ – قارن بين التلسكوب الفلكى وتلسكوب جاليليو .

ب – إذا كان البعد البؤرى للعدسة المقعرة فى منظارجاليليو هو 3 سم والتكبير الذى نحصل عليه بهذا المنظار هو 8 فما يكون البعد البؤرى لعدسته المحدبة ؟ وما المسافة بين العدستين ؟

٤ – عدستان محدبتان بعدهما البؤرى 16، 4 سم وقد استعملتا كتلسكوب لرصد جسم بعيد جدا . ما قوة التكبير عندما تبدو الصورة عند بعد لا نهائى تقريبا ؟

٥ – البعد البؤرى لشيئية ميكرسكوب 1.25 سم ولعدسة العينية 2.5 سم ، وقد استخدمه شخص لفحص جسم صغير على بعد 1.87 سم من الشيئية . فإذا كانت أقصر مسافة للرؤية الواضحة له هى 30 سم ، فما يكون البعد بين عدستى الميكرسكوب ؟ وما مقدار التكبير الذى يحدثه ؟

٦ – ميكرسكوب مركب البعد البؤرى لشيئيته 1 سم ولعينيته 5 سم والبعد بينهما $15\frac{1}{6}$ سم ، فإذا كانت الصورة النهائية على بعد 25 سم من العين فأوجد بعد الجسم من الشيئية ودرجة تكبير الميكرسكوب ؟

٧ – تلسكوب جاليليو البعد البؤرى لشيئيته 12 سم ولعينيته 5 سم ، ضبطت صورته النهائية

لتكون على بعد 30 سم من العينية . أوجد التكبير ؟

٨ – يتركب تلسكوب من عدستين لامتين البعد البؤرى للأولى 250 سم وللثانية 2 سم ، يستخدم لرصد كوكب زاوية إبصاره $10^{-5} \times 5$ راديان . اشرح كيف يمكن استعمال العدستين لهذا الغرض ، وأوجد زاوية إبصار الصورة النهائية عند عين الراصد ؟

٩ – اشرح عمل منظار فحص العين وبين كيف يمكن بواسطته تصحيح قصر النظر وطول النظر لعين مريضة ؟

١٠ – اشرح كيف يمكن باستخدام آلة السدس إيجاد ارتفاع مبنى مرتفع .

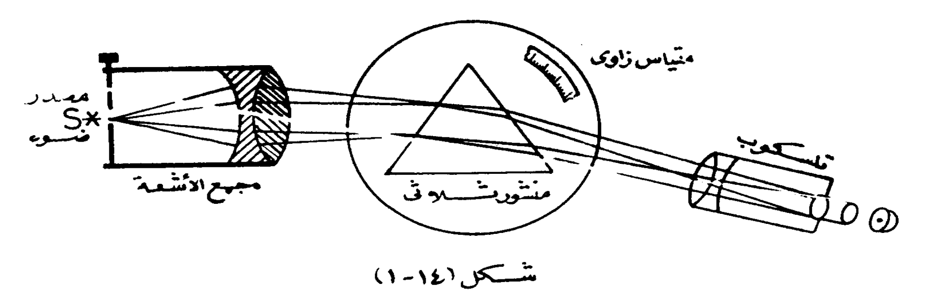
الفصل الرابع عشر
الطيف والقياس الطيفى

١٤ / ١- التشتت اللوني :

اكتشف نيوتن - فى النصف الثانى من القرن السابع عشر - أن ضوء الشمس إذا مر فى منشور ثلاثى يتحلل إلى ألوان سبعة ، تعرف بألوان الطيف ، هذه الألوان هى الأحمر والبرتقالى والأصفر والأخضر والأزرق والنيلى والبنفسجى . وأن اللون الأحمر أقل هذه الألوان انكسارا فى المنشور ، بينما اللون البنفسجى أكثرها انكساراً . ولم ينته اكتشاف نيوتن عند ذلك ، فقد وجد هيرشل أسفل منطقة الأشعة الحمراء أشعة غير مرئية سميت بالأشعة تحت الحمراء ، وكذلك وجد رايتر أشعة فوق البنفسجية سميت فوق البنفسجية .

والطيف المرئى هو جزء صغير من الطيف الكهرمغناطيسي ، كما مبين بالجدول (١١ - ١) . وتتصف أمواج الطيف عامة بسرعة انتشارها فى الفضاء . كما أنها لا تنحرف بالمجال الكهربى أوالمغناطيسي. وتشترك أمواج الطيف الكهرمغناطيسي فى ظواهر الانعكاس والانكسار والتداخل والحيود والاستقطاب .

ولقياس الطيف الضوئى يستخدم جهاز السبكترومتر ، ويتركب من مجمع للأشعة ومنشور ثلاثى وتلسكوب ، كما فى الشكل(١٤ - ١) .



شكل (١٤-١)

يتكون موجه الأشعة من أنبوبة معدنية فى نهايتها عدسة لامة L ، لتجميع الأشعة ويراعى أن تكون هذه العدسة مكونة من مجموعة لا لونية . وينزلق داخل هذه الأنبوبة أنبوبة أصغر منها ، بها فتحة مستطيلة يمكن التحكم فى اتساعها بواسطة مسمار محوى ، ويضبط موضع الفتحة ليكون فى بؤرة العدسة L فتخرج منها الأشعة متوازية ، لتسقط على منشور ثلاثى مثبت على قاعدة أفقية تدور حول محور رأسى وتتصل بها ورنية ، تتحرك على محيطة دائرة مدرجة . تتحلل ألوان الحزمة المتوازية إلى ألوان الطيف بمرورها داخل المنشور ، وتسقط الحزم الملونة على شيئية التلسكوب T ، فيتجمع كل لون فى بؤرة تقع فى المستوى البؤرى للشيئية ، مكونة صورة حقيقية مصغرة للطيف يتم تكبيرها بالنظر فى عينية التلسكوب . ويوضع عادة خيطان متعامدان فى المستوى البؤرى لشيئية التلسكوب . وبذلك يمكن أن ينطبق أى جزء من أجزاء الطيف على تقاطع الخيطين المتعامدين .

يدور التلسكوب حول محور رأسى حتى يمكن توجيهه إلى أى جزء من أجزاء الطيف يراد دراسته كما يتصل بالتلسكوب ورنية تتحرك على مقياس دائرى .

عند إعداد السبكترومتر للعمل يضبط التلسكوب أولا لرؤية الأشعة المتوازية ، وذلك بتحريك عينية التلسكوب حتى يرى الخيطان المتعامدان واضحين ، ثم يوجه التلسكوب لجسم بعيد ، وتحرك أنبوبته المثبت بها العينية حتى يرى بوضوح انطباق الخيطين على الجسم البعيد . وبذلك يكون الخيطان فى المستوى البؤرى للتلسكوب . ثم يوضع موجه الأشعة والتلسكوب على استقامة واحدة ، وينظر خلال التلسكوب إلى مصدر ضوء – وليكن لهب صوديوم – وتحرك الأنبوبة التى بها موجه الأشعة ، حتى تظهر صورتها واضحة ومنطبقة على الخيطين المتعامدين ، وبذلك تكون الأشعة الخارجة من الموجه متوازية ، حيث تكون الفتحة فى بؤرة عدسته .

يستخدم السبكترومتر بعد إعداده للعمل ، لقياس معامل انكسار مادة وكذلك قدرتها على التشتت اللونى . فبقياس زاويتى الانحراف للونين الأحمر والبنفسجى D_v ، D_r ، وعند مرورهما فى منشور زاوية رأسية صغيرة A يكون التشتت الزاوى $(D_v - D_r)$.

وباستخدام قانون المنشور الرقيق معادلة (2 - 12) يكون انحراف الأشعة داخله هو :

$$D = A(\mu - 1)$$

حيث μ معامل انكسار مادة المنشور

$$D_v = A(\mu_v - 1)$$

$$D_r = A(\mu_r - 1)$$

$$(D_v - D_r) = (\mu_v - \mu_r)A \qquad (14 - 1)$$

وتكون القدرة على التشتت ω هى :

$$\omega = \frac{D_v - D_r}{D} = \frac{\mu_v - \mu_r}{\mu} \qquad (14 - 2)$$

ويؤخذ معامل انكسار مادة المنشور للضوء الأبيض n ، على أنها المتوسط الحسابى لمعاملى انكساره للونين الأحمر والبنفسجى ، أى أن :

$$n = \frac{1}{2}(\mu_v + \mu_r) \qquad (14 - 3)$$

١٤/٢– أنواع الطيف :

ينقسم الطيف المنظور إلى نوعين :

أ – طيف انبعاث وينقسم إلى ثلاثة أنواع هى : طيف مستمر وطيف خطى وطيف شريطى .

ب – طيف امتصاص ومنه نوعان : طيف امتصاص خطى وطيف امتصاص شريطى .

ومصدر الطيف بأنواعه هو انتقال إلكترونات الذرات أو الجزيئات المكونة للمادة بين مستويات الطاقة المختلفة . فمن المعروف أن الذرة تتركب من نواة موجبة التكهرب ، يحيط بها إلكترونات تتحرك فى مسارات مختلفة يميز كل مسار مستوى معين من الطاقة . عندما يقفز إلكترون من مستوى طاقة مرتفع إلى آخر أقل منه ، تنبعث من الذرة طاقة مشعة تساوى الفرق بين الطاقة الابتدائية والنهائية ، وتظهر

هذه الطاقة على شكل فوتون طاقته hf حيث f هو تردد الفوتون ، h ثابت بلانك . وإذا كانت سرعة الضوء c تكون طاقة الفوتون ، (hc / λ) حيث λ هي طول موجة الفوتون . وعند استعمال مقياس الطيف . (السبكترومتر) يرى الفوتون في مكانه من الطيف المنظور . فإذا كان انتقال الإلكترون بين مستويين محددين للطاقة (E_2 , E_1) يكون لجميع الفوتونات الناشئة عن عملية الانتقال هذه طول موجة ثابت ، وبذلك يظهر في السبكترومتر خط له لون معين .

$$E_1 - E_2 = hf = (hc / \lambda) \tag{14 - 4}$$

أ - طيف الانبعاث :

وبذلك يتكون طيف الانبعاث الخطى من خطوط مضيئة ملونة ، تختلف في شدة إضاءتها ، وتظهر هذه الخطوط على خلفية معتمة . كصور لفتحة الضوء في موجه الأشعة بالسبكترومتر . ويختلف عدد الخطوط ومواضعها في الطيف ، وفقا لنوع وطبيعة المادة المنتجة للطيف ، ولذلك يستخدم هذا النوع في الكشف عن المواد المختلفة وتركيبها الذرى .

ويعتبر الطيف الخطى للأيدروجين نموذجا شائعا .

أما في حالة المركبات والمواد الجزيئية فيظهر لها طيف انبعاث شريطى على هيئة شرائط مضيئة على أرضية مظلمة ، ويكون لهذه الشرائط ألوان تتوقف على موضعها في الطيف ، كما يظهر عادة لكل شريط نهايتان : إما أن يكونا كلاهما حادين أو أحدهما حاد والآخر مضمحل ، أو أن يكون الطرفان مضمحلين . وباستخدام سبكترومتر له قدرة تحليل كبيرة ، يمكن رؤية التركيب الدقيق لكل شريط ، إذ يظهر أنه يكون أعداداً كبيرة من الخطوط الدقيقة تجاور بعضها البعض .

ينتج الطيف الشريطى من إثارة الجزيئات بدلا من الذرات ، فمثلا عند إحداث تفريغ كهربائى خلال ضغط مخلخل من غاز ثانى أكسيد الكربون ، ينتج طيف شريطى خاص بجزئ ثانى أكسيد الكربون CO_2 ، ولا يتوقف هذا الطيف على أى من ذرتى الكربون أو الأكسجين . ولا ينشأ الطيف الخطى في هذه الحالة إلا إذا تفكك الجزىء إلى ذرات ، ثم

أثيرت هذه الذرات فرادى لتحدث طيفها الخطى .

وهناك أيضا طيف الانبعاث المستمر ، وطيف ضوء الشمس هو أحد أنواعه . وينشأ عن المواد الساخنة لدرجة التوهج ، فمن المعروف أنه عند تسخين جسم يبدأ فى الاحمرار عندما يصل لدرجة حرارة حوالى 550°م ، ثم يرفع درجة حرارته يبعث فوتونات ذات أطوال موجات أقصر من الأحمر ، وبذلك يتوهج ويرسل ضوءاً أبيض عندما ترتفع درجته ارتفاعا كبيرا . وعلى ذلك يتميز طيف الانبعاث المستمر بظهور ألوان الطيف السبعة جميعا ، متدرجة دون فواصل من اللون الأحمر إلى اللون البنفسجى . ومثال لذلك طيف ضوء فتيل متوهج لمصباح كهربائى .

ومصدر الطيف المستمر هو أن الطاقة الحرارية الكبيرة عند الدرجات المرتفعة تسبب إثارة الإلكترونات لجميع مستويات الطاقة ، التى تصبح مسموحة نتيجة لتأثير الذرات المتجاورة ، وعند عودة هذه الإلكترونات لمستوياتها الأصلية تبعث فوتونات ، لها جميع أطوال الموجات فى الطيف المنظور ، لذلك تظهر ألوان هذا الطيف متدرجة دون فواصل .

ب – طيف الامتصاص :

طيف الامتصاص الخطى هو طيف انبعاث مستمر تظهر عليه خطوط معتمة ، وينشأ هذا الطيف إذا استخدمنا مصدرا للطيف المستمر مثل ضوء الشمس ، ثم سمحنا للضوء الأبيض قبل إمراره فى السبكترومتر بالمرور فى أنبوبة تفريغ كهربائى لغاز الأيدروجين مثلا ، فإننا نشاهد فى التلسكوب طيفا مستمرا لضوء الشمس تظهر عليه خطوط معتمة فى نفس مواضع الخطوط المضيئة التى يبعثها الأيدروجين . ويسمى الطيف فى هذه الحالة بطيف الامتصاص الخطى . والسبب فى ظهور الخطوط مظلمة هو أن الأيدروجين المثار يمتص من الضوء الأبيض نفس اللون الذى يعطيه بالإشعاع . كذلك تمتص الغازات والأبخرة المثارة نفس ألوان أطياف إشعاعها عند مرور ضوء أبيض خلالها .

وتظهر خطوط امتصاص فى طيف الشمس ، تعرف بخطوط فرنهوفر وقد فسر كيرشوف وجودها ، بأن الشمس كجسم ساخن ترسل أشعة بيضاء طيفها مستمر ، ولكن

يحيط بالشمس جو من الغازات والأبـخرة ، لعناصر مختلفة إلكتروناتها مثارة بارتفاع درجة الحرارة ، لذلك عندما يمر الضوء الأبيض خلالها تمتص منه أطوالا موجية معينة هى خطوط امـتـصـاص هذه المواد ، وتظهـر سـوداء فى طيف الشـمس . وبدراسـة هذه الخطوط أمكن الاستدلال على وجـود عناصـر معينة فى جو الشـمس . وجدير بالذكر أن غاز الهيليوم قد اكتشف وجوده بهذه الطريقة فى الشمس ، قبل أن يكتشف على الأرض .

أما طيف الامتصاص الشريطى فهو أيضا طيف انبعاث مستمر ، ولكن يتخلله فى هذه الحالة شرائط معتمة . ونحصل عليه بنفس طريقة الحصول على طيف الامتصاص الخطى ، بإمـرار الضـوء الأبيض على نوعية المادة المراد فحص طيف امـتـصـاصـهـا . وتدل شـرائط الامـتـصـاص على نوعية المادة وتدل اتساع هذه الشرائط على درجة تركيز المادة إذا كانت فى محلول . وتستخدم هذه الطريقة بكثرة عند دراسة الدم والكلوروفيل ، اللذين لهما شرائط امتصاص مميزة يسهل التعرف عليهما .

١٤/٣ — طرق الحصول على الطيف :

يمكن الحصول على أطياف مختلفة بالطرق الآتية :

أ – طيف اللهب :

ويستخدم فى الحصول على طيف انبعاث بعض المصـادر ، ويسـتـخدم عادة لهب بنزن لتسـخين الملح ، بوضـعه على سلك بلاتين فى اللهب فتتطاير ذرات الملح ، وتثار إلكتروناتها فتعطى الطيف المميز لها . والمثال الشائع لطيف اللهب هو طيف لهب الصوديوم باستخدام ملح الطعام .

ب – طيف الشرارة :

ونحصل عليه عند التفريغ الكهربائى فى غاز أو فى بخار ، ويستـخدم لذلك زوج من الأقطاب المعدنية أو من الكربون ، تتصل بملف حث ويقرب القطبان إلى أن تحدث الشرارة ،

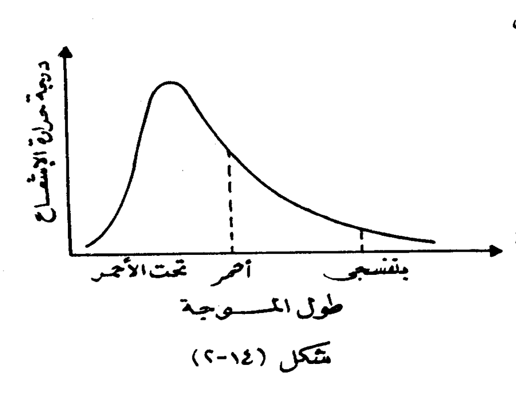
عندئذ يتطاير من الجسم دقائق تنتشر فى الحيز بين القطبين ، فتتوهج الشرارة بالضوء المميز لتلك المادة . يمكن وضع المادة فى فتحات أسطوانية داخل القطبين لتيسر تبخرها عند حدوث الشرارة .

جـ – طيف أنابيب التفريغ الكهربائي المخلخلة :

ونحصل عليه بوضع الغاز تحت الاختبار بضغط مخلخل ، فى أنبوبة مفرغة بها قطبان كهربيان متصلان بمصدر جهد مرتفع ، فتحدث شرارة تفريغ وينشأ الطيف المميز للغاز . وتستخدم هذه الطريقة عادة فى أنابيب التفريغ التجارية ، المستعملة للإضاءة والإعلانات كأنابيب النيون وبخار الصوديوم والزئبق .

١٤ / ٤– الأشعة الحرارية أو الأشعة تحت الحمراء :

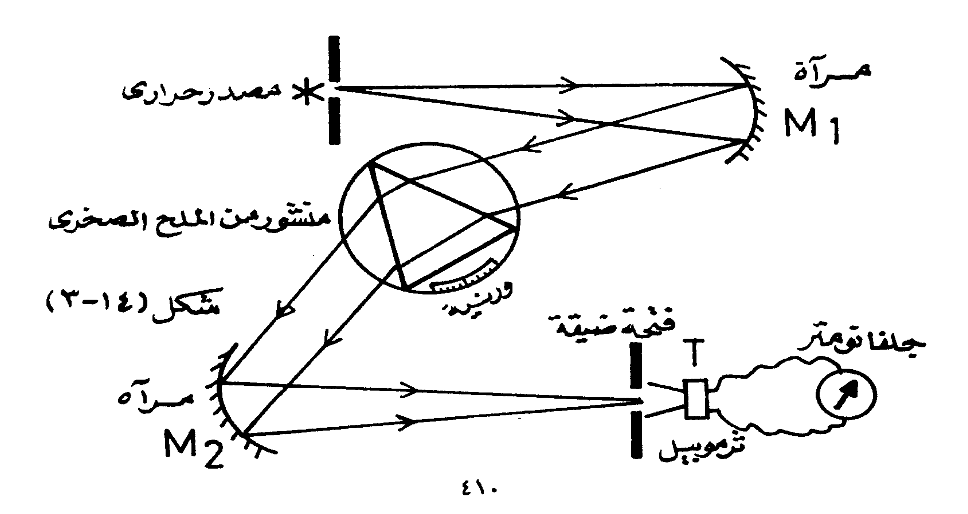
فى أوائل القرن التاسع عشر اختبر هرشل طيف ضوء الشمس حراريا ، بأن نقل ترمومترا صغيرا حساسا فى مناطق الطيف المختلفة ، فوجد أن درجة الحرارة التى يسجلها الترمومتر تصل لنهاية عظمى ، فى المنطقة غير المرئية بعد اللون الأحمر كما مبين بالشكل(١٤ – ٢) . وقد استنتج من ذلك أنه توجد أمواج غير مرئية . يزيد طولها عن الطول الموجى للأشعة الحمراء . تأثيرها حرارى لذلك سميت بالأشعة الحرارية أو الأشعة تحت الحمراء . هذه الأشعة كهرمغناطيسية تشبه فى طبيعتها الأشعة الضوئية ، من حيث انتشارها فى خطوط مستقيمة وينطبق عليها كل قوانين الضوء المنظور . وتتميز الأشعة



شكل (١٤-٢)

الحرارية بتأثيرها الحرارى والفوتوغرافى ، كما أن كبر طول موجتها يجعلها لا تتشتت بسهولة بالضباب والغبار فى الجو ، ولذلك فإنها تستعمل فى التصوير الليلى للأجسام البعيدة . ويستخدم عادة للكشف عنها جهاز الترموبيل وقد سبق شرحه ، أو جهاز بولومتر الإشعاع الذى يعتمد على قياس تغير مقاومة صفيحة رقيقة من البلاتين بالحرارة الناشئة عن تعرضها للإشعاع .

عند دراسة طيف الأشعة تحت الحمراء لا يصلح استخدام المنشور الزجاجى ، حيث إن الزجاج العادى يمتص بشدة الأشعة الحرارية ؛ لذلك يستبدل المنشور الزجاجى بمنشور من الملح الصخرى ، الذى يعتبر شفافا بالنسبة لهذه الأشعة ، كما يستبدل فى إسبكترومتر الأشعة تحت الحمراء العدسات بمرايا مقعرة M_2 ، M_1 كما مبين بالشكل (١٤ - ٣) حيث تؤدى هذه المرايا نفس الغرض من تركيز الأشعة دون أن تمتصها . ويثبت مكان عينية السبكترومتر جهاز ثرموبيل T ، بحيث يكون سلكه خلف فتحة استقبال الطيف ، ويؤخذ انحراف جلفانومتر حساس متصل بالثرموبيل ، كمقياس للشدة الطيفية للأشعة تحت الحمراء ، وعند إدارة المنشور على قاعدته الدورانية مع تثبيت الترموبيل ، يمكن استقبال المركبات الطيفية المختلفة فى طيف الأشعة الساقطة .



شكل (١٤-٣)

ومن أهم مصادر الأشعة ضوء الشمس والأجسام المعدنية المسخنة لدرجة الاحمرار وقوس الكربون الكهربائى .

١٤/ ٥ - الأشعة فوق البنفسجية :

إذا عرض لوح فوتوغرافى حساس إلى طيف حادث بمنشور ، فإننا نلاحظ عند إظهار الصورة على اللوح أن الأشعة الحمراء لم تؤثر فيه تأثيرا يذكر ، بينما يكون اللوح قد تأثر بشدة بالأشعة الزرقاء والبنفسجية ، ويتأثر بدرجة أكبر فيما بعد المنطقة البنفسجية من الطيف ، مما يدل على وجود أشعة غير مرئية تمتد فوق الطرف البنفسجى للطيف المنظور ، وقد سميت هذه الأشعة بفوق البنفسجية وقد وجد أيضا أن الزجاج يمتص هذه الأشعة بدرجة كبيرة ، لذلك يستخدم عند دراستها بالسبكترومتر منشور من مادة الكوارتز الشفافة لهذه الأشعة ، وكذلك تصنع عدسات اسبكترومتر الأشعة فوق البنفسجية من الكوارتز .

وللأشعة فوق البنفسجية تأثيرات شتى لها فعل مهم فى الحياة . فلهذه الأشعة القدرة على تحويل بعض المركبات المختزنة فى جسم الإنسان إلى فيتامين د ، وذلك عندما يتعرض الجلد لها . كما أنها تساعد فى عملية التمثيل الكلوروفيلى على تكوين الجلوكوز ، الذى يتحول إلى نشا فى خلايا النبات . وإذا سقطت هذه الأشعة على الغازات سببت تأينها كما أنها تحدث الظاهرة الفلورية لبعض المواد .

والظاهرة الفلورية هى ظهور ضوء منظور صادر عن المادة إذا ما سقطت عليها الأشعة فوق البنفسجية . ويختلف الطول الموجى للضوء الصادر باختلاف طبيعة المادة المعرضة للأشعة . وهناك بعض المواد تتميز باستمرار انبعاث الضوء منها ، حتى بعد إبعاد الأشعة فوق البنفسجية ، وتعرف هذه الظاهرة بالتفسفر نسبة إلى مادة الفوسفور التى تظهر فيها تلك الخاصية .

وللضوء فوق البنفسجى قدرة على إثارة التلون لبعض المحاليل ، فمثلا يتلون باللون الأحمر محلول الكلوروفيل فى الكحول ، ويتلون باللون الأخضر محلول سيانور الباريوم

البلاتينى ، عندما يتعرض كل منهما لهذه الأشعة .

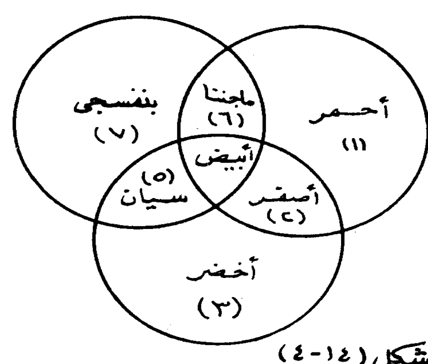
٦/١٤- ألوان الأجسام وإحساس العين باللون :

إذا سقط ضوء أبيض على جسم ملون ينعكس جزء منه ، ويظهر بذلك للعين بألوانه المختلفة . فالجسم الأزرق يمتص جميع الألوان فيما عدا اللون الأزرق ، والجسم الأحمر لا يعكس من جميع ألوان الطيف إلا اللون الأحمر وهكذا . ولإثبات أن ألوان الأجسام تكون نتيجة لما تعكسه من ألوان الطيف ، نحضر أجساما ذات ألوان مختلفة . إذا وضع أى منها فى أى منطقة من الطيف ليست على لونه فإنه يبدو أسود اللون ، أما إذا وضع فى المنطقة التى لها نفس لونه يزداد لونه شدة وقوة . فورقة الشجر تبدو خضراء فى منطقة اللون الأخضر من الطيف وتراها العين سوداء فى منطقة اللون الأحمر أو الأزرق .

وكما يحدث بالنسبة لانعكاس الألوان على الأجسام ، يحدث بالنسبة لامتصاصها إذا مر ضوء أبيض خلالها . إذ يمتص الجسم جميع ألوان الطيف فيما عدا لون الجسم ، الذى يستطيع أن ينفذ خلاله ، فيرى الجسم متميزا بذلك اللون . أما إذا امتص الجسم جميع ألوان الطيف الساقطة عليه يبدو الجسم أسود اللون .

يتوقف إحساس العين باللون على الطول الموجى للضوء الساقط عليها ، فالفوتونات ذات الطول الموجى 6000 إنجستروم مثلا ، تعطى إحساسا باللون الأصفر أما الفوتونات التى لها طول موجى 3000 إنجستروم ، فإنها تعطى إحساسا باللون البنفسجى وهكذا . وعندما يسقط على العين نوعان من الفوتونات لا يبدو اللون خليطا بين لونيهما بل يظهر لون آخر . فمثلا رؤية خليط من اللونين الأحمر والأخضر تعطى إحساسا باللون الأصفر . أى أن العين يمكن أن ترى اللون الاصفر إذا تعرضت لفوتونات تهيج فيها الإحساس باللونين الأحمر والأخضر معا . ولكن يوجد هناك ثلاثة ألوان أولية هى الأحمر والأخضر والبنفسجى ، وهى الألوان التى لا يمكن أن تحس بها العين عن طريق خلط أى من الألوان الأخرى . وعموما فكل إحساس لونى يمكن إحداثه بخلط الألوان الأولية الثلاثة . ويمكن إظهار نتيجة

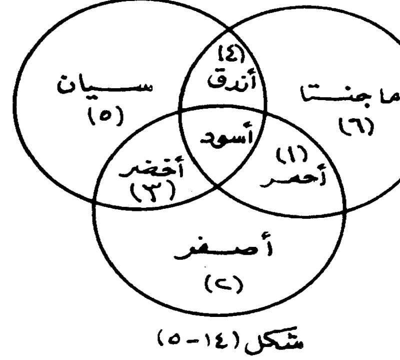
مزج الألوان الأولية . برسم ثلاث دوائر كما في الشكل (١٤ - ٤) حيث تأخذ كل دائرة أحد الألوان الأولية، ونرسم هذه الدوائر بحيث يتقاطع كل اثنين معا ، كما تتقاطع جميعا في منطقة مشتركة تختلط فيها الألوان الأولية للدوائر الثلاث ، وينتج لذلك لون أبيض ويكون لون القطاع بين الدائرة الحمراء والخضراء أصفر ،



شكل (١٤-٤)

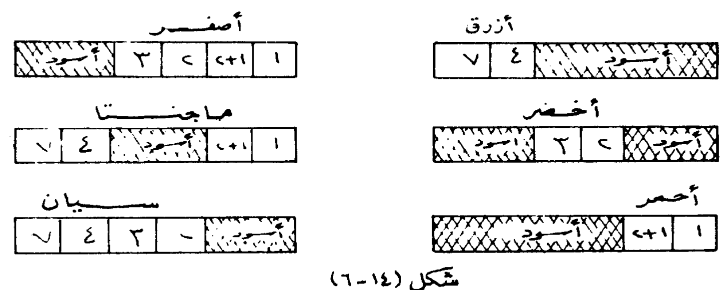
كما يمثل اللون النيلي أو الماجنتا لون القطاع المشترك بين الأحمر والبنفسجي ، واللون السيان بين البنفسجي والأخضر .

تسمى الألوان : الأصفر والسيان والماجنتا بالألوان الأولية الطرحية ويلاحظ أن اللون الأصفر الذي نتج عن مزج الأحمر والأخضر يعادل أيضا ألوان الطيف جميعها محذوفا منه اللون الأولى الأزرق . وبالمثل بالنسبة للماجنتا والسيان . كما أن مزج الألوان الأولية الطرحية الأصفر والماجنتا والسيان تعطى لونا أسود ، تمثله المساحة المشتركة للثلاث دوائر المبينة في الشكل(١٤ - ٥) .



شكل (١٤-٥)

ويوضح الشكل(١٤ - ٦) مزج ألوان الطيف المختلفة وما ينشأ عن ذلك .



شكل (١٤-٦)

ويعتبر موضوع مزج الألوان ذا أهمية كبيرة عند الرسامين والفنانين ، الذين يحتاجون لدرجات مختلفة من الألوان . فمثلا الحصول على الألوان بالجمع يؤدى إلى ألوان زاهية بينما الحصول على الألوان بالحذف يعطى ألوانا قاتمة . وذلك مثلما يعطى تجميع الألوان الأولية الأحمر والأخضر والبنفسجى اللون الأبيض . بينما يعطى مزج الألوان الطرحية الماجنتا والسيان والأصفر اللون الاسود .

ويقال : إن لونين متتامين إذا خلط أحدهما بالآخر ، ونتج عن ذلك لون أبيض ، ومن أمثلة ذلك اللونان الأحمر والأخضر كذلك الأصفر والأزرق ، وأيضاً الأخضر والأرجوانى هذه كلها ألوان متتامة .

أسئلة علي الفصل الرابع عشر

١ – اشرح تجربة تثبت بها أن لون الجسم يتوقف على الضوء الساقط عليه ، وليس خاصة من خواص الجسم نفسه ؟

٢ – ما هى الطيف ؟ اشرح طريقة للحصول على طيف نقى ؟

٣ – علل لما يأتى :

ترى الشمس حمراء قاتمة عند النظر إليها خلال لوح من الزجاج وزرقاء قاتمه إذا نظر إليها خلال لوح آخر ، ولا تري بتاتا إذا نظر إليها من خلال اللوحين معا .

٤ – ما هو طيف الامتصاص ؟اشرح كيف امكن بواسطة خطوط فرنهوفر اكتشاف غاز الهليوم فى جو الشمس ، قبل اكتشافه على سطح الأرض ؟

٥ – ما هى الأطياف غير المرئية وما هى خواصها ؟

اشرح جهاز اسبكترومتر لقياسها ؟

٦ – اذكر ما تعرفه عن : الظاهرة الفلورية – التفسفر ؟

الفصل الخامس عشر
التداخل - الحيود - الاستقطاب

١٥ / ١- تداخل حركتين موجيتين :

عندما أعلن هيجنز نظريته الموجية فى الضوء ، اعتبر أن الضوء حركة موجية تنتشر بسرعة كبيرة منتظمة فى الوسط . وشبه انتشار الأمواج من المصدر كانتشار التموجات على سطح ماء ساكن عند سقوط جسم فيه ، حيث تنتشر هذه التموجات على شكل دوائر مركزها موقع سقوط الجسم .

وقد عرف هيجنز صدر الموجة عند لحظة معينة ، بأنها السطح الكروى الذى يحيط بالمصدر الضوئى ، والذى يغلف جميع النقط التى لها نفس الطور من الحركة الموجية . كما فرض أن كل نقطة من صدر الموجة يمكن اعتبارها مركزا موجيا ثانويا تنتشر منه مويجات كرية بنفس سرعة الضوء .

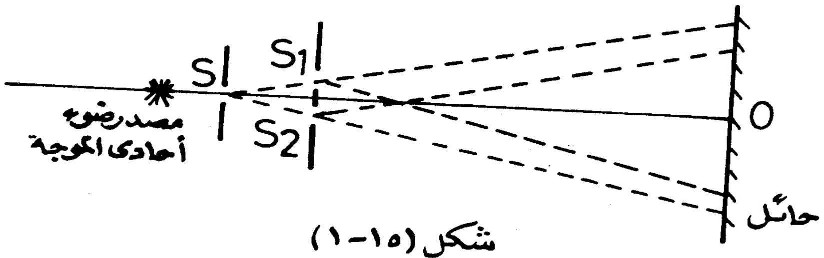
فإذا كان هناك مصدران يبعث كل منهما موجات كرية ، تتداخل هذه الموجات وتتوقف الشدة الضوئية عند أى نقطة على الاختلاف فى الطور بين مركبتى الشدة الضوئية عن كل مصدر . ولذلك إذا اتحدت الشدتان فى الطور نتج عن ذلك إضاءة مضاعفة ، أما إذا اختلف الطور بينهما تلاشت الشدة الضوئية ونتج عن ذلك منطقة إعتام .

ولإبراز ظاهرة التداخل فى الضوء مرئية للعين يجب أن يكون مصدرا الضوء مترابطين . ومعنى أن تكون أمواج الضوء المنبعثة من المصدرين مترابطة ، هو أن تبدأ دائما متحدة فى الطور . ولذلك يستحيل إظهار التداخل باستخدام مصدرين منفصلين للضوء ، إذ أن من الصفات الأساسية للمتذبذب الذرى الذى يبعث الفوتونات الضوئية أن يغير طوره باستمرار وبشكل عشوائى ؛ فلكى نضمن أن نحصل على موجتين ضوئيتين مترابطتين صادرتين من نقطتين مختلفتين يجب أن نبدأ بمصدر ضوئى واحد ، ثم نقسم إشعاعه إلى جزأين يتخذ كل منهما مسارا خاصا ثم يلتقيان ثانية عند نقطة واحدة . وتتوقف الشدة

الضـوئيـة عندئذ على الفرق فى طول المسـار الذى اتبعـه كل منهمـا . فـإذا كـان الفرق فى المسار عددا صحيحا من طول الموجة كان التداخل بناءً أى تكون الشدة الضوئية مضاعفة، أما إذا كان الفرق فى المسار عددا فرديا من أنصاف طول الموجة ، كان التداخل هداما أى تتلاشى الشدة الضوئية وتظهر منطقة إعتام عند هذه النقطة .

١٥ /٢ – تجربة يونج Young :

أجرى تومـاس يونج تجربة لتداخل الضوء . تعتبر أول تحقيق عملى للنظرية الموجية التى وضعها هيجنز عن طبيعة الضوء . استخدم فيها شقاً ضيقاً مستطيلاً S فى حاجز يوضع خلفه مصدر ضوئى أحادى اللون مثل لهب الصوديوم . ويوضـع أمام هذا الشق S شقان مستطيلان S_1 ، S_2 فى وضع يوازى الشق الأول S شكل (١٥ -١) . نفـرض أن المسافة بين الفتحتين S_1 & S_2 هى d وأنهما يبعدان مسافة R عن الحائل الذى تسقط عليه الأشعة الصادرة عن الفتحتين .



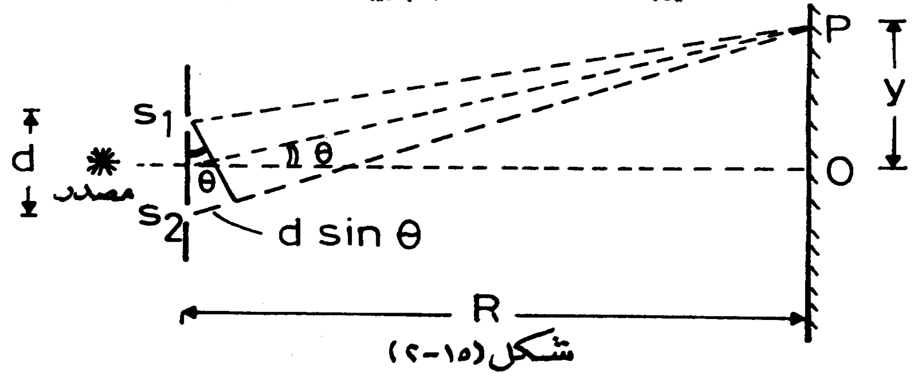
شكل (١٥-١)

تظهر على هذا الحائل خطوط مضيئة ، وأخرى مظلمة توازى الفتحتين S_1 ، S_2 وقد سميت هذه الخطوط بهدب التداخل . وقد لاحظ يونج أنه بقفل أى من الفتحتين ، لمنع مرور الضوء منها تختفى فى الحال الخطوط المظلمة وتظهر الإضاءة على الحائل منتظمة تماما . والنتيجة المستخلصة من ذلك أن إضافة الضوء على الضوء يمكن أن تحدث ظلمة وهذا ، ما لا تستطيع أبدا تفسيره النظرية الجسيمية للضوء ، التى سبق أن وضعها نيوتن والتى تعتبر

الضوء مكوناً من جسيمات صغيرة تسير بسرعة كبيرة ، يمكن لها أن تنعكس على الأجسام وأن تنكسر فى الأوساط المختلفة .

وتفسير ظهور هدب التداخل – استنادا إلى النظرية الموجية – هو وجود مواضع على الحائل تلتقى فيها قمة موجية ، صادرة من S_1 مع أخرى صادرة من S_2 فتحدث إضاءة عظمى ، بينما توجد مواضع أخرى تلتقى فيها قمة مع قاع فتحدث ظلمة نتيجة لذلك .

ترتبط المسافات بين هدب التداخل بطول موجة الضوء المستخدم ولتكن λ ولإيجاد هذه العلاقة نعتبر الرسم فى الشكل(١٥ – ٢) . ونفرض أن المسافة بين الفتحتين S_2 , S_1 هى d ، وأن بعد الحائل عنهما R وأن P هى نقطة على الحائل فى اتجاه يصنع زاوية θ ، مع خط التماثل OS . يوجد عند النقطة P أحد الهدب ويبعد مسافة y عن النقطة O



شكل(١٥-٢)

تبدأ مويجات الضوء الصادرة عن الفتحتين S_2 , S_1 مترابطة – أى – متحدة فى الطور ، ولكن عندما تنتشر وتصل إلى النقطة P لن تظل كذلك ، بسبب وجود فرق فى طول المسار وهو ($S_2P - S_1P$) . ومن هندسة الشكل(١٥ – ٢) يساوى هذا الفرق فى المسار $d \sin\theta$.

تحدث تقوية للضوء ، ويظهر هدب مضئ إذا كان $d \sin\theta$ مساويا لعدد صحيح من طول موجة الضوء λ ، وليكن $m\lambda$ حيث m تأخذ القيم الصحيحة للأعداد أى أن , $m = 0$

.... , 3 , 2 , 1 أى أن شرط حدوث هدب مضىء هو :

$$d \sin\theta = m\lambda \qquad (15 - 1)$$

ويكون الهدب المضىء فى المركز عند النقطة O هو الهدب المقابل لقيمة $m = 0$ فى معادلة (1 - 15) . وعندما نعتبر الهدب رقم m بعيدا عن المركز O يكون بعده عن O هو :

$$y = R \tan\theta \qquad (15 - 2)$$

ولكن نظرا لأن الزاوية θ تكون دائما صغيرة جدا ، لذلك يمكن اعتبار $\tan\theta \cong \sin\theta$ وبذلك تصبح معادلة (2 - 15)

$$y = R \sin\theta \qquad (15 - 3)$$

وباستخدام معادلة (1 - 15) نحصل على بعد الهدب m عن المركز O

$$y = R \frac{m\lambda}{d} \qquad (15 - 4)$$

وتكون المسافة بين هدبتين متتاليتين (m + 1) ، m هى X حيث

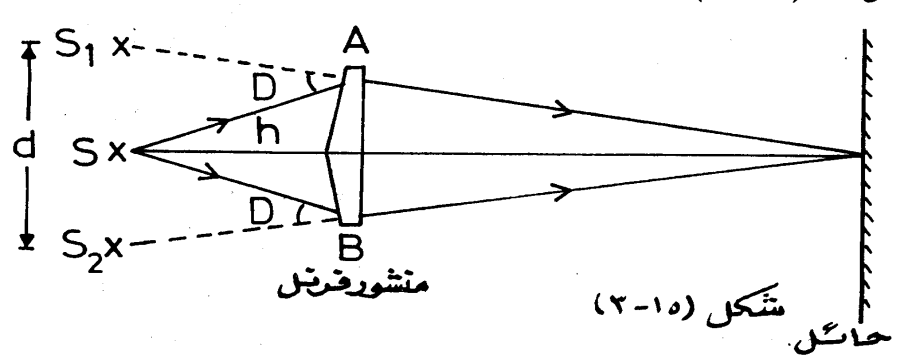
$$y_{m+1} - y_m = X = R \frac{\lambda}{d} \qquad (15 - 5)$$

ويمكن تعيين الطول الموجى للأشعة المستخدمة فى التجربة ، وذلك بقياس المسافة X بين هدبتين متتاليتين والبعدين d & R مع استخدام المعادلة (5 - 15) . ويتضح من المعادلة أنه كلما صغرت المسافة d بين الفتحتين S_1 , S_2 كلما كبرت المسافة X بين الأهداب، وذلك مما ييسر رؤيتها . وتكون المسافة $d = 1$ mm عادة . كما يستخدم فى تجربة يونج عينية ميكروسكوب ، توضع على امتداد محور الجهاز وهو الخط OS ويستغنى عندئذ عن الحائل .

١٥/٣– تداخل الضوء بمنشور فرنل المزدوج :

لكى يثبت فرنل أن حيود الضوء على الفتحات فى تجربة يونج ، ليس هو سبب تداخل

الضوء وظهور الهدب ، استخدم للحصول على مصدرين ضوئيين مترابطين منشوراً مزدوجاً يعرف باسمه ، ويتكون من منشورين رقيقين متحدى القاعدة يوضع مصدر الضوء S أمامهما ، فتتكون له صورتان S_1 & S_2 ناتجتان من انكسار الأشعة فى المنشورين ، كما فى الشكل(١٥ – ٣) .



شكل (١٥-٣)

وينشأ عن تداخل الأمواج ذات الطور الواحد والمنبعثة من المصدرين S_1 , S_2 هدب تداخل ، يمكن رؤيتها فى مجال عينية الميكروسكوب كما يمكن استقبالها على حائل . ويلاحظ أن البعد بين الهدب يزداد بزيادة البعد بين الحائل والمنشور ، وكذلك بتقريب المصدر S من المنشور . وكما ذكرنا فى تجربة يوغ يمكن حساب طول موجة الضوء الأحادى اللون المستخدم من معادلة (5 - 15) . حيث تكون المسافة d فى هذه الحالة هى البعد بين الصورتين التقديريتين S_1 & S_2 للمصدر S . ويمكن إيجاد هذه المسافة باستخدام عدسة لامة توضع بين المنشور والحائل ، وبتحريك العدسة حتى الحصول على صورة مكبرة واضحة للمصدرين S_1 , S_2 ويقاس بعد الجسم وبعد الصورة عن العدسة وكذلك طول الصورة . وبذلك يمكن حساب التكبير للعدسة وهو ، بعد الصورة مقسوما على بعد الجسم . ثم بمعرفة التكبير وطول الصورة نوجد طول الجسم وهو البعد d بين S_1 , S_2 ويساوى عندئذ طول الصورة مقسوما على التكبير .

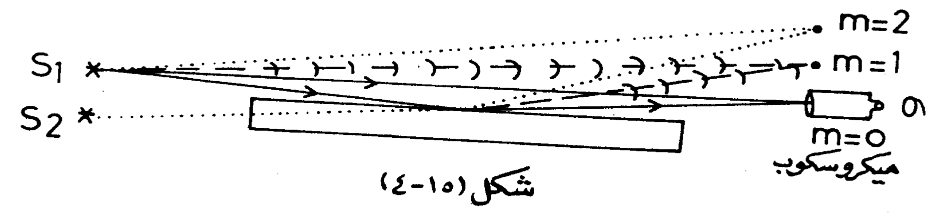
وهناك طريقة أخرى لتعيين المسافة بين S_1 , S_2 ، بمعرفة بعد المصدر عن المنشور h وزاوية رأس المنشور A ومعامل انكساره μ . الانحراف الحادث فى الشعاع S_1A بمروره فى المنشور هو D ، حيث $D = A(\mu - 1)$ من قانون المنشور الرقيق ، وباعتبار الزاوية صغيرة تكون $D = (S_1S/h)$ تقريبا . كذلك تكون $D = (S_2S/h)$ باعتبار انحراف الشعاع S_2B ويكون البعد S_1S_2 هو :

$$S_1S_2 = S_1S + S_2S$$

$$\therefore S_1S_2 = 2h \cdot A(\mu - 1) \qquad (15 - 6)$$

١٥ / ٤ — تغير زاوية الطور بالانعكاس :

تتغير دائما زاوية الطور للأشعة الضوئية بانعكاسها على سطح مستوى بمقدار 180°، أى أن صدر الموجة يكتسب أو يفقد نصف طول موجة عند الانعكاس . ولإثبات ذلك نستخدم مرآة لويد وهى عبارة عن سطح زجاجى مفضض من الخارج ، حتى يعكس الضوء مباشرة عند السقوط عليه دون انكساره فى الزجاج ، كما فى الشكل(١٥ – ٤)



شكل (١٥-٤)

S_1 مصدر ضوء أحادى اللون يتكون له بالانعكاس على سطح المرآة صورة تقديرية S_2 . يكون المصدر S_1 . وصورته S_2 مصدرين مترابطين للضوء . أى أن موجاتهما يكون لها نفس الطور .

يتكون نتيجة لتداخل ضوء المصدرين أهداب تداخل ، يمكن رؤيتها فى عينية ميكروسكوب ويمكن إظهارها على حائل .

ترى أهداب التداخل فى نصف مجال الرؤية فقط فى الميكرسكوب ، كما يرى الهدب الأول (يسمى الهدب الصغرى $m = 0$) مظلما .

تكون الهدب الصغرى من مويجتين مترابطتين تصلان عينية الميكرسكوب ، إحداهما بطريق مباشر من المصدر S_1 ، والثانية بعد انعكاسها على السطح وظهورها وكأنها صادرة من الصورة S_2 . لو لم تغير هذه المويجة زاوية طورها عند الانعكاس 180° لكان التداخل مقويا للموجة ، ويظهر هذا الهدب الأول مضيئا . ولكن ماحدث هو العكس ، فظهور الهدب الصغرى مظلما يعنى أن نصف طول موجة قد زاد أو نقص بالانعكاس ، مما سبب انطباق قمة المويجة الصادرة عن S_1 على قاع المويجة الصادرة عن S_2 ، فيحدث تداخلا هداما وتتلاشى بذلك الشدة الضوئية ويظهر الهدب مظلما .

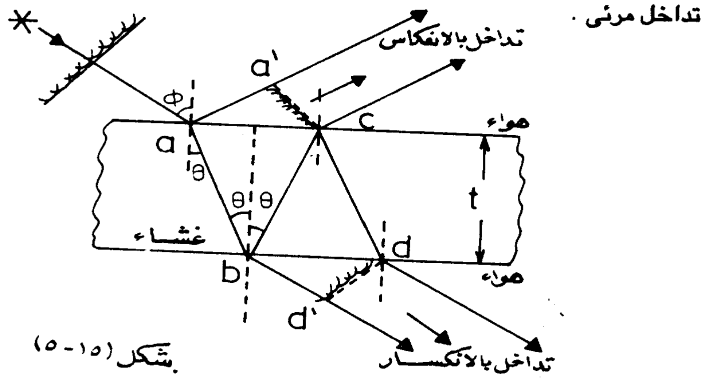
وعندما نرتفع فوق مستوى هذا الهدب الأول يتغير طول المسار للضوء الصادر عن S_2 & S_1 ، وبذلك يرى هدب مضيء ، كلما كان الفرق فى طول المسار مساويا عدداً صحيحاً ، من أنصاف طول الموجة λ . $(m + \frac{1}{2})$

ويجب ملاحظة أنه إذا حدث انعكاس الضوء انعكاسا كليا ، كالذى يحدث عند سقوط الضوء من وسط كثيف (معامل انكساره كبير) على وسط خفيف (معامل انكساره أقل) لايحدث تغير فى زاوية طور الموجة .

١٥ / ٥– تداخل الضوء بالأغشية الرقيقة :

اعتبر غشاء رقيقا كالمبين فى الشكل (١٥ – ٥) معامل انكساره μ ، ونفرض S مصدرا ضوئيا أحادى اللون يرسل حزمة ضوئية فى اتجاه Sa ، تسقط على الغشاء بزاوية سقوط ϕ . ينعكس بعض الضوء عند a بينما ينكسر جزء منه ولتكن زاوية الانكسار θ . يسقط الشعاع المنكسر على السطح الثانى للغشاء عند النقطة b فينعكس بعضا منه إلى c ، وينكسر البعض الآخر ويخرج ثانية إلى الهواء . وهكذا يحدث عند النقط d & C . يتكون إذن شعاعان فى كل جانب من الغشاء ، يوجد بينهما فرق فى الطور – أى – فى طول

المسار . ولما كان الشعاعان صادرين عن نفس المصدر لذلك يكونان مترابطين ويمكن أن يحدث بينهما تداخل مرئى .



شكل (١٥-٥)

بالنسبة للتداخل الذى يحدث بالانعكاس ، يمكن حساب الفرق فى طول مسار الشعاع المنعكس مباشرة عند a ، والشعاع الذى مر داخل الغشاء وخرج ثانية عند c . صدر الموجة المنعكس هو a`c . فرق المسار لشعاع الضوء المار بالنقطة a` وبين الشعاع المار بالنقطة c يساوى $\delta = [\mu(ab+bc) - aa`]$ حيث قطع الضوء المسافتين ab , bc داخل الغشاء بينما كان المسار a a` فى الهواء .

من هندسة الشكل ، وباعتبار أن t هو سمك الغشاء يكون :

$$aa` = ac\ \sin\phi = 2t\ \tan\theta\ \sin\phi$$

$$ac = 2t\ \tan\theta$$

$$ab = bc = t/\cos\theta$$

$$\delta = \frac{2nt}{\cos\theta} - 2t\ \tan\theta\ \sin\phi$$

لكن $\mu = \dfrac{\sin\phi}{\sin\theta}$ وبذلك يكون الفرق فى طول المسار δ هو :

$$\delta = \frac{2 n t}{\cos \theta} - \frac{2 \mu t \sin^2\theta}{\cos \theta}$$

$$\delta = 2 \mu t \cos \theta \qquad (15 - 7)$$

ولكن – نظرا لانعكاس الضــوء على السطح عند a – يحدث تغير فى الطور بمقدار 180° وهذا التغير يناظر فرقاً فى المسار بمقدار نصف طول موجة أى $\frac{\lambda}{2}$. وعلى هذا يكون فرق المسار بين الشعاعين هو :

$$\delta = 2 \mu t \cos \theta - \frac{\lambda}{2}$$

وشرط أن يكون التداخل بين الشعـاعين بناءً ، أى لكى تحدث إضاءة عظمى ، هو أن يكون طول المسـار مسـاوياً لعدد صـحيح من طول الموجـة . أى يكون $\delta = m \lambda$ حيث m أعدادا صحيحة 0 ، 1 ، 2 ، .....

$$2 \mu t \cos \theta - \frac{\lambda}{2} = m \lambda$$

أى أن شرط التداخل البناء هو :

$$2 \mu t \cos \theta = (m + \frac{1}{2}) \lambda \qquad (15 - 8)$$

كما أن شرط التداخل الهدمى هو :

$$2 \mu t \cos \theta = m \lambda \qquad (15 - 9)$$

عندمـا تسـقط الأشـعـة عـمـودية على الغـشـاء تكون الزاوية $\theta = 0$ ، وتـكـون $\cos \theta = 1$ وتعدل بذلك معادلتى (9 - 15) ، (8 - 15) فى هذه الحالة .

أحيانا يظهر لون الغشاء أسود ، إذا كان سمكه أقل من طول الموجة الساقطة عليه . أى يكون فـرق طول المسـار $2 \mu t \cos \theta$ صـغيرا ولايبقى سوى فرق الطور بمقدار نصف طول موجة ، وهذا يعطى تداخلا هدميا يسبب ظهور لون الغشاء معتما .

وإذا سقط ضوء أبيض على الغشاء تنعكس عليه جميع الأمواج ، فيما عدا تلك التى

لها طول موجى λ يحقق المعادلة (9 - 15) ، أى التى يكون فرق المسار لها عددا صحيحا من طول الموجة . وعلى ذلك يرى للغشاء لون منتظم يتوقف على سمك الغشاء t ، وبالتالى على أية ألوان قد اختفت نتيجة للتداخل الهدمى .

يمكن أن يحدث تداخل بالانكسار إذا نفذ خلال الغشاء كل من الشعاعين ab ، cd شكل (١٥ – ٥) ، ليكونا صدر الموجة dd^1 ويمكن إثبات أنه يحدث تداخل بناء إذا كان :

$$2\mu \, t \cos \theta = m \lambda \qquad (15 -10)$$

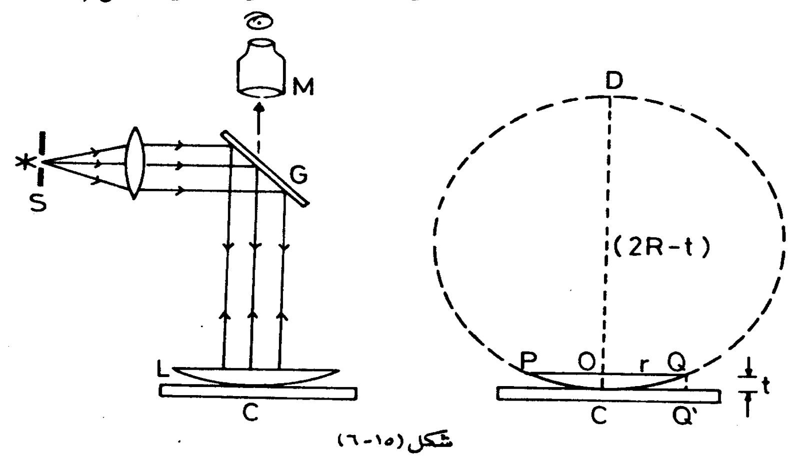
حيث ..... $m = 0 , 1 , 2 , 3 ,$

و يحدث تداخل هدمى اذا كان :

$$2\mu \, t \cos \theta = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \qquad (15 - 11)$$

١٥/٦ – حلقات نيوتن :

اكتشف نيوتن حلقات تداخل تعرف الآن باسمه ، تكونت عن مرور ضوء أحادى اللون خلال غشاء رقيق متغير السمك من الهواء ، نتج عن وضع عدسة محدبة مستوية نصف قطر تكور سطحها المحدب كبير جداً، على سطح مستو من الزجاج كما فى الشكل (١٥ – ٦) .



شكل (١٥-٦)

ينحصر بين العدسة و السطح المستوى غشاء هوائى رقيق ، يكون سمكه صفرا عند نقطة تلامس سطح العدسة المحدب بالسطح المستوى ، و يزداد سمك غشاء الهواء تدريجيا كلما بعدنا عن نقطة التلامس C.

و لإظهار حلقات التداخل يستخدم عادة لهب صوديوم كمصدر ضوئى S أحادى اللون ، يوضع خلف حائل به ثقب عند بؤرة عدسة فتخرج منها حزمة من الأشعة المتوازية ، تسقط على لوح زجاجى رقيق نصف مفضض G ، يعكس بعضا من الأشعة لتسقط على العدسة L رأسيا إلى أسفل ، فتمر خلال غشاء الهواء الذى تحصره بينها وبين لوح الزجاج المستوى الذى تنعكس عليه الأشعة ، لترى داخل عينية الميكرسكوب M على هيئة حلقات مضيئة متحدة المركز ، تحصر بينها حلقات مظلمة ويكون مركز هذه الحلقات هو نقطة تلامس العدسة L مع السطح المستوى عند C ، حيث يوجد تداخل هدمى ليظهر مركز هذه الدوائر مظلما .

اعتبر الآن غشاء الهواء عند نقطة مثل Q أسفل سطح العدسة . يرتد جزء من الأشعة الساقطة على السطح الداخلى للعدسة ، بينما يمر الجزء الآخر خلال غشاء الهواء ، حيث ينعكس على السطح المستوى عند Q` . يصل جزءا الشعاع للميكرسكوب ولكن مع وجود فرق فى طول المسار بينهما ، يساوى ضعف سمك الغشاء الهوائى t عند هذه النقطة ، أى يساوى 2t ، وعلى ذلك نتوقع حدوث تداخل بناء مع ظهور حلقات مضيئة ، عندما تكون $2t = m\lambda$ ، حيث m عدد صحيح ، λ طول موجة الضوء المستخدم . كما نتوقع حدوث تداخل هدمى وتظهر حلقات مظلمة كلما كان $2t = (m + \frac{1}{2})\lambda$. ولكن يجب الأخذ فى الاعتبار تغير طول الموجة بالانعكاس بمقدار يعادل نصف طول موجة . لذلك يكون شرط تكون حلقة مضيئة هو :

$$2t = (m + \frac{1}{2})\lambda \qquad (15 - 12)$$

كما يكون شرط تكون حلقة مظلمة هو :

$$2t = m\lambda$$

ولقياس طول موجة الضوء λ بواسطة حلقات نيوتن ، نوجد هندسيا العلاقة بين نصف قطر حلقة التداخل r – والتى تكونت عند نقطة مثل Q حيث سمك غشاء الهواء تحتها t – ونصف قطر تكور سطح العدسة R ، من الشكل (١٥ – ٦) .

$$r^2 = t(2R - t)$$

$$r^2 \cong 2Rt \qquad (15 - 13)$$

وقد أهملنا t^2 حيث إنها كمية صغيرة من الدرجة الثانية .

وباستخدام معادلتى (12 - 15)،(11 - 15) نحصل على نصف قطر الحلقة المضيئة r :

$$\frac{r^2}{R} = (m + \frac{1}{2})\lambda \qquad (15 - 14)$$

أما إذا كانت الحلقة مظلمة فإن نصف قطرها يعطى بالمعادلة :

$$\frac{r^2}{R} = m\lambda$$

فإذا اعتبرنا r_{m+S} & r_m هما نصفى قطرى الحلقتين (m + S) & m يكون :

$$(r^2_{(m+s)} - r^2_m) = RS\lambda \qquad (15 - 15)$$

وباستخدام ميكرسكوب يمكننا قياس قطر حلقة رتبتها m ، وكذلك قطر الحلقة (m + S) التى تبعد عن الحلقة m عدد S حلقات .

كما يمكننا تعيين بدقة كبيرة نصف قطر انحناء السطح السفلى للعدسة R وذلك بأى طريقة ضوئية كان يستخدم هنا ضوء طول موجته λ معلومة ، وبذلك يمكن تعيين طول موجة أى ضوء أحادى اللون ، بإجراء تجربة حلقات نيوتن مع استخدام المعادلة (14 - 15) .

مثال(١٥–١) :

فى تجربة حلقات نيوتن استخدم ضوء أحادى اللون وتم الحصول على القراءات التالية:

نصف قطر تكور السطح المحدب للعدسة 1000سم ، قطر حلقة ما 0.8سم ،

قطر الحلقة الخامسة التالية للحلقة السابقة 1,2 سم . أوجد طول موجة الضوء المستخدم وأوجد رتبة الحلقة ؟

الحـــل :

$$r^2_{m+s} - r^2_m = R S \lambda$$

$$\left(\frac{1.2}{2}\right)^2 - \left(\frac{0.8}{2}\right)^2 = 1000 \times 5 \times \lambda$$

$$\lambda = 0.4 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$\lambda = 4000 \text{ A}^\circ$$

ولإيجاد رتبة الحلقة نستخدم المعادلة :

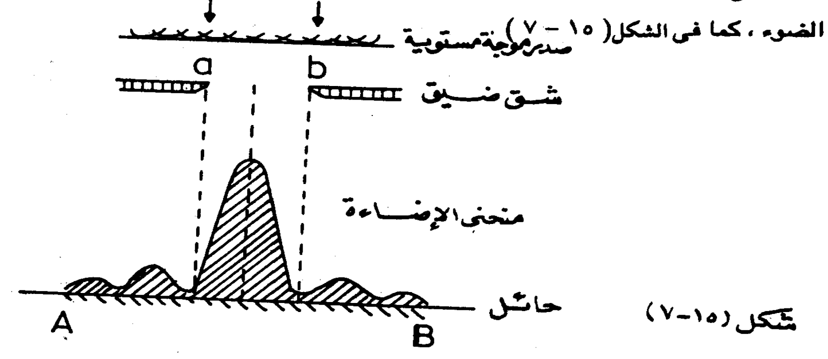
$$r^2 = R \ m \lambda$$

$$(0.8)^2 = 1000 \times m \times 0.4 \times 10^{-4}$$

$$m = 16$$

١٥ / ٧ – حيود الضوء :

إذا سقطت موجة مستوية من ضوء أحادى اللون ، على شق ضيق فى حاجز تتكون له صورة فى الجهة الأخرى من الحافة وتظهر عند حدود الصورة هدب تداخل بسبب حيود الضوء ، كما فى الشكل(١٥ – ٧)

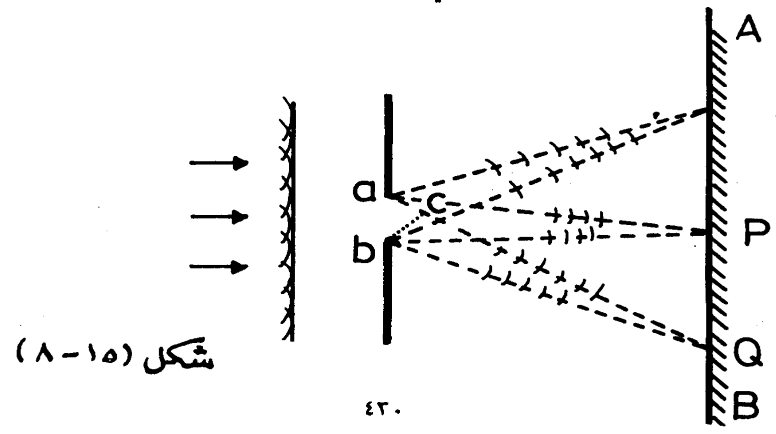


شكل (١٥-٧)

كما سبق أن ذكرنا يحدث تداخل فى الضوء بين أمواجه وتظهر هدب التداخل ، إذا

كانت الأمواج مترابطة – أى – يكون لها نفس التردد ونفس السعة ، كأن تكون صادرة من نفس المصدر ، ولكنها اختلفت فى طول المسار فقط . عند تطبيق ذلك فى حالة الحيود نفرض نقطتين b , a على صدر موجة ساقطة على شق ضيق فى حاجز . وفقا لنظرية هيجنز يمكن اعتبار كل من b , a كمصدرى ضوء ثانويين يرسلان مويجات خلف الحاجز . تكون هذه المويجات مترابطة حيث إنها نابعة أصلا من صدر موجة واحد ويكون لها نفس الطور ، لذلك فالضوء الذى يصل منهما إلى أى نقطة على الحائل AB يمكن له أن يتداخل وتظهر لذلك هدب عند حافة الصورة للشق ، ويزداد وضوح هذه الهدب كلما ضاقت فتحة الشق ab.

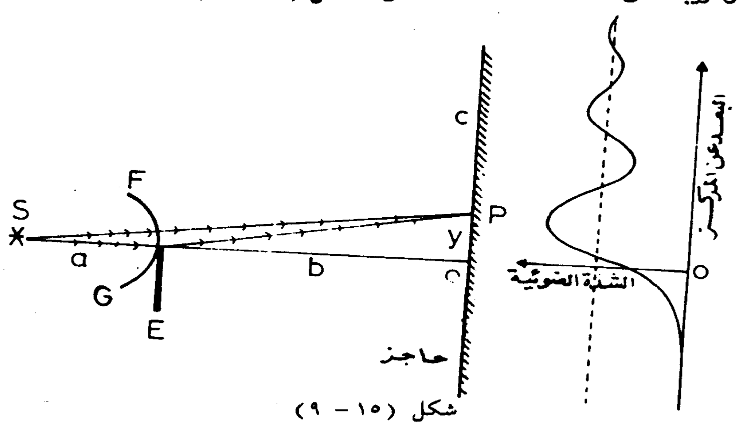
إذا اعتبرنا نقطة مثل P على الحاجز تكون على بعدين متساويين من حافتى الشق a , b ، تصل المويجات من كل من الحافتين مترابطة وتكون قد قطعت نفس طول المسار . لذلك ينتج عن التداخل تقوية للضوء . أما إذا ابتعدنا عن النقطة P إلى Q مثلا فإننا نجد أن المويجة التى تصل من الحافة a تقطع مسارا أطول من تلك التى تصل من المسافة b ويكون فرق طول المسار هو (aQ - bQ) أى المسافة ac شكل (١٥ – ٨) . عندما يكون فرق طول المسار مساويا لنصف طول موجة $\frac{1}{2}\lambda$ من الضوء الساقط يحدث تداخل هدمى بين المويجات ، وينشأ عن ذلك هدب مظلم . وإذا بعدنا أكثر عن النقطة P حتى يصير فرق طول المسار موجة كاملة يظهر هدب مضئ وهكذا .



شكل (١٥ – ٨)

۸/۱٥ – حيود الضوء علي حافة مستقيمة :

اعتبر حافة مستقيمة E يسقط عليها ضوء أحادى اللون من مصدر ضوء S على هيئة شق يبعد عن الحافة بمسافة قدرها a ويوازيها ، ويوجد خلف الحافة حاجز c يستقبل الضوء ويبعد عن الحافة مسافة b ، كما فى الشكل (۱٥ / ۹) .



شكل (۱٥ – ۹)

لدراسة توزيع الشدة الضوئية على الحاجز c نعتبر موجة أسطوانية FG صادرة عن المصدر الخطى (الشق المضىء) S ، ونفرض نقطة على الحاجز مثل P تبعد مسافة y عن المركز .

من هندسة الشكل

$$pe = (b^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$= b\left(1 + \frac{y^2}{b^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$pe \cong b\left(1 + \frac{y^2}{2b^2}\right) \qquad (15 - 16)$$

وبالمثل

$$PS = [(a + b)^2 + y^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$PS \cong (a + b) + \frac{y^2}{2 (a + b)}$$

ولكن

$$Pf = PS - a$$

$$Pf = b + \frac{y^2}{2 (a + b)} \qquad (15 - 17)$$

وعلى ذلك يتوقف حدوث تداخل تقوية ، أو تداخل هدمى عند P على الفرق فى طول مسار المويجتين fP & eP. فإذا كان هذا الفرق مساويا لعدد صحيح من طول الموجة λ ظهر هدب مظلم . وعلى ذلك يكون شرط ظهور هدبة مظلمة هو :

$$Pe - Pf = m \lambda = \frac{y^2}{2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a + b} \right) \qquad (15 - 18)$$

أى أن الهدبة المظلمة تتكون على بعد y من المركز O عندما تكون :

$$y = \left[2m \lambda \left(\frac{a + b}{a} \right) . b \right]^{\frac{1}{2}} \qquad (15 - 19)$$

وتتكون هدبة مضيئة إذا كان البعد y هو :

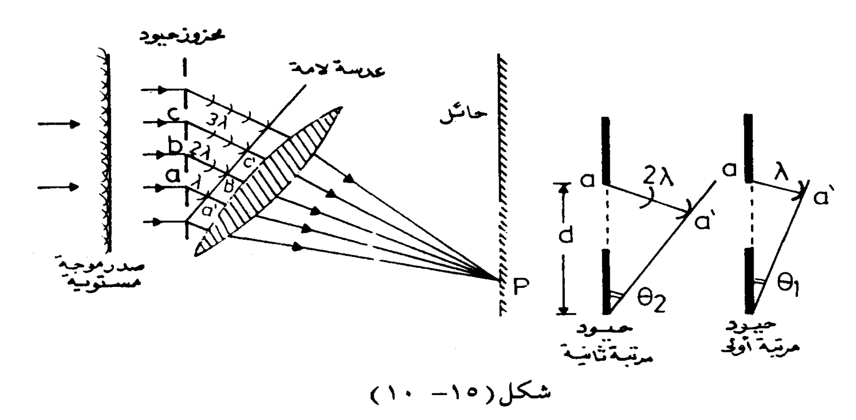
$$y = \left[(2m - 1) \lambda . \frac{b}{a} (a + b) \right]^{\frac{1}{2}} \qquad (15 - 20)$$

١٥/ ٩ – محزوز الحيود المستوي :

يتكون محزوز الحيود من شريحة مستوية من الزجاج ، حز على أحد سطحيها خطوط مستقيمة ومتوازية بواسطة سن رقيق ، يمكن أن يخدش الزجاج ويبلغ عادة عدد هذه الحزوز بضعة آلاف خط في السنتيمتر . ويعمل محزوز الحيود على سطح به مجموعة من الفتحات الضيقة المتوازية المنفذة للضوء ، والتى تحدث على حوافها ظاهرة الحيود .

لدراسة الحيود على المحزوز اعتبر مصدرا للضوء أحادى اللون ، يبعث موجة مستوية تسقط على المحزوز فى اتجاه عمودى عليه . ونفرض أن الفرجة بين حزين متتاليين هى d .

شكل (١٥ – ١٠) .



شكل (١٥ – ١٠)

عندما تسقط الموجة المستوية على محزوز الحدود ، تعتبر كل فتحة فيه كأنها مصدر موجى ثانوى يبعث أمواجا مترابطة ، ولنعتبر الضوء الذى يحيد من هذه المصادر الثانوية فى الاتجاه الذى يصنع زاوية θ مع الاتجاه الأصلى للأشعة . تجمع العدسة L الأشعة عند نقطة P على حاجز ، ويحدث تداخل بين المويجات الصادرة عن النقط المختلفة من محزوز الحيود مثل ... a , b , c ، ويتوقف نوع التداخل على أطوال المسارات . cc` & bb` & aa`

إذا كانت الزاوية θ تجعل طول المسار aa` = λ ، bb` = 2λ , cc` = 3λ وهكذا نجد أن الضوء يصل للنقطة P جميعه فى نفس الطور ، وبذلك يحدث تداخل تقوية للضوء ويظهر على الحاجز هدبة مضيئة . أما إذا تغيرت الزاوية θ بقدر يسير بحيث لاتصل جميع المويجات للنقطة P ، فى نفس الطور يحدث تداخل هدمى ويظهر على الحاجز هدبة مظلمة .

وإذا استمر تغيير الزاوية θ حتى نصل إلى وضع يكون فيه

$bb' = 4\lambda$, $aa' = 2\lambda$ ، وهكذا يحدث مرة أخرى تداخل تقوية ويظهر هدبة مضيئة على الحاجز . ويسمى حيود النوع الأول مرتبة أولى ، وحيود النوع الثانى حيود مرتبة ثانية (انظر شكل ١٥ – ١٠) . ويكون شرط تكوين هدبة مضيئة هو :

$$d \sin \theta = m \lambda \qquad (15 - 21)$$

وحيث m هى رتبة الحيود وتأخذ القيم ..... , $m = 0 , 1 , 2 , 3$ ويستخدم عادة محزوز الحيود لتحليل الضوء . ولإيجاد قدرته على التحليل نفرض موجتين طولاهما λ , $\lambda + d\lambda$ فى طيف الضوء المحلل بواسطة المحزوز

$$m \lambda = d \sin \theta$$

$$m\, d\lambda = d \cos \theta \; d\theta$$

وبذلك يكون الفرق بين الخطين هو :

$$d\theta = \frac{m}{d \cos \theta} \, d\lambda \qquad (15 - 22)$$

يسمى المقدار ($\frac{d\theta}{d\lambda}$) شدرة تشتيت المحزوز للضوء .

يرى الخطان فى الطيف منفصلين إذا انطبقت النهاية العظمى للأول على النهاية الصغرى للثانى ، بالنسبة لنفس الرتبة كما فى الشكل (١٥ – ١١). أى عندما تكون المسافة الزاوية بين الخطين أكبر من منطقة الإضاءة الحادثة بفعل النهاية العظمى لأى الخطين .

شكل (١٥-١١)

إذا فرضنا أن الحيود فى اتجاه θ يعطى نهاية عظمى للطول الموجى $\lambda + d\lambda$ ، فمن معادلة (21 - 15) يكون :

$$d \sin \theta = m (\lambda + d \lambda)$$

ولكى يكون اتجاه الحيود θ هو نفس نهاية صغرى بالنسبة للطول الموجى λ يكون :

$$d \sin\theta = (m + \frac{1}{N})\lambda$$

حيث N عدد خطوط المحزوز فى السنتيمتر .

ومن ذلك نرى أنه لكى يرى الخطان λ & $\lambda + d\lambda$ منفصلين يجب أن يكون :

$$m(\lambda + d\lambda) = (m + \frac{1}{N})\lambda$$

ومن هذه المعادلة نحصل على قدرة المحزوز على تحليل الضوء $\frac{\lambda}{d\lambda}$ وتساوى :

$$\frac{\lambda}{d\lambda} = mN \quad (15 - 23)$$

ويلاحظ أن هذه القدرة تتناسب مع عدد الحزوز فى السنتيمتر N كما تتناسب أيضا مع مرتبة طيف الحيود m .

مثال(١٥-٢) :

طول موجة خطى الصوديوم 5890D - lines إنجستروم عندما استخدم محزوز حيود قدرته على التحليل الطيفى 1000، أمكن رؤية الخطين منفصلين . أوجد الفرق فى طول الموجة لهما .

الحــــل :

$$\frac{\lambda}{d\lambda} = mN = 1000$$

$$d\lambda = \frac{5890}{1000} \times 10^{-8}$$

$$= 5.89 \times 10^{-8}\ cm$$

مثال(١٥-٣) :

يسقط ضوء أحادى اللون ($\lambda = 5893\ A^\circ$) عموديا على محزوز حيود ، فظهر طيف حيود المرتبة الأولى على جانبى العمودى وبينهما زاوية $27^\circ\ 42'$. أوجد عدد

الحزوزات فى السنتيمتر للمحزوز ؟

الحـــل :

$$\theta = \frac{1}{2}(27° 42`) \ \& \ m = 1$$

$$d \sin\theta = \lambda$$

$$d = \frac{\lambda}{\sin\theta} = \frac{5893 \times 10^{-8}}{\sin 13° 51`}$$

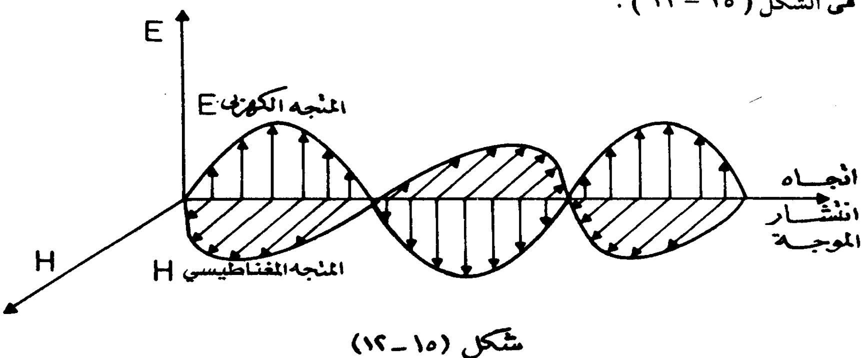
$$N = \frac{1}{d} = \frac{\sin 13° 51`}{5893 \times 10^{-8}}$$

$$N = 4060 \ / \ cm$$

أى أن عدد الحزوزات ٤٠٦٠ حزا فى السنتيمتر .

١٥ / ١٠– استقطاب الضوء :

الاستقطاب ظاهرة ضوئية بحتة لاتحدث في الصوت أو الموجات الميكانيكية ذات الاهتزاز الطولى . ومن المعروف أن الضوء ينتشر نتيجة لحركة موجية مستعرضة نتيجة لتغيرات دورية لمجالين أحدهما كهربى E والثانى مغناطيسي H يعمل كل منهما فى اتجاه عمودى على الآخر ، والاثنان يعملان فى اتجاه عمودى على اتجاه انتشار الموجة كما مبين فى الشكل (١٥ – ١٢) .

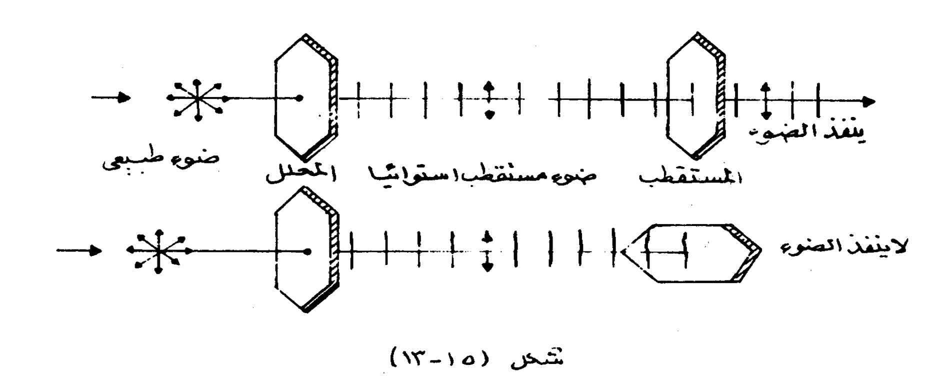


شكل (١٥ – ١٢)

يتغير كل من المتجهين الكهربى والمغناطيسي جيبيا مع الزمن ، كما أنهما يكونان دائما فى طور واحد ، أى أنه عندما يكون للمتجه الكهربى قيمة عظمى يكون أيضا للمتجه المغناطيسي قيمة عظمى وهكذا .

يمكن لبعض البلورات مثل التورمالين أن تمتص جميع الاهتزازات ماعدا تلك التى تحدث فى مستوى واحد معين . ويسمى الضوء المار فى البلورة بضوء مستقطب استوائيا ، إذ أن الذبذبات تحدث فى مستوى واحد يسمى مستوى الاستقطاب . ويتحدد ذلك المستوى باتجاه انتشار الموجة والمحور الضوئى للبلورة وهو خط مواز لمحورها .

ومن الواضح أنه إذا وضعنا بلورة تورمالين ثانية فى اتجاه انتشار ضوء مستقطب استوائيا ، يمر الضوء فقط فى حالة إذا كان المحور الضوئى للبلورة الأولى – التى تسمى بالمحلل – عموديا على المحور الضوئى للبلورة الثانية وتسمى المستقطب . أما إذا كان محورا المحلل والمستقطب متعامدين فلا ينفذ ضوء من المستقطب على الإطلاق . شكل (١٥ – ١٣) .



شكل (١٥-١٣)

١٥/١١– أنواع الضوء المستقطب :

يوجد ثلاثة أنواع من الضوء المستقطب :

١ – ضوء مستقطب استوائيا .

٢ – ضوء مستقطب كريا .

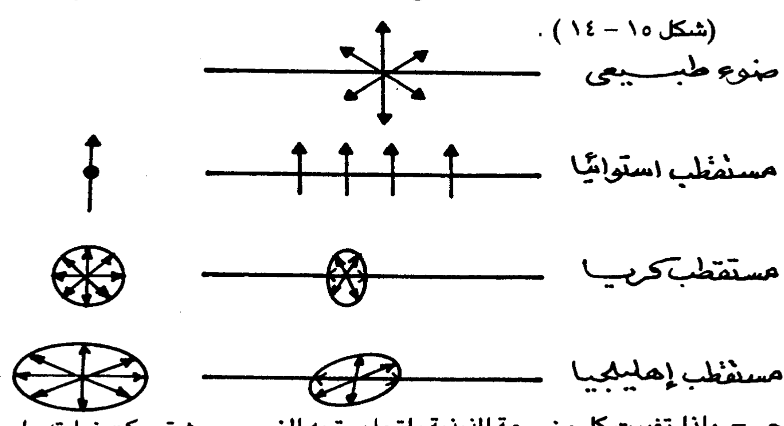
٣ – ضوء مستقطب إهليليجيا .

ولتعريف الأنواع الثلاثة .. نفرض أن الضوء ناشيء عن ذبذبات دورية لكمية متجهة لها مقدار واتجاه .

فى أى وسط موحد الخواص isotropic يكون متجه الضوء هذا ، فى صدر الموجة دائما ، ويكون عموديا على اتجاه انتشار الموجة .

أ – فإذا أخذ متجه الضوء اتجاها ثابتا لايتغير بينما تغير مقداره ، أى تغيرت له سعة الذبذبة ، فإننا نحصل على ضوء مستقطب استوائيا .

ب – أما إذا ظلت سعة الذبذبة ثابتة ، بينما تغير اتجاه متجه الضوء بانتظام بحيث تتحرك نهايته حركة منتظمة على محيط دائرة ، كان الضوء مستقطب دائريا (شكل ١٥ – ١٤) .



جـ – وإذا تغيرت كل من سعة الذبذبة واتجاه متجه الضوء بحيث تحركت نهايته على

قطع ناقص ، فإن الضوء يكون استقطابه إهليليجيا .

وعادة نعتبر أن أى ضوء طبيعى غير مستقطب هو محصلة شعاعين من ضوء كل منهما ، مستقطب فى مستوى يختلف عن الآخر ولايتوقف اتجاه المحصلة على مقدارها .

ولإثبات ماسبق رياضيا نعتبر موجتين متعامدتين تنتشران فى اتجاه واحد

$$x = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \qquad (15-24)$$

$$y = B \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) + \phi \right] \qquad (15-25)$$

حيث ϕ هو اختلاف الطور بينهما . المعادلة (24 - 15) تعطى :

$$\left(1 - \frac{x^2}{A^2} \right) = \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \qquad (15-26)$$

ومن مفكوك المعادلة (25 - 15) نحصل على :

$$\frac{y}{B} = \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \cos \phi + \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \sin \phi$$

$$\frac{y}{B} = \frac{x}{A} \cos \phi + \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \sin \phi \qquad (15-27)$$

$$\left(\frac{y}{B} - \frac{x}{A} \cos \phi \right)^2 = \left(1 - \frac{x^2}{A^2} \right) \sin^2 \phi \qquad (15-28)$$

وباختصار هذه المعادلة نحصل على :

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \phi + \frac{2xy}{AB} \cos \phi \qquad (15-29)$$

وتمثل هذه المعادلة محصلة الموجتين المتعامدتين وهى معادلة قطع ناقص يميل محوراه على المحورين x , y . ولذلك يسمى الضوء الناتج مستقطب إهليليجيا .

وإذا ما أخذت زاوية الطور ϕ القيم ($\phi = \frac{\pi}{2} , \frac{3\pi}{2} , \frac{5\pi}{2} , \dots$) ، تصير المعادلة (29 - 15) معادلة قطع ناقص ينطبق محوراه على المحورين : x , y .

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1 \qquad (15 - 30)$$

أمـا إذا أخـذت زاوية الطور القـيم (..... , $0 , 2\pi , 4\pi$ = ϕ) يتـحـول القطع الناقص إلى خط مستقيم يمر بنقطة الأصل وميله (B / A) :

$$\frac{x}{A} - \frac{y}{B} = 0 \qquad (15 - 31)$$

وبذلك يكون اهتزاز المتجه الكهربى للضوء فى اتجاه واحد ويكون الضوء فى هذه الحالة مستقطب استوائيا . ويحدث كذلك استقطاب استوائى إذا كان فرق الطور بين الموجتين المتعامدتين هو (.... , $\pi , 3\pi , 5\pi$) .

وإذا كانت سعـة الاهتزازة واحـدة للموجتيـن ، أى أن $A = B$ ، تصيـر معـادلة (30 - 15) معادلة دائرة :

$$x^2 + y^2 = A^2$$

ويتحرك عندئذ المتجه الضوئى على محيط دائرة ويقال إن الضوء مستقطب دائريا

١٥ / ١٢ — استقطاب الضوء بالانعكاس :

إذا سـقط شـعـا ع من الضـوء الطبيـعى بزاوية سـقـوط خـاصة على سطح لوح زجـا ج عادى، فإن الشعا ع المنعكس يكون مستقطبا استوائيا .

اعتبر A , B شريحتين زجاجتين مستويتين ، ينعكس على كل منهما شعاع من ضوء طبيعى كما فى الشكل (١٥ – ١٥) .

إذا أديرت الشـريحـة B بحـيث يخـرج الشـعا ع المنعكس من مستوى السقوط (وهو هنا مستوى الصـفحة) فإننا نجد أن شـدة الضـوء المنعكس تتناقص تدريجـيا ، حـتى يصل إلى نهـاية صـغـرى ثم تزداد بعـد ذلك بزيادة زاوية الدوران . ويوجد هناك وضعان

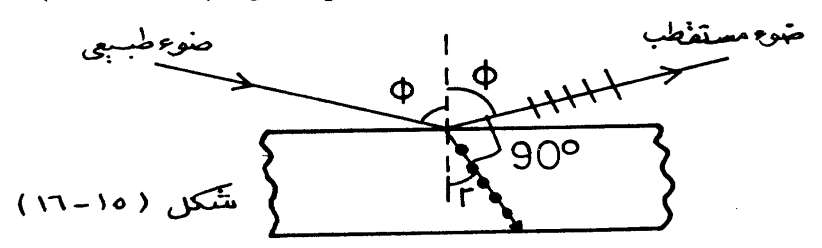
A
B

شكل (١٥– ١٥)

للشريحة تكون عندهما شدة الإضاءة للضوء المنعكس قيمة صغرى وتكون الزاوية بين الوضعين 180° . وباختيار الأشعة المنعكسة من الشريحة A بواسطة بلورة تورمالين ، وجد أن الضوء المنعكس على A أصبح مستقطبا استوائيا . ولذلك عند إعادة عكسه على الشريحة B امتنع الانعكاس فى وضع معين . يحدث عنده استقطاب كلى للضوء المنعكس وتظهر عندئذ أقل شدة إضاءة له .

وتعرف زاوية الاستقطاب ϕ بأنها الزاوية التى يدورها العاكس B حتى الوصول إلى أقل شدة إضاءة منعكسة منه . وقد وجد بروستر أن ظل زاوية الاستقطاب تساوى معامل انكسار مادة زجاج الشريحة B وذلك لأنه عند وضع الاستقطاب الكلى للشريحة B يكون كلا من الشعاع المنعكس والشعاع المنكسر متعامدين .

إذا فرضنا أن ϕ هى زاوية سقوط الأشعة على سطح الزجاج .. (شكل ١٥ – ١٦)



شكل (١٥ – ١٦)

وأن r هى زاوية الانكسار وأن μ معامل انكسار مادة الزجاج . تكون :

$$\mu = \frac{\sin \phi}{\sin r} \qquad (15 - 32)$$

وعندما يكون الشعاع المنعكس عمودى على الشعاع المنكسر كما فى وضع الاستقطاب الكلى ، أى أن

$$\phi + r = 90^\circ$$
$$\sin r = \cos i$$

وبذلك يكون معامل انكسار الزجاج هو :

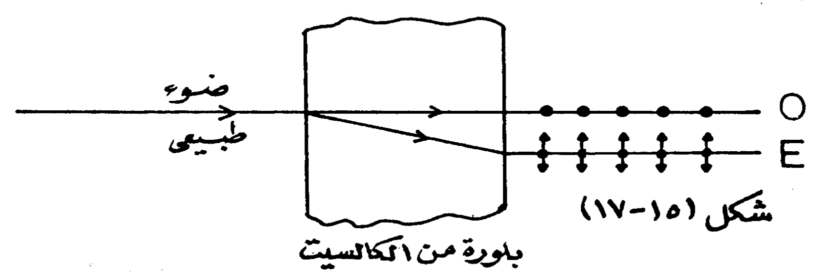
$$\mu = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \tan \phi \qquad (15 - 33)$$

وتعطى المعادلة (33 - 15) قيمة زاوية السقوط التى ينتج عنها ضوء منعكس يكون استقطابه تاما . وقد وجد أن هذه الزاوية فى حالة الزجاج تساوى 57° .

١٥/١٣ – الاستقطاب بالانكسار المزدوج :

تتصف معظم المواد بخواص إيزوتروبية ، أى أن هذه الخواص لاتتوقف على اتجاه القياس داخلها . ولكن يوجد بعض البلورات تختلف خواصها إذا قيست فى اتجاهات مختلفة بالنسبة لمحور البلورة . فمن الناحية الضوئية نجد أن سرعة الضوء فى الزجاج مثلا واحدة فى جميع الاتجاهات داخلة ، بينما تظهر بلورات مثل كالسيت والتورمالين والكوارتز ظاهرة الانكسار المزدوج ، بسبب عدم تساوى سرعة الضوء داخل البلورة فى اتجاهاتها المختلفة .

وقد اكتشف بارثولينوس ظاهرة الانكسار المزدوج ، عندما وجد أنه بالنظر إلى حروف كتابة من خلال بلورة من مادة الأيسلند سبار ، ترى هذه الحروف مزدوجة .



شكل (١٥-١٧)

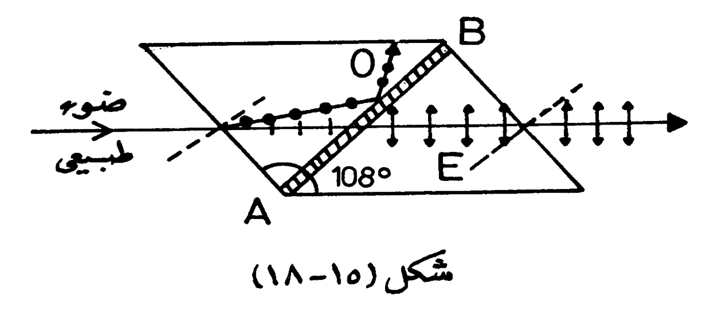
إذا سقط شعاع عموديا على بلورة من الكاليسيت – كما فى الشكل (١٥ – ١٧) نجد أنه يخرج من الوجه المقابل ، وقد انقسم إلى شعاعين أحدهما O على استقامة الشعاع الساقط ، بينما يخرج الشعاع الآخر E موازيا للأول ولكنه ليس على استقامته . ويسمى الشعاع O بالشعاع المعتاد حيث إنه يتبع قانونى الانكسار ، ويسمى الشعاع E بالشعاع

غيـر المعتاد إذ لاتنطبق عليه قوانين الانكسار . وعندما اختبر الشعاعان المعتاد وغير المعتـاد ، بواسطة بلورة تورمالين لمعرفة مدى استقطاب الضـوء فيهما ، وجد أن كلا من الشعاعين مستقطب استقطابا استوائيا ، كما أن مستوى استقطاب الشعاع المعتاد عمودى على مستوى استقطاب الشعاع غير المعتاد . إذ بالنظر إلى الصورة التى يكونها الشعاعان من خلال بلورة التورمالين ، نحصل على وضع يختفى فيه صورة أحد الشعاعين ، بينما إذا أديرت البلورة بزاوية 90° عند هذا الوضع ، تظهر صورة الشعـاع الأول وتختفى صورة الشعاع الثانى .

وقد ظهر أن هناك بعض البلورات لايعانى الضوء أى انكسار مزدوج بالمرور فيها ، إذا اخترق الضوء البلورة فى اتجاه معين يسمى بالمحور البصرى للبلورة وتسمى مثل هذه البلورات بأحادية المحور . وإذا وجد اتجاهان فى البلورة لايحدثان انكسارا مزدوجا ، سميت هذه البلورات بثنائية المحور .

١٥ / ١٤- منشور نيكول ومقياس الاستقطاب :

ابتكر نيكول منشورا من مادة الكالسيت يعرف باسمه . وبواسطته استطاع الحصول على ضوء مستقطب استوائيا . يتكون منشور نيكول من بلورة من الكالسيت قطعت إلى نصفين متماثلين فى مستوى معين AB ، ثم أعيد لصقهما بواسطة مادة كندا بلسم لتأخذ البلورة شكلها الأصلى ، كما فى الشكل(١٥ - ١٨) .



شكل (١٥-١٨)

معامل انكسار الضوء فى مادة الكالسيت يساوى 1.66 بالنسبة للشعاع العادى O ، بينما يساوى 1.49 بالنسبة للشعاع غير العادى E . ومعامل انكسار مادة كندا بلسم 1.54 بالنسبة لكلا الشعاعين إذ أنها لاتحدث استقطابا للضوء . وعلى ذلك إذا اعتبرنا شعاعا ضوئيا يسقط على وجه المنشور يحدث له انكسار مزدوج إلى شعاعين O & E وتكون ذبذبات الشعاع المعتاد O عمودية على المحور الضوئى للبلورة ، أى عمودية على مستوى الورقة وقد مثلت فى الشكل على هيئة نقط . أما ذبذبات الشعاع غيرالعادي فتحدث فى مستوى الورقة وقد مثلت بشرط صغيرة متعامدة مع الشعاع E .

عندما يسقط الشعاع العادى على مادة كندا بلسم ، يكون سقوطه من وسط كثيف إلى وسط أقل كثافة ضوئية ، لذلك ينعكس الشعاع O انعكاسا كليا إذا كانت زاوية سقوطه أكبر من الزاوية الحرجة ، وهذا الشرط يستوفى عند صنع المنشور . وبذلك يتشتت الشعاع المعتاد فلا ينفذ من المنشور من جهته الأخرى سوى الشعاع غير المعتاد E ، الذى لايتأثر بطبقة كندا بلسم اللاصقة حيث إن معامل انكسارها أكبر من معامل انكسار الكالسيت للشعاع E . أى أنه ينفذ من وسط خفيف إلى وسط أكثف ضوئيا ، فلا يحدث له انعكاس كلى كما هو الحال بالنسبة للشعاع O .

إذا وضع فى مسار الضوء النافذ من منشور نيكول منشور آخر مماثل ، يمكن للضوء أن ينفذ خلاله فقط ، فى حالة أن يكون محور المنشور الثانى موازيا لنظيره فى المنشور الأول . أما إذا أدير المنشور الثانى حول الشعاع الساقط عليه فإننا نجد عند وضع معين اختفاء الضوء تماما ، ولذلك تستخدم هذه الظاهرة فى دراسة الفعالية الضوئية ، ودوران مستوى الاستقطاب للمواد المختلفة .

تتميز بعض المواد الشفافة للضوء بأن لها خاصية إدارة مستوى الاستقطاب للضوء المار بها . وتتوقف زاوية الدوران على طبيعة المادة إذا كانت صلبة أو كميتها المذابة إذا كانت فى محلول . كما تتناسب زاوية دوران مستوى الاستقطاب طرديا مع سمك المادة ، التى ينفذ خلالها الضوء ومع درجة حرارتها ، وتتناسب عكسيا مع مربع الطول الموجى

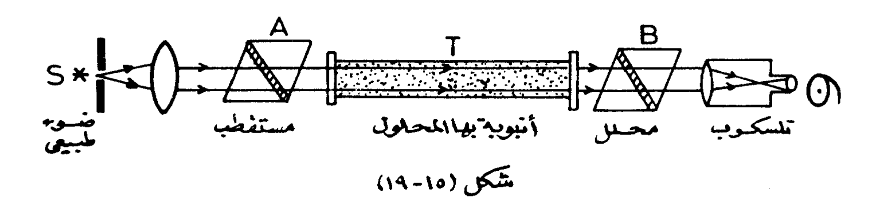
للضوء الساقط . وتسمى المواد التى لها خاصية إدارة مستوى الاستقطاب بالمواد الفعالة ضوئيا ومن هذه المواد سكر الجلوكوز .

إذا كانت θ هى زاوية الدوران الناتجة عن نفاذ الضوء فى محلول ما ، سمكة مقاسا بالديسيمتر h وكانت شدة تركيز المحلول C فإن :

$$\theta = \propto c\ h \qquad (15 - 34)$$

ويسمى الثابت $\propto$ بالدوران النوعى للمادة ، ويعرف بأنه زاوية دوران مستوى الاستقطاب لضوء مستقطب استوائيا ، يمر فى طول من المحلول قدره ديسيمتر واحد ويحتوى على جرام من السنتيمتر المكعب من المحلول .

يستخدم مقياس الاستقطاب لتقدير درجة تركيز محلول مادة فعالة ضوئيا ، وذلك عن طريق تعيين دوران مستوى الاستقطاب . ويتركب الجهاز كما فى الشكل(١٥ - ١٩) من منشورى نيكول A , B . يستقبل المنشور A حزمة متوازية من الضوء الطبيعى فتخرج منه مستقطبة استوائيا . ولذلك يسمى المنشور A بالمستقطب . ثم ينفذ الضوء المستقطب فى أنبوبة زجاجية يقفلها من قاعدتيهما غطاءان من الزجاج لنفاذ الضوء . وعند الاستعمال تملأ هذه الأنبوبة بالمحلول المراد اختباره . يسقط الضوء بعد مروره من هذه الأنبوبة على منشور نيكول B - يسمى بالمحلل للضوء المستقطب - ثم يمر الضوء بعد ذلك فى قصبة تلسكوب حيث يمكن رؤيته بالعين .



شكل (١٥-١٩)

إذا أدير المنشور B فإن شدة الضوء الخارج منه تقل تدريجيا ، إلى أن يختفى الضوء

تماما عندما يتعامد المنشوران A , B وتؤخذ عندئذ قراءة مقياس الزاوية . ثم تملأ الأنبوبة T بالمحلول تحت الاختبار ويضبط المنشور المحلل B حتى يختفي الضوء مرة أخرى وتؤخذ قراءة المقياس . وتكون زاوية دوران مستوى الاستقطاب هي الفرق بين القراءتين . وتستخدم هذه الطريقة لتعيين كمية السكر في الدم أو في البول لمرضى السكر ؛ وذلك لأن للسكر فعالية ضوئية .

تمارين على الفصل الخامس عشر

١ – إذا كانت المسافة بين الفتحتين فى تجربة يونج 0.026 سم وتكونت هدب التداخل على حاجز يبعد 100 سم من الفتحتين . أوجد المسافة بين هدبتين متتاليتين على الحاجز ، علما بأن الطول الموجى للضوء المستخدم 6800 إنجستروم ؟

٢ – إذاكان قطر الحلقة النونية المضيئة فى تجربة حلقات نيوتن 0.56 سم ، وقطر الحلقة العشرين بعدها 1.34 سم ، فأوجد نصف قطر تكور السطح المحدب للعدسة ، علما بأن الطول الموجى للضوء المستخدم 5890 إنجستروم ؟

٣ – أ – اشرح عمل محزوز الحيود ؟

ب – سقطت حزمة متوازية من ضوء يحتوى الطول الموجى 4000 إنجستروم ، والطول الموجى 7500 إنجستروم على محزوز حيود وحده تكراره 0.001 سم . أوجد زاوية تفرق اللونين المذكورين فى المرتبة الثانية ؟

٤ – فى تجربة حلقات نيوتن استخدم ضوء لهب صوديوم طول موجته 5893 إنجستروم . وكان قطر إحدى حلقتين متتاليتين هو 10 مم وقطر الأخرى 10.1 مم . أوجد نصف قطر تكور السطح المحدب للعدسة المستخدمة ؟

٥ – إذا وضع حرف مستقيم لحاجز معتم على مسافة من فتحة مستطيلة مضاءة بضوء أحادى اللون أو استقبل الظل الناتج على حائل على مسافة من الحرف المستقيم . اشرح مبينا بالرسم كيفية توزيع الضوء فى المناطق المختلفة من الظل ؟

٦ – عرف ما يأتى :

زاوية الاستقطاب ، المحور البصرى ، بلورة أحادية المحور البصرى ؟

٧ – أوجد قيمة زاوية الاستقطاب لزجاج فلنت ، علما بأن معامل انكساره 1.768 ؟

٨ – اشرح ظاهرة الفعالية الضوئية فى السوائل والأبخرة واذكر تطبيقا لهذه الظاهرة يستخدم فى الطب ؟

٩ - أوجد قيمة زاوية دوران مستوى استقطاب الضوء ، الذى يحدث عن مرور ضوء لهب صوديوم فى أنبوبة بها محلول سكر تركيزه 18%، علما بأن طول الأنبوبة 30سم والدوران النوعى للسكر $52,53^{\circ}$ ؟

١٠ - اشرح تركيب منشور نيكول وكيف نحصل منه على ضوء مستقطب استوائيا ؟

١١ - معامل انكسار الماس بالنسبة لضوء الصوديوم هو 2.417 . أوجد زاوية السقوط التى ينعكس عندها الضوء على الماس مستقطباً استوائيا ؟

١٢ - احسب زاوية الاستقطاب للضوء عند انتقاله من الماء (معامل انكساره 1.33) إلى الزجاج (معامل انكساره 1.53) ؟

الجزء الثالث

« الكهربية والمغناطيسية»

ELECTRICITY
AND
MAGNETISM

الفصل السادس عشر

الشحنات الكهربية - القوي الكهربية - المجالات الكهربية

ELECTRIC CHARGES - ELECTRIC FORCES - ELECRIC FIELDS

١٦ / ١- النظرية الكهربية للمادة :

تتركب المادة، صلبة أو سائلة أو غازية ، من ذرات لكل منها نواة يحيط بها سحابة من الشحنات السالبة . وتكون المادة متعادلة كهربيا لتساوى هذه الشحنات السالبة مع شحنات موجبة مساوية لها داخل نواة الذرة . وتشبه الذرة بشكل ما النظام الشمسى وتقوم النواة مقام الشمس بينما تمثل الإلكترونات بالكواكب .

تتركز كتلة الذرة فى نواتها حيث يوجد البروتونات والنيوترونات ، وتدور الإلكترونات فى مسارات بيضاوية حول النواة . يزيد قطر هذه المسارات عن قطر النواة بعشرات الآلاف من المرات ، مما يجعل الذرة عبارة عن فراغ بداخله نقطة كتلية موجبة التكهرب يدور حولها شحنات سالبة ، وتختلف القوى الحافظة للإلكترونات حول النواة عن القوى الحافظة للكواكب حول الشمس فبينما تعمل قوى الجاذبية بين الكتل فى النظام الشمسى ، تعمل قوى كهربية بين الشحنات داخل الذرة لإبقاء الإلكترونات حول النواة ، وكذلك تعمل هذه القوى على ترابط الذرات وبعضها داخل المادة لتعطى أشكالها المختلفة . وتسمى هذه القوى بالقوى الكولومية .

وبعض الإلكترونات التى تدور حول النواة فى بعض المواد كالفلزات والمعادن ترتبط بالذرة ارتباطا ضعيفا . ويترتب على ذلك أنها تستطيع من تلقاء ذاتها مبارحة الذرة ، والتجول فى الفضاء بين الذرات وتسمى لذلك بالإلكترونات الحرة ، وهى المسئولة بسبب إمكان حركتها عن خاصية التوصيل الكهربائى وأيضا الحرارى فى المعادن .

أما المواد العازلة كهربيا فلا تحتوى على إلكترونات حرة ، لذلك فإن مقدرتها على التوصيل ضئيلة . وعلى ذلك يمكن ترتيب المواد المختلفة ، تبعا لسهولة الحركة الانتقالية

لإلكترونات ذراتها إلى مواد جيدة التوصيل الكهربى كالنحاس والحديد ، ومواد شبه موصلة كالسيليكون والجرمانيوم ومواد عازلة كالزجاج والأبونيت .

١٦ / ٢- القوة بين الشحنات وقانون كولوم :

تشبه القوى الكهربية بين الشحنات قوى التجاذب بين الكتل ، فى أنها تتناقص بمعدل يتناسب مع مقلوب مربع البعد بينهما . ولكن تتميز القوى الكهربية بكبرها فمثلا القوة الكهربية بين الإلكترون وبروتون يفصل بينهما أى بعد معين ، تساوى تقريبا 2×10^{39} مرة قدر قوة التجاذب النيوتونى بينهما . هذا بالإضافة إلى أن قوة التجاذب النيوتونى دائما جاذبة ، بينما تكون القوى الكهربية جاذبة فى حالة الشحنات المختلفة ، ونافرة فى حالة الشحنات المتشابهة .

وجد كولوم أن قوة التجاذب أو التنافر F بين شحنتين q , `q تتناسب طرديا مع حاصل ضربهما وعكسيا مع مربع البعد r بينهما . وتعمل هذه القوة فى اتجاه الخط الواصل بينهما . ويمكن وضع قانون كولوم على الصورة الآتية:

$$F = (\text{constant}) \times \frac{q\,q'}{r^2}\,\hat{r} \qquad (16 - 1)$$

حيث $\hat{r}$ متجه قيمته الوحدة . وتعطى هذه المعادلة المتجهة مقدار واتجاه القوة F . إذا كانت `q , q متشابهتين تكون القوة تنافراً ، وتكون F قوة تجاذب إذا كانت q , `q مختلفتان، ويعتمد الثابت

شكل (١٦ - ١)

فى المعادلة (1 - 16) على الوحدات المستخدمة . ففى حالة الوحدات الدولية SI تكون وحدة الشحنة هى الكولوم والمسافة المتر والقوة النيوتن ، وعلى ذلك يكون الثابت هو :

$$(\text{constant}) = 8.99 \times 10^{9} \quad N\ m^2 / C^2$$

وقد جرى العرف من زمن بعيد على كتابة هذا الثابت على الصورة :

$$(\text{constant}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad (16 - 2)$$

ويطلق على الثابت ε_0 بالسماحية Permittivity constant ويساوى

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \quad C^2 / (N\, m^2) \qquad (16 - 3)$$

وباستخدام ثابت السماحية يمكن كتابة قانون كولوم على الصورة :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q'}{r^2} \hat{r} \qquad (16 - 4)$$

ويتوقف ثابت السماحية على الوسط المحتوى للشحنات ، ويطلق عليه أحيانا ثابت العزل .

تشبه المعادلة (4 - 16) قانون نيوتن للجاذبية حيث تتقابل الكتل مع الشحنات كما يتقابل ثابت الجاذبية G مع المقدار ($1 / 4\pi\varepsilon_0$)

١٦/٣-الوحدات في الكهربية :

وحدة الشحنة فى النظام الدولى SI هى الكولوم ، وتعرف بأنها الشحنة التى إذا وضعت فى الفراغ على بعد متر واحد من شحنة مماثلة ، نتجت بينهما قوة تنافر قدرها 8.99×10^9 نيوتن . وعلى ذلك يمكن تعريف الشحنة مثل أى كمية فيزيقية أخرى بدلالة الوحدات الأساسية : الكتلة ، الطول ، الزمن .

وهناك تعريف آخر للشحنة لا يعتمد على قانون كولوم ، ولكنه يعطى بدلالة شدة التيار الكهربائى . والكولوم على هذا الأساس هو كمية الكهرباء التى ينقلها تيار كهربائى شدته أمبير واحد فى زمن ثانية واحدة . ونظرا لأن تعريف وحدة شدة التيار وهى الأمبير تحتاج لمعرفة بالمجال المغناطيسى المصاحب للتيار ، لذلك نؤجل الكلام فى هذا الموضوع لما بعد

وفيما يلى جدول يبين بعض الوحدات المستخدمة فى الكهربية و المغناطيسية وسيأتى ذكرها بعد ذلك .

جدول (١٦ – ١)

الكميــــة	الوحـــدة SI	الرمـــز
الشحــنة الكهربــيـة	1 كــولـوم	C
التيـــار الكهربـــى	1 أمبـــير	A
شدة المجال الكهربـــى	1 فولت / مـــتر	V / m
	1نيوتن / كولوم	N / C
شدة المجال المغناطيسي	1 أمبير / متر	A / m
	1 نيوتن / ويبر	N / weber
الفيـــض المغناطيسي	ويـبر	Weber
كثافة الفيض المغناطيسي	ويبـر / متر٢	Weber / m^2

مثال (١٦–١) :

قــارن بين قــوى التـجــاذب النيــوتونى والكولومى بـين الإلكتــرون والبــروتـون فى ذرة الهيدروجين ؟

الحل :

قوة الجذب النيوتونى :

$$G = \frac{mM}{r^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 9.11 \times 10^{-31} \times 1.67 \times 10^{-27}}{(0.53 \times 10^{-10})^2}$$

$$= 3.6 \times 10^{-47} \text{ N}.$$

القوة الكولومية

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = 8.99 \times 10^9 \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(0.53 \times 10^{-10})^2}$$

$$= 8.2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

وتكون بذلك النسبة بين القوى الجاذبة النيوتونية إلى القوة الكولومية هى :

$$3.6 \times 10^{-47} \quad / \quad 8.2 \times 10^{-8}$$

أى :

$$1 \ : \ 2.3 \times 10^{39}$$

وبما أن القوة النيوتونية صغيرة جدا بالنسبة للكولومية لذلك يمكن إهمالها دون خطأ يذكر .

مثال(١٦-٢) :

أوجد قوة التنافر بين جسيمى ألفا يبعدان عن بعضهما مسافة 10^{-13} مترا ، ثم قارن هذه القوة بقوة الجذب النيوتونى ؟

الحل :

جسيم α هو ذرة هليوم ثنائية التأين ، أى أنها تحمل شحنة موجبة ضعف شحنة الإلكترون أى : $2 \times 1.6\ 10^{-19}$ C

قوة التنافر بين جسيمى α هى :

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(3.2 \times 10^{-19})^2}{(10^{-13})^2} = 9.18 \times 10^{-2} \quad N$$

كتلة جسيم α هى نفس كتلة نواة ذرة الهليوم ، أى حوالى أربعة أمثال كتلة البروتون .

قوة التجاذب النيوتونى هى :

$$G \frac{m^2}{r^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times (6.68 \times 10^{-27})^2}{(10^{-13})^2}$$

$$= 2.97 \times 10^{-37} \quad N$$

وواضح أن هذه القوة الجاذبة صغيرة جدا بالنسبة لقوة التنافر الكولومى .

١٦ / ٤ – قانون بقاء الشحنة :

تؤثر جميع الجسيمات المشحونة على بعضها البعض بقوى كولومية وفقا للمعادلة (16 - 4) . مع التعويض بقيمة الشحنة على الجسيمين المعنيين وقد اكتشف حديثا العديد من هذه الجسيمات ذات الكتل المختلفة ، وإن كانت تحمل دائما عددا صحيحا من شحنة الإلكترون e – أى أن هذه الشحنات تأخذ أحد هذه القيم ($O, \pm e, \pm 2e, \ldots\ldots\ldots$). ولا تستطيع الفيزياء الكلاسيكية تفسير ذلك .

ويجدر بالذكر أن جهوداً كبيرة بذلت فى بحوث تجريبية ، حول احتمال وجود شحنات مقدارها $\frac{1}{3}e$, $\frac{2}{3}e$ ، على جسيمات تسمى بالكوارك quarks يعتقد بأنها تكون التركيب الداخلى للبروتونات والنيوترونات . ولكن يحيط حتى هذه اللحظة شك كبير فى وجودها حرة كباقى الجسيمات . وربما يكون ظهورها للحظات قصيرة جدا خلال التفاعلات مرتفعة الطاقة جدا بين المادة وضديدها .

وفيما يلي جدول يبين شحنات بعض الجسيمات المعروفة

جدول (١٦ – ٢)

الشحنة	الرمز	الجسيم	Particle
صفر	γ	الفوتون	Photon
صفر	$\upsilon`$	نيوترينو	neutrino
$-e$	e	إلكترون	electron
$-e$	μ	ميوون	muon
صفر	π^0	بيون	Pion (0)
$+e$	π^+	بيون	Pion (+)
$-e$	π^-	بيون	Pion (-)
$+e$	P	بروتون	Proton
صفر	n	نيوترون	neutron

delta (+)	دلتـــــا	Δ^+	+ e
delta (0)	دلتـــــا	Δ^0	صـفر
delta (-)	دلتـــــا	Δ^-	− e

ونظرا لأن الشحنة تظهر فقط على شكل مضاعفات لشحنة الإلكترون ، لذلك تعتبر الشحنة دائما مكماة quantized وحدتها الإلكترون . هذا بالرغم من إهمالنا لهذه الحقيقة عند معالجتنا لشحنات ماكروسكوبية على الأجسام ، واعتبار كثافة الشحنة على الجسم مقدرة بالكولوم لكل متر مكعب ، وأن دالة الكثافة تتغير بانتظام مع المسافة والموضع.

وينص قانون بقاء الشحنات Conservation of charge على أن تظل الشحنة الكلية داخل أى نظام معزول ثابتة لا تتغير ، فالشحنة لا تفنى ولا تستحدث ، ويناظر هذا القانون قانون بقاء الطاقة ، وقانون بقاء كمية الحركة فى علم الميكانيكا .

وفيما يلى نموذج لتفاعلات بين جسيمات أولية ، تتلاشى فيها بعض الجسيمات ولكن تظل الشحنات ثابتة .

(الإلكترون) + (ضديد الإلكترون) ← 2 (فوتون)

مقدار الشحنة e − + +e ← o

وأيضا فى التفاعل الناتج عن تصادم بروتونين مرتفعى الطاقة وظهور بيون .

(بروتون) + (بروتون) ← (نيوترون) + (بروتون) + (بيون π^+)

+e + +e ← o + +e + +e

ومن المعروف أيضا أن الشحنة تظل محفوظة فى التفاعلات الكيميائية ومن أوضح أمثلتها التفاعل داخل البطارية الحمضية الرصاصية ، حيث يتم تفاعل شق الكبريتات SO_4^{--} من حامض الكبريتيك مع رصاص القطب السالب وفقا للمعادلة :

$$Pb + SO_4^{--} \rightarrow Pb\ SO_4 + 2\ e^{-}$$

وينتج عن ذلك إلكترونان وتظل الشحنات محفوظة ، ويتحد الإلكترونان وحامض الكبريتيك مع أكسيد الرصاص المكون للقطب الموجب وفقا للمعادلة :

$$PbO_2 + 4\,H^+ + SO_4^{--} + 2\ e \rightarrow PbSO_4 + 2\,H_2O$$

$$o + (4e) + (-2e) + (-2e) \rightarrow o + o$$

وواضح أن الشحنة فى جميع التفاعلات محفوظة ، ويتم انتقال الإلكترونين من القطب السالب إلى القطب الموجب خلال أسلاك التوصيل بالدائرة الخارجية .

١٦ / ٥ - المجال الكهربي (The Electric Field) :

يصاحب أى جسم مشحون مجالا كهربيا يؤثر على أى شحنة توجد فى جواره ، وتعرف شدة المجال الكهربى فى نقطة بالقوة المؤثرة على وحدة الشحنة الموجبة الموضوعة فى النقطة المذكورة . ووحدة شدة المجال هى نيوتن / كولوم وهى نفس الشىء مثل فولت / متر . وشدة المجال كمية متجهة تتحدد تماما بمقدار واتجاه .

شدة المجال الكهربى حول شحنة أو مجموعة من الشحنات الكهربية يتوقف على الموضع . فإذا وضعت شحنة q عند نقطة فى المجال الكهربى لجسم مشحون بشحنة q' وكانت القوة المؤثرة على q هى F فإن النسبة F/q تكون شدة المجال الكهربى E عند نقطة تواجد الشحنة q ، أى أن :

$$E = F/q \qquad (16 - 5)$$

وباستعمال المعادلة (4 - 16) تكون شدة المجال هى :

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q'}{r^2} \hat{r} \qquad (16 - 6)$$

وفى حالة وجود مجموعة من الشحنات ينشأ عنها مجال كهربائى يمكن إيجاد شدته بتحصيل المجالات الناشئة عن هذه الشحنات تحصيلا متجها .

مثال(١٦-٣) :

أوجد المجال الكهربى على محور حلقة نصف قطرها R عليها شحنة منتظمة Q ؟

الحل :

اعتبر عنصرا dS من الحلقة المشحونة كما فى الشكل (١٦ - ٢)

الشحنة على العنصر ds هى :

$$dQ = \frac{Q}{2\pi R} \, dS \qquad (16 - 7)$$

تؤثر هذه الشحنة على نقطة P على المحور ،

وتبعد مسافة Z عن مركز الحلقة بشدة مجال dE

يساوى :

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dQ}{(R^2 + z^2)}$$

$$\therefore \; dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q \, dS}{2\pi R} \frac{1}{R^2 + z^2} \qquad (16 - 8)$$

المركبة العمودية لهذا المجال هى :

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q \, dS}{2\pi R} \frac{\cos\theta}{R^2 + z^2} \qquad (16 - 9)$$

ويكون بذلك المجال الكلى عند الحلقة :

$$E_z = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{2\pi R} \frac{\cos\theta}{R^2 + z^2} \, dS$$

$$\therefore \; E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{2\pi R} \frac{\cos\theta}{R^2 + z^2} \, 2\pi R \qquad (16 - 10)$$

لكن

$$\cos\theta = \frac{z}{(R^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}}$$

بذلك يكون المجال المطلوب هو :

$$\therefore \; E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q \, z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \qquad (16 - 11)$$

مثال(١٦-٤) :

أوجد المجال الكهربى الناشئ عن شحنة منتظمة σ كولوم / متر^٢ موجودة على سطح مستوى لا نهائى ؟

الحل :

يمكن تقسيم المستوى إلى حلقات متمركزة ثم نستخدم الحل فى المثال السابق ، بالنسبة للحلقة وتجميع المجالات الناشئة عن كل الحلقات ، لنحصل على المجال المطلوب .

نفرض أن نصف قطر الحلقة R وسمكها dR تكون الشحنة عليها $\sigma \; 2\pi R\, dR$

تنتج هذه الشحنة مجالا قدره :

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\pi R\, dR}{(R^2+z^2)^{3/2}}\, z \qquad (16-12)$$

وبالتكامل نحصل على المجال الكلى عند النقطة المعنية

$$E = \frac{2\pi\sigma z}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\infty} \frac{R dR}{(z^2+R^2)^{3/2}} \qquad (16-13)$$

ويمكن إجراء التكامل بوضع $U = R^2$ فتكون نتيجته هى :

$$E = \frac{2\pi\sigma z}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{z}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad (16-14)$$

مثال(١٦-٥) :

أوجد المجال الكهربى بين لوحين متوازيين ، يكونان مكثفاً مشحوناً بشحنة كثافتها السطحية σ كولوم / متر^٢ ؟

الحل :

من المثال السابق ، وباعتبار أن المكثف المشحون عبارة عن سطحين مشحونين ، ومتوازيين ومشحونين بشحنة سطحية σ كولوم / متر^٢ تختلف إحداهما عن الأخرى (١٦-٣) ، يكون المجال الكهربى بين اللوحين هو مجموع المجالين عن كل لوح على حدة ، أى أن :

$$E = \sigma / \varepsilon_0$$

حيث ε_0 هى سماحية الفراغ بين اللوحين .

شكل (١٦-٣)

٦/١٦ – خطوط القوى الكهربية :

يمكن تمثيل المجال الكهربى بيانيا ، وذلك برسم متجهات عند النقط المختلفة تمثل شدة المجال عند كل نقطة مقدارا واتجاها . ويعرف خط المجال بأنه الخط الذى يعطى اتجاه المماس له عند أية نقطة اتجاه المجال الكهربى عند هذه النقطة . وتتناسب كثافة خطوط القوى طرديا مع شدة المجال . أى أن هذه الخطوط تكون قريبة من بعضها فى حالة المجال القوى بينما تتباعد فى حالة المجالات الضعيفة .

وقد اتفق على أن عدد خطوط القوى التى تخرج من شحنة Q هى Q/ε_0 . وبذلك تكون عدد الخطوط النابعة من شحنة قدرها كولوم واحد هى : $1/\varepsilon_0 = 1.13 \times 10^{11}$. وتعرف كثافة الخطوط بعددها الذى يقطع عموديا وحدة المساحة . (شكل ١٦ – ٤) .

شكل (١٦-٤)

يمكن إثبات قانون التربيع العكسى باعتبار شحنة نقطية `q يخرج منها $q^\backprime/\varepsilon_0$ خطا تتوزع فى جميع الاتجاهات حولها . إذا اعتبرنا كرة متمركزة مع الشحنة، نصف قطرها r، تقطع جميع خطوط القوى الخارجة من الشحنة سطح هذه الكرة ومساحته $4\pi r^2$.

عدد خطوط القوى التى تقطع وحدة المساحة على هذا البعد هى $(q^{`} / \varepsilon_0) / 4 \pi r^2$
أى أن كثافة الخطوط – ويطلق عليها الفيض الكهربى – تتناسب عكسيا مع مربع البعد عن مركز الشحنة – ولما كانت شدة المجال الكهربى مساوية مقدارا، كثافة خطوط القوى ، لذلك تتناسب شدة المجال عكسيا مع مربع البعد عن الشحنة وهذا ما ينص عليه قانون كولوم .

تخرج خطوط القوى من المصادر وهى الشحنات الموجبة ، وتصب فى مواضع الشحنات السالبة ، ولا تتقاطع أبدا خطوط القوى الكهربية عند نقطة ، إذ لا يمكن أن يكون للمجال اتجاهان عند نقطة واحدة . ومن أهم خواص خطوط القوى أنها تتعامد دائما مع سطح أى موصل ، ولا تنفذ خلاله بل تنتهى عند السطح . وفى حالة أى موصل أجوف مشحون خارجيا ولا توجد بداخله أية شحنات ، تكون شدة المجال بالداخل صفرا ، أى لا يوجد داخل الموصل أية خطوط قوى كهربية .

يطلق أحيانا لفظ أنبوب القوى tube of force على الحجم المحصور داخل حزمة من خطوط القوى الكهربية ، (شكل ١٦ – ٥) .

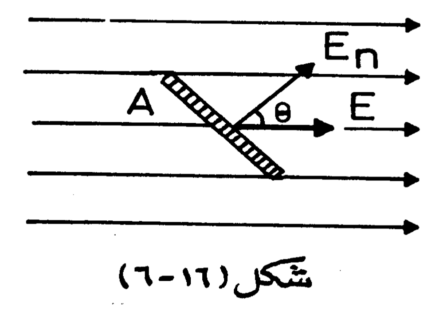
ويمكن تشبيه أنبوب القوة الكهربية وبداخلها خطوط القوى ، بأنبوبة تدفق خطى يتحرك داخلها مائع وتشبه خطوط التدفق للمائع خطوط القوى الكهربية للمجال . وتتغير شدة المجال الكهربى داخل أنبوب القوى عند أى نقطة ، عكسيا مع مساحة مقطع الأنبوب عند تلك النقطة.

شكل (١٦-٥)

(على الطالب إثبات ذلك من معلوماته عن التدفق المنتظم للسوائل فى الأنابيب مختلفة المقطع) .

١٦/٧ – الفيض الكهربي (Electric flux) :

سبق أن وضحنا أن المجال الكهربى يمكن وصفه بواسطة خطوط القوى الكهربية ، التى تزداد كثافتها كلما اقتربنا من الشحنات المسببة لهذا المجال . فشدة المجال E عند نقطة تعرف بعدد خطوط القوى ، التى تخترق وحدة المساحات المتعامدة مع خطوط القوى عند تلك النقطة .



شكل (١٦-٦)

ويطلق لفظ الفيض flux الكهربى المار عموديا بمساحة معينة S فى مجال كهربى E ، على حاصل الضرب $\text{Ø} = E_n S$ ، وإذا لم يكن المجال متعامدا مع المساحة كما فى الشكل(١٦ – ٦) تؤخذ المركبة العمودية E_n للمجال فى الاعتبار عند حساب الفيض ، وتساوى تلك المركبة $E \cos \theta$ حيث θ هى الزاوية بين اتجاه شدة المجال E والعمودى على المساحة S .

وعلى ذلك يكون الفيض الكهربى خلال المساحة A هو : $\text{Ø} = ES \cos \theta$

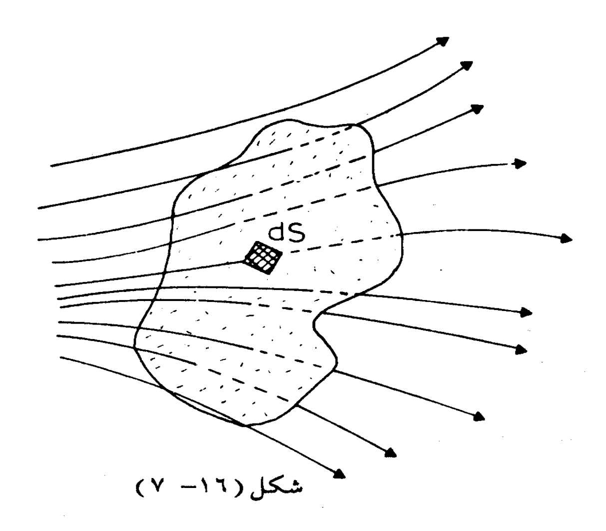
وعادة يكون من الأيسر اعتبار المركبة $S \cos \theta$ بأنها المساحة الفعلية التى تواجه المجال الكهربى ، أى المساحة العمودية عليه .

ونعتبر الآن الحالة العامة عندما يقطع سطح ما – أيا كان شكله – مجالا كهربيا . يمكننا تعيين الفيض الكهربى المار بالسطح إذا قسمناه إلى مساحات أولية صغيرة dS ، حيث يمكن اعتبار أن شدة المجال ثابتة عند كل مساحة . شكل (١٦ – ٧) .

الفيض عند المساحة الأولية dS هو : $d\text{Ø} = E \cos \theta \, dS$

ويكون الفيض الكلى المار فى المساحة هو تكامل مثل هذه الكميات بالنسبة لجميع المساحات الأولية المكونة للسطح ، أى أن :

$$\text{Ø} = \int E \cos \theta \, dS \qquad (16 - 15)$$



شكل (١٦- ٧)

ويؤخذ عادة الفيض الكهربى بأنه حاصل ضرب شدة المجال الكهربى وثابت العزل للوسط .

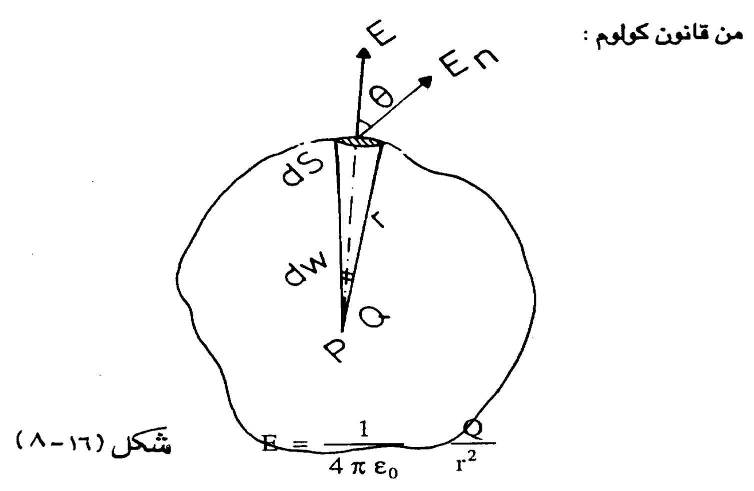
١٦/٨ - نظرية جاوس (Gauss' Law) :

تنص نظرية جاوس على أنه إذا احتوى سطح مقفل - أيا كان شكله على شحنات كهربية Q فإن الفيض الكهربى المار خلال هذا السطح هو Q/ε_0 ، ويمكن التعبير عن ذلك رياضيا بالمعادلة :

$$\oint E \cos\theta \; dS = Q/\varepsilon_0 \qquad (16 - 16)$$

ولإثبات هذه النظرية نعتبر شحنة Q عند النقطة P ، داخل سطح مقفل كما فى الشكل (١٦ - ٨) . ونعتبر مساحة صغيرة dS على السطح يكون عندها الفيض العمودى هو E cos θ . dS ، حيث E هو شدة المجال عند هذه النقطة ، والزاوية θ هى الزاوية بين العمود على السطح واتجاه المجال E .

من قانون كولوم :



شكل (١٦-٨)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

حيث r هو بعد المساحة dS عن الشحنة Q .

الفيض العمودى على المساحة dS هو :

$$d\varnothing = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\cos\theta\ dS \qquad (16 - 17)$$

ومن الهندسة الفراغية :

$$d\omega = \frac{dS\ \cos\ \theta}{r^2}$$

حيث dω هى الزاوية الفراغية التى تعملها المساحة dS عند مركز الشحنة Q .

ويكون بذلك الفيض العمودى على المساحة dS هو :

$$d\ \varnothing = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\ d\omega$$

وبإجراء التكامل على كل المساحات الأولية مثل dS ، والمكونة للسطح المقفل نحصل على الفيض الكلى العمودى على السطح بأكمله . أى أن :

$$\varnothing = \oint \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} d\omega \qquad (16 - 18)$$

والدائرة المرسومة على علامـــة التكامــــل معناهـــا أنـــنا نجـــرى التكامل على سطح مقــفل Contour integral .

$$\varnothing = Q / \varepsilon_0 \qquad (16 - 19)$$

حيث إن تكامل الزاوية الفراغية بالنسبة للسطح المقفل كله يساوى 4π ، وتكتب نظرية جاوس باستخدام المتجهات على الصورة :

$$\oint E . dS = Q / \varepsilon_0 \qquad (16 - 20)$$

ويمكـن الحصول عــلى نفــس النتيجـــة إذا تـعددت الشحـــنات داخــل السطــح ، فإذا وجدت شحنات q_1 ، q_2 ، q_3 ... ، داخل أى سطح مقفل فإن الفيض الكلى العمودى على السطــح يساوى $\varnothing$ حيث

$$\varnothing = \Sigma q / \varepsilon_0 \qquad (16 - 21)$$

وهذه هى نظرية جاوس ، وتمدنا تلك النظرية بطريقة سهلة للحصول على شدة المجال خارج موصل مشحون . ويمكن بهذه النظرية إثبات أن الفيض الكهربى العمودى على سطح موصل مقفل ، بالنسبة لشحنة خارجة عنه يساوى صفرا ، وذلك يعنى أن شدة المجال الكهربى داخل أى موصل مشحون ، لا يحتوى على شحنات داخلية يساوى صفرا .

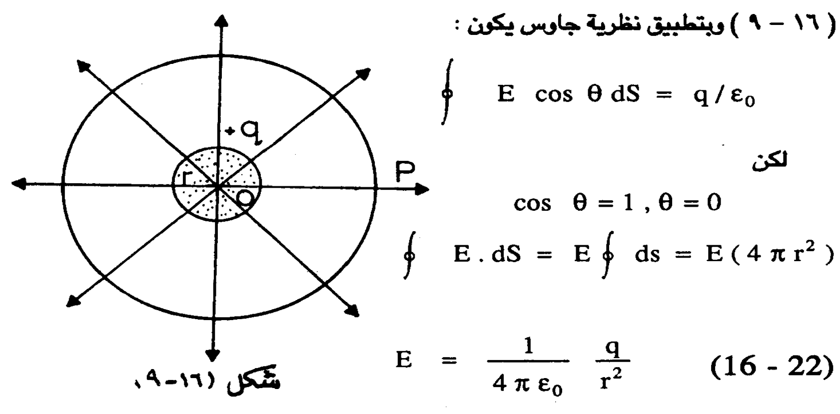
١٦/٩ – تطبيقات على نظرية جاوس Gauss :

مثال(١٦–٦) :

أوجد المجال الكهربى عند نقطة خارج كرة مشحونة ؟

الحل :

نفرض كرة مشحونة بشحنة q كولوم موزعة بانتظام على سطحها . المجال الكهربى حولها متماثل تماثلا كريا . إذا فرضنا سطحا كريا متمركزا مع الكرة المشحونة نصف قطره r يمثل سطح جاوس ، تكون جميع خطوط القوى الكهربية متعامـــدة معـــه . شكـــل



(١٦ - ٩) وبتطبيق نظرية جاوس يكون :

$$\oint E \cos\theta \, dS = q/\varepsilon_0$$

لكن

$$\cos\theta = 1 \, , \, \theta = 0$$

$$\oint E \cdot dS = E \oint ds = E(4\pi r^2)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \qquad (16 - 22)$$

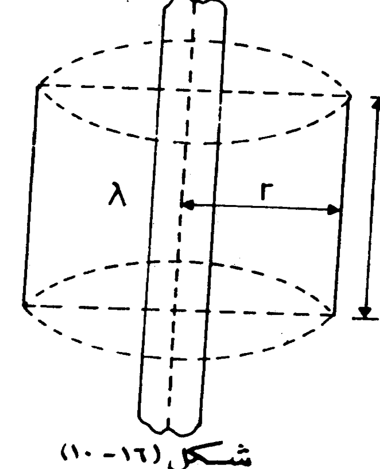
شكل (١٦-٩)

أى أن شدة المجال الكهربى عند النقطة P خارج الكرة المشحونة هى نفسها ، كما لو كانت الشحنة عند المركز .

مثال(١٦-٧) :

أوجد شدة المجال الكهربى بالقرب من أسطوانة رفيعة وطويلة عليها شحنة مقدارها λ كولوم على كل متر .

الحل :



شكل (١٦- ١٠)

باعتبار تماثل توزيع الشحنة على الأسطوانة فإن خطوط القوى الكهربية تخرج جميعها متعامدة على سطح الأسطوانة وفى جميع الاتجاهات .

لإيجاد شدة المجال عند نقطة على بعد r من محور الأسطوانة المشحونة نفرض سطح جاوس عبارة عن أسطوانة طولها ℓ ، لها نفس محور الأسطوانة المشحونة ونصف

قطـــرها r ، كما فى الشكل (١٦ - ١٠) .

بما أن كل الفيض الكهربى المار خلال السطح المنحنى للأسطوانة يكون عموديا عليه ، أى أن الـزاوية $\theta = 0$ ، وبذلك تكون $\cos\theta = 1$

فى المعادلة : $\int E \cdot dS = \int E \cos\theta \, dS$

مسـاحـة سطح جـاوس فى هذه الحـالة هـى مـسـاحـة السطح المنحنى للأسطوانة ، بالإضافة إلى مساحة القاعدتين وهذه لا تحسب ، إذ أن خطوط القوى تمس القاعدتين ولا تقطعهما . مساحة السطح المنحنى للأسطوانة = $2\pi r \ell$

$$\therefore \int E \cdot dS = 2\pi r \ell \; E = q/\varepsilon_0$$

لكن : $q = \lambda \ell$

أى أن : $2\pi r \ell E = \lambda \ell / \varepsilon_0$

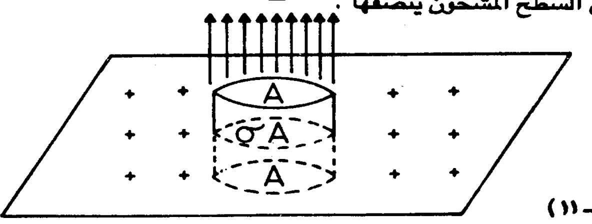
$$\therefore E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r} \qquad (16 - 23)$$

مثال (١٦ - ٨) :

أوجد شدة المجال بالقرب من سطح مستوى مشحون بشحنة منتظمة كثافتها السطحية σ كولوم / متر^2 ؟

الحل :

من التماثل تكون خطوط القوى الكهربية كلها عمودية على السطح ، كما فى الشكل (١٦ - ١١) . نعتبر سطح جاوس على شكل أسطوانة عمودية على السطح المشحون ، وأن مساحة قاعدتها هى S . وأن السطح المشحون ينصفها .



شكل (١٦-١١)

المجال الكهربى E عند كل من قاعدتى سطح جاوس يكون واحدا ، وتقطعهما خطوط القوى عمودية ، أى أن $\cos \theta = 1$ بينما لا تقطع خطوط القوى السطح المنحنى للأسطوانة ، وعلى ذلك فإن $\cos \theta = 0$ ، وبتطبيق نظرية جاوس نجد أنه بالنسبة للقاعدتين:

$$\int E \cdot dS = \int E \cos \theta \, dS = E \, (2A)$$

أما بالنسبة للسطح المنحنى للأسطوانة فإن :

$$\int E \cos \theta \, dS = 0$$

وعلى ذلك يكون التكامل على سطح جاوس المقفل هو :

$$\oint E \cos \theta \, dS = 2SE = Q/\varepsilon_0 = \sigma S/\varepsilon_0$$

$$\therefore \quad E = \sigma/2\varepsilon_0 \qquad (16 - 24)$$

ويلاحظ أن هذه هى النتيجة التى سبق أن حصلنا عليها فى مثال (١٦ - ٤) باستخدام قانون كولوم . وواضح من المقارنة بين الحلين سهولة استخدام نظرية جاوس .

عند إيجاد المجال الكهربى لسطح موصل مشحون بشحنة σ كولوم / متر^2 يراعى هنا أن قاعدة الأسطوانة السفلية لسطح جاوس تكون داخل الموصل ، حيث لا توجد خطوط قوى كهربية إذ أن $E = 0$ هناك . لذلك تكون الشحنة داخل سطح جاوس فى هذه الحالة هى σS ، وتعطى نظرية جاوس عندئذ المجال الكهربى E فوق السطح :

$$E = \sigma/\varepsilon_0 \qquad (16 - 25)$$

ولا تتوقف قيمة هذا المجال على بعد النقطة عن السطح المشحون إلا إذا كان السطح صغيرا ، ولا يمتد إلا بقدر محدود .

بمقارنة معادلتى (25 - 16) ، (24 - 16) نجد أن شدة المجال على جانبى طبقة مستوية من الشحنات تساوى نصف قيمتها إذا كانت نفس هذه الشحنة على سطح موصل مستوي، والسبب فى ذلك واضح إذ أنه فى الحالة الأولى تتوزع خطوط القوى على جانبى الطبقة من الشحنة ، أما فى حالة الموصل فإن خطوط القوى تخرج جميعها من جهة

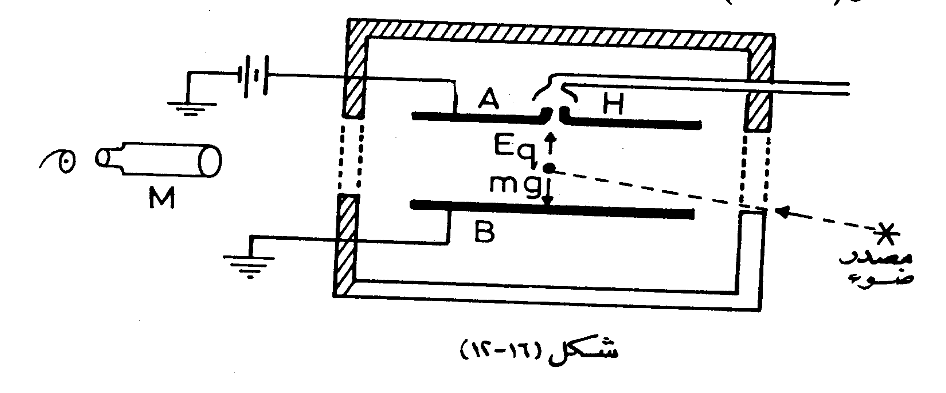
واحدة .

١٦/ ١٠ - المجال الكهربي المنتظم وقياس شحنة الإلكترون :

المجال المنتظم هو المجال الذى تكون فيه خطوط القوى الكهربية متوازية وعلى أبعاد متساوية . ويمكن الحصول على هذا المجال بشحن لوحين معدنيين متوازيين بشحنتين متساويتين ، ولكن مختلفتين فى النوع ، وقد استخدم ميليكان (عام ١٩٠٩) المجال الكهربى المنتظم لتعيين شحنة الإلكترون بتجربته الشهيرة بتجربة قطرة الزيت .

يتركب جهاز ميليكان من لوحين معدنيين متوازيين A & B ، يوجد باللوح العلوى فتحة صغيرة H ، تسمح بمرور قطرات دقيقة من الزيت تنثر فوقها بواسطة رذاذ خاص ، يمرر شعاع ضوئى قوى بين اللوحين لإضاءة القطرات الساقطة ، لكى ترى فى مجال ميكروسكوب M أثناء سقوطها تحت تأثير الجاذبية الأرضية على شكل نقط صغيرة مضيئة .

شكل (١٦ - ١٢) .



شكل (١٦-١٢)

تلتقط قطرة الزيت أثناء سقوطها بعض الإلكترونات الحرة ، الموجودة فى الحيز بين اللوحين ، ويمكن زيادة عدد هذه الإلكترونات بإمرار أشعة سينية بين اللوحين ، تحدث فى

الهواء ثابتا فتزداد الشحنة على القطرة ولتكن $q-$.

إذا أثرنا بمجال كهربى E بين اللوحين ، بشحن اللوح العلوى بشحنة موجبة والسفلى بشحنة سالبة ، يمكننا بذلك السيطرة على حركة القطرة المشحونة ، وذلك عن طريق تغيير فرق الجهد بين اللوحين .

وعندما تتساوى القوة الكهربية المؤثرة إلى أعلى على قطرة الزيت المشحونة ، مع قوة الجاذبية الأرضية إلى أسفل ، تتوقف حركة قطرة الزيت تماما فى مجال رؤية الميكروسكوب ، وعندئذ تكون :

$$m g = E q \qquad (16 - 26)$$

حيث m هى كتلة القطرة ، g عجلة الجاذبية الأرضية ، q هى الشحنة على القطرة ، E شدة المجال الكهربى بين اللوحين .

ولما كانت قطرة الزيت خفيفة فلا يمكن إهمال تأثير دفع الهواء لها إلى أعلى أثناء سقوطها . وعلى ذلك تكون القوة الفعلية إلى أسفل والتى تتعادل مع القوة الكهربية إلى أعلى، تكون مساوية ثقل القطرة مطروحا منه قوة دفع الهواء لها ، ويمكن إيجاد قوة الدفع باستخدام قاعدة أرشميدس حيث يساوى دفع الهواء للقطرة وزن حجم من الهواء مساوياً لحجم القطرة ، وعلى ذلك تكون القوة الفعلية المؤثرة إلى أسفل هى :

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho` g \qquad (16 - 27)$$

وذلك بفرض أن القطرة كروية نصف قطرها r وكثافتها ρ وكثافة الهواء $\rho`$.

وعندما تتوقف حركة القطرة تتزن القوتان إلى أسفل وإلى أعلى ، وعلى ذلك يكون :

$$qE = \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho - \rho`) \qquad (16 - 28)$$

من هذه المعالجة وبمعرفة القيم المختلفة يمكن إيجاد مقدار الشحنة q على قطرة الزيت. ولما كان نصف القطر صغير جدا يصعب قياسه عمليا استخدم ميليكان لتعيينه طريقة ستوكس لقياس اللزوجة .

تعتمد طريقة ستوكس على أن أى جسم ساقط فى وسط لزج يكتسب سرعة نهائية

terminal velocity عندما تتساوى قوة اللزوجة إلى أعلى مع القوة المحركة للجسم إلى أسفل .

وقد وجد ستوكس أنه فى حالة كرة نصف قطرها r تسقط فى وسط لزج معامل لزوجته η وتكتسب سرعة نهائية v وجد أن قوة اللزوجة تساوى $6\pi\eta vr$ (يمكن للطالب إثبات ذلك باستخدام نظرية الأبعاد)

وبتطبيق ذلك فى حالة قطرة الزيت وتجربة ميليكان نجد أن :

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho - \rho`) = 6\pi\eta v r \qquad (16 - 29)$$

وبذلك يمكن حساب نصف قطر القطرة من المعادلة :

$$r = \left(\frac{9\eta v}{2(\rho - \rho`)g}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (16 - 30)$$

ولقياس السرعة النهائية V للقطرة ، يزال المجال الكهربى ويستخدم خطان دقيقان متوازيان ، فى مجال رؤية الميكروسكوب يحددان مسافة سقوط معلومة ، وبتسجيل زمن سقوط القطرة لهذه المسافة يمكن إيجاد سرعة السقوط الحر .

وبمعرفة كثافة الهواء `ρ ولزوجته η وكثافة قطرة الزيت ρ ، وشدة المجال الكهربى E فولط / متر يمكن باستخدام المعادلة (28 - 16) تعيين مقدار الشحنة q على قطرة الزيت . ويلاحظ أن المجال الكهربى قد أحدث بتوصيل اللوحين A & B بمصدر جهد مرتفع V فولط ولما كانت المسافة بين اللوحين هى d مترا لذلك تكون شدة المجال $E = V / d$.

وبتكرار تجربة ميليكان لقياس الشحنة على قطرة الزيت ، مع تغيير قيمة الشحنة فى كل مرة باستخدام الأشعة السينية ، وجد أن الشحنة على القطرة تكون دائما مضاعفا صحيحا لوحدة أساسية e مقـــدارها 1.6×10^{-19} كولوم هى شحنة الإلكترون .

تمارين على الفصل السادس عشر

١ - أوجد قوة التنافر بين جسيمى ألفا ، يبعدان بعضهما عن بعض مسافة 10^{-13} مترا . ثم قارن بين هذه القوة وقوة الجذب النيوتونى بينهما ؟

٢ - قارن بين قوى الجذب الكهربى والنيوتونى بين الإلكترون والبروتون فى ذرة الأيدروجين . اعتبر المسافة بينهما 0.53×10^{-10} مترا . أوجد أيضا عجلة الإلكترون باعتبار الميكانيكا الكلاسيكية ؟

٣ - بلورة أيونية من كلوريد الصوديوم تتركب من أيونات صوديوم وكلور متراصة تبادليا ، والمسافة بين كل أيون والمجاور له 2.82×10^{-10} متر ؟

أوجد القوة الكهربية الجاذبة بين كل أيونين متجاورين باعتبار كل منهما كنقطة شحنة ؟

٤ - جسيم ألفا يقترب بسرعة كبيرة من نواة ذرة يورانيوم ، الشحنة عليها 92 شحنة الإلكترون . ما هى القوة الكهربية التى تؤثر على الجسيم عندما يكون بعده عن النواة 5×10^{-14} مترا ؟ وما هى العجلة اللحظية لجسيم ألفا عند هذه اللحظة ؟

٥ - تمر فى مصباح كهربائى 150 واط يعمل بفرق جهد 110 فولط تمر شحنة كهربية قدرها 1.5 كولوم / ثانية . كم عدد الإلكترونات فى الثانية تكافئ هذه الكمية؟

٦ - كم إلكتروناً ينتج عن هذا التفاعل :

$$Ni^{++} + 4\,H_2O \rightarrow Ni\,O_4^- + 8\,H^+ + (\text{electrons})\ ?$$

٧ - وضع إلكترون بين مستويين متوازيين مشحونين بشحنتين متساويتين ومختلفتين ، إذا كان المجال الكهربى بينهما 3×10^4 نيوتن / كولوم ، فماذا تكون عجلة الإلكترون ؟ وإذا فرضنا أن الإلكترون يبدأ من سكون من المستوى السالب التكهرب ، فماذا تكون سرعته عندما يصل للمستوى الموجب التكهرب إذا كانت المسافة بين المستويين 1 سم ؟

٨ – إلكترون شحنته 1.6×10^{-19} كولوم يتحرك داخل مجال كهربى منتظم شدته 1200 فولط / سم .أوجد القوة المؤثرة على الإلكترون وأوجد عجلته ، وكذلك الزمن الذى يأخذه ليقطع مسافة 2 سم من سكون (كتلة الإلكترون 9.1×10^{-31} كجم) ؟

٩ – قطرة زيت مشحونة نصف قطرها 0.00013سم أمكن حفظها فى حالة سكون بين لوحى مكثف مشحون بفرق جهد 8340 فولط . فإذا كانت المسافة بين لوحى المكثف 1.6 سم وكثافة الزيت 920 كجم / متر^{٣} ، فاحسب مقدار الشحنة على القطرة (عجلة الجاذبية الأرضية 9.81 متر / ث^{٢}) ؟

١٠ – لوحان متوازيان بينهما مسافة 1.5 سم ، وصل اللوح العلوى بمصدر جهد 1500 فولط . بينما وصل السفلى بالأرض . احسب عدد الإلكترونات التى يجب أن تلتقطها قطرة زيت كتلتها 4.9×10^{-12} جرام ، حتى تبقى معلقة بين اللوحين . أهمل كثافة الهواء بالنسبة لكثافة القطرة ؟

وإذا تغير جهد اللوح العلوى فجأة ليصير 1500- فولط فماذا تكون عجلة الحركة للقطرة المشحونة ؟

١١ – احسب نصف قطر قطرة زيت كثافتها 900 كجم / متر^{٣} ، تسقط سقوطا حرا فى الهواء بسرعة نهائية 2.9×10^{-2} سم / ث . فإذا كانت لزوجة الهواء 1.8×10^{-5} نيوتن . ثانية / متر^{٢} ، وكان على القطرة ثلاثة إلكترونات فماذا يجب أن يكون فرق الجهد بين لوحين البعد بينهما 5 سم لكى تبقى القطرة معلقة بينهما ؟ أهمل كثافة الهواء .

(شحنة الإلكترون 1.6×10^{-19} كولوم)

١٢ – حيز كروى نصف قطره R يحتوى شحنة q موزعة بانتظام داخل هذا الحيز ، ما هى شدة المجال عند أى نقطة داخل هذا الحيز ؟ وما هى شدته خارجه ؟ . ارسم بيانيا

كيف يتغير المجال مع البعد عن مركز الكرة ؟

١٣ – نصف كرة نصف قطرها R داخلها شحنة Q منتظمة التوزيع على كل حجمها . كيف يمكن استخدام قانون جاوس لإيجاد شدة المجال ؟

١٤ – فى يوم ما كان المجال الكهربى فى جو الأرض 100 نيوتن / كولوم وكان متجه هذا المجال يشير رأسيا إلى أسفل . أوجد كثافة الشحنة السطحية على سطح الأرض باعتبارها موصلاً مستوياً ؟

١٥ – أنبوبة من البلاستك نصف قطرها الداخلى a والخارجى b . وزعت بانتظام شحنة كهربية فى المنطقة $a < r < b$ وكانت الشحنة على الأنبوبة λ كولوم لكل متر . أوجد المجال الكهربى فى المناطق

$r > b$ (iii) $a < r < b$ (ii) $r < a$ (i)

١٦ – ما هى أكبر شحنة كهربية لوحدة الأطوال ، يمكن وضعها على شعرة طويلة مستقيمة قطرها 0.008 سم موجودة فى الهواء دون أن يحدث تفريغ كهربى فى الهواء ، علما بأن هذا التفريغ يحدث إذا زادت شدة المجال الكهربى عن 3×10^6 نيوتن / كولوم ؟

الفصل السابع عشر
الجهد الكهرستاتيكي ، الطاقة الكهربية ، السعة

١٧ / ١ — الجهد الكهرستاتيكي وفرق الجهد :

عندما توضع شحنة صغيرة q عند نقطة ما (x_1) في مجال كهربي E ، فإنها تقع تحت تأثير قوة Fتساوي E . q . هذه القوة محافظة Conservative ، أي أن الشغل المبذول بهذه القوة في نقل شحنة ما من نقطة (x_1) إلى نقطة أخرى (x_2) لا يتوقف على شكل المسار الذي انتقلت عليه الشحنة ، ولكن فقط الموضعين الابتدائي والنهائي .

يعرف الجهد الكهربي V عند نقطة بأنه الشغل المبذول في نقل وحدة الشحنة الموجبة من ما لا نهاية إلى النقطة .

وفرق الجهد بين نقطتين هو الشغل المبذول لنقل وحدة الشحنة الموجبة من نقطة إلى أخرى . ويعرف الجهد رياضيا بالكمية التي يكون معدل تغيرها بالنسبة للمسافة x في أي اتجاه (dV / dx) هو المجال الكهربي في هذا الاتجاه ، أي أن :

$$E = -\frac{dV}{dx} \qquad (17 - 1)$$

وبإجراء التكامل نحصل على :

$$\int_{x_1}^{x_2} dV(x) = -\int_{x_1}^{x_2} E\, dx$$

$$V(x_2) - V(x_1) = -\int_{x_1}^{x_2} E\, dx$$

$$= -\int \frac{F}{q}\, dx$$

$$V(x_2) - V(x_1) = \frac{W}{q} \qquad (17 - 2)$$

حيث W هو الشغل المبذول لنقل شحنة q من(x_1) إلى(x_2) والإشارة السالبة هنا تفيد أن القوة المؤثرة على الشحنة تعمل في الاتجاه المضاد للحركة . وتكتب معادلة الجهد

عند نقطة على الصورة :

$$V(x) = -\int_{\infty}^{x} E\,dx \qquad (17-3)$$

وحدة الجهد الكهرستاتيكى هو الفولط (V) وتساوى (جول / كولوم) ويمكن التعبير عن وحدة شدة المجال الكهربى بدلالة الفولط كما يأتى :

وحدة شدة المجال الكهربى = نيوتن / كولوم

$$= \frac{\text{نيوتن متر}}{\text{كولوم متر}}$$

$$= \frac{\text{جول}}{\text{كولوم متر}}$$

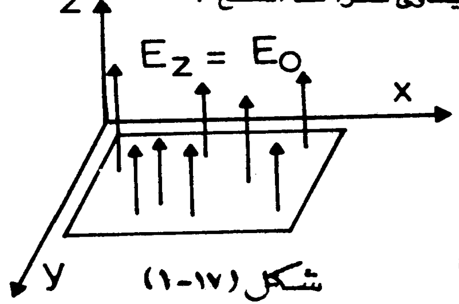
$$= \frac{\text{فولط}}{\text{متر}}$$

أى أن نيوتن / كولوم تعبر عن نفس وحدة فولط / متر ويفضل استعمال الوحدة الأخيرة لتعريف المجال الكهربى فى المجالات العملية .

مثال(١٧-١) :

سطح موصل مستوي كبير يحمل شحنة منتظمة ينشأ عنه مجال كهربى شدته E أوجد الجهد الكهربى عند أى نقطة فوقه ، بفرض أن الجهد يساوى صفرا عند السطح ؟

الحل :



شكل (١٧-١)

نفرض أن السطح الممتد ينطبق على المستوى XY . شدة المجال الكهربى E_o فوق السطح ثابتة لا تتوقف على البعد z ، عن السطح ومتجه المجال عمودى على المستوى فى اتجاه z .

الجهد عند نقطة على السطح V_0 يساوى صفرا

الجهد V عند نقطة P فوق المستوى المشحون هو :

$$V - V_0 = - \int E_z \, dz$$

$$\therefore \; V = - E_0 \, z \qquad (17 - 4)$$

أى أن الجهد يتناسب طرديا مع البعد عن المستوى المشحون .

مثال(١٧-٢) :

المجال الكهربى لسحابة مشحونة فوق سطح الأرض هو 2×10^4 فولط / متر ويشير إلى أعلى . ما هو فرق الجهد بين سطح الأرض ونقطة تعلوه بمقدار 50 مترا ، أعتبر المجال الكهربى ثابت القيمة ؟

الحل :

من المسألة السابقة :

$$V_p = - E_0 \, z = - 2 \times 10^4 \times 50 = - 10^6 \text{ volt}$$

مثال(١٧-٣) :

لوحان متوازيان يفصل بينهما مسافة 2 سم . العلوى مشحون وجهده الكهربى 2400 فولط بالنسبة للسفلى . أوجد الزمن الذى يأخذه إلكترون يبدأ من سكون عند اللوح الأسفل ليصل إلى اللوح العلوى ؟

الحل :

شدة المجال بين اللوحين هى :

$$E = V / d$$
$$= 2400 / 0.02$$
$$= 1.2 \times 10^5 \text{ V/m}$$

القوة المؤثرة على الإلكترون هى :

$$F = e \, E$$
$$= 1.6 \times 10^{-19} \times 1.2 \times 10^5$$
$$= 1.92 \times 10^{-14} \text{ N}$$

العجلة a تساوى القوة مقسومة على الكتلة .

$$\therefore \; a = \frac{F}{m}$$

$$= \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 1.2 \times 10^{5}}{9.1 \times 10^{-31}}$$

$$= 0.211 \times 10^{17} \quad m/s^2$$

زمن قطع مسافة 2 سم بين اللوحين يعطى بالمعادلة :

$$S = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\therefore \; t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = 1.38 \times 10^{-9} \text{ Seconds}$$

٢/١٧ - الجهد الكهربي لشحنة نقطية :

اعتبر A, B يبعدان عن الشحنة q + بمقدار a , b على الترتيب ، (شكل ١٧ - ٢) .

نفرض أولا أن النقطتين يقعان على خط من خطوط القوى .

شدة المجال عند أى نقطة على خط القوى تبعد x عن الشحنة هى :

$$E = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_o} \frac{q}{x^2}$$

الجهد الكهربى عند أى نقطة هو :

$$V(x) = \int E \, dx = \int \frac{1}{4 \pi \varepsilon_o} q \frac{dx}{x^2}$$

$$\therefore \; V(x) = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_o} \frac{q}{x} \qquad (17 - 5)$$

ويكون فرق الجهد بين نقطتين A , B هو .

شكل (١٧-٢)

$$V(a) - V(b) = -\int_a^b \frac{q}{4\pi\varepsilon_o x^2}\, dx$$

$$V_{AB} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \qquad (17 - 6)$$

وواضح أنه إذا كانت النقطة B فى ما لا نهاية ، أى أن $b = \infty$ نحصل على جهد النقطة A وهو :

$$V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{a}$$

وفى حالة وجود شحنة `q عند النقطة A يكون الجهد الكهربى للشحنة عندئذ هو U_A

$$U_A = q`V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q\,q`}{a} \qquad (17 - 7)$$

مثال(١٧-٤):

يبعد الإلكترون عن النواة فى ذرة الأيدروجين مسافة 0.53×10^{-10} مترا .

أوجد الجهد الكهربى للنواة عند هذه النقطة ، وما هو جهد الإلكترون ؟

الحل :

الشحنة على النواة هى شحنة البروتون وتساوى 1.6×10^{-19} كولوم ، الجهد الناشئ عن هذه الشحنة هو :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{x} = \frac{1.6 \times 10^{-19}}{4\pi\varepsilon_0 \times 5.53 \times 10^{-10}}$$

$$= 27 \text{ Volts}$$

شحنة الإلكترون هى : $e = -1.6 \times 10^{-19}$ كولوم

جهد الإلكترون هو : eV ويساوى -4.3×10^{-18} جول .

ويقدر الجهد عادة فى الفيزياء الذرية بالإلكترون فولط ، حيث إن الجول وحدة كبيرة جدا . وتعرف وحدة الإلكترون بفولط بأنها الطاقة التى يكتسبها الإلكترون عند سقوطه فى فرق جهد قدره فولط واحد .

وعلى ذلك يكون :

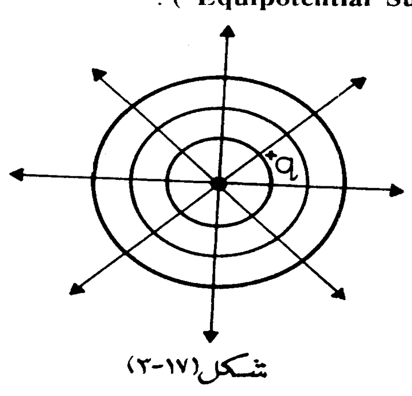
الكترون فولط واحد = 1.6×10^{-19} جول .

١٧ / ٣ – الجهد الصفري للأرض (Zero potential) :

سبق أن أوضحنا أن المجال الكهربى داخل جسم موصل يكون دائما صفرا ، أى أن فرق الجهد بين أى نقطتين داخل الموصل تساوى صفرا . وهذا يعنى أن جميع النقط داخل الموصل يكون لها نفس الجهد الكهربى . وبما أن الأرض جسم موصل كهربى ، لذلك فإن جميع النقط على سطحها يكون لها نفس الجهد . وكما نفعل بالنسبة لارتفاعات الأجسام على الأرض ونسبتها إلى سطح البحر فيقال : ارتفاع الجبل 1000 متر مثلا عن سطح البحر كذلك نفعل بالنسبة للجهد الكهربى وعادة ما نعتبر جهد الأرض صفرا ، أو أن جميع الأجسام التى تتصل بالأرض يكون جهدها كذلك ، وتسمى عندئذ بأنها أرضية . earthed .

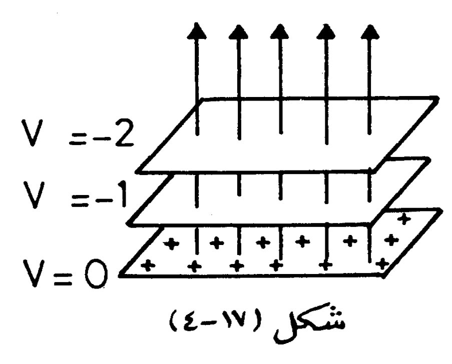
١٧ / ٤ – سطوح تساوي الجهد (Equipotential Surfaces) :

يتغير الجهد من مكان إلى آخر فى أى مجال كهربى ، وتوجد دائما أماكن محددة تتساوى فيها قيمة دالة الجهد . فإذا تخيلنا سطحا يمر بجميع تلك النقط فى المجال الكهربى – والتى تكون عندها قيمة دالة الجهد واحدة – سمى هذا بسطح تساوى الجهد . ويكون بذلك الشغل المبذول فى تحريك



شكل(١٧-٣)

أية شحنة عليه مساويا للصفر ، وهذا يعنى أن حركة الشحنة على سطح تساوى الجهد ، تكون دائما عمودية على اتجاه المجال ليصير الشغل صفرا ($\cos\theta = 0$ ، حيث θ هى الزاوية القائمة بين اتجاه المجال واتجاه حركة الشحنة) ونستخلص من ذلك وجوب تعامد خطوط القوى الكهربية مع سطوح تساوى الجهد ، ففى حالة مجال شحنة نقطية تكون سطوح تساوى الجهد على شكل كرات مركزها الشحنة q ، وتكون هذه السطوح على شكل مستويات متوازية فى حالة سطح مستوى مشحون بشحنة منتظمة ، وتكون خطوط القوى دائما متعامدة مع سطوح تساوى الجهد ، كما فى شكلى (١٧-٣) ، (١٧ - ٤) .



شكل (١٧-٤)

١٧ / ٥-الجهد والمجال الكهربي لثنائي القطب :

يتركب ثنائى القطب الكهربى من شحنتين متساويتين ، ومختلفتين ، يبعدان عن بعضهما مسافة معينة ℓ ، وكثيرا ما تظهر فى الفيزياء هذه الثنائيات الكهربية والمغناطيسية

يبين الشكل (١٧ - ٥) ثنائى قطب كهربى، الجهد الكهربى عند نقطة p هو مجموع الجهدين بالنسبة للشحنتين $\pm Q$

شكل(١٧-٥)

$$\therefore \quad V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{r_1} - \frac{Q}{r_2}\right)$$

$$\therefore \quad V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\;\frac{r_2 - r_1}{r_1 - r_2} \qquad (17 - 8)$$

عادة ما تكون المسافة ℓ بين الشحنتين صغيرة وبذلك يمكن اعتبار أن المسافتين r_1 , r_2 كبيرة جدا ، بالنسبة إلى ℓ ويمكن بذلك تقريب المسافات

$$r_1 \cong r_2 \cong r$$

ويكون الفرق بين r_1 , r_2 هو :

$$r_2 - r_1 \cong \ell \cos \theta$$

حيث θ هى الزاوية بين اتجاه ثنائى القطب والخط الواصل بينه وبين النقطة P . جهد النقطة P هو بالتقريب :

$$V = \frac{Q}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{\ell \cos \theta}{r^2} \tag{17 - 9}$$

ولكن يعرف عزم ثنائى القطب P بأنه حاصل ضرب الشحنة Q فى المسافة بين الشحنتين ، أى أن :

$$P = \ell Q \tag{17 - 10}$$

وبذلك يكون الجهد عند p

$$V = \frac{P \cos \theta}{4 \pi \varepsilon_0 r^2} \tag{17 - 11}$$

ولحساب المجال الكهربى عند P نستخدم الإحداثيات المتعامدة حيث :

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\cos \theta = \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}}$$

وبالتعويض يكون الجهد هو :

$$V = \frac{P}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} \tag{17 - 12}$$

وتكون مركبات المجال فى الاتجاهات x , y , z هى :

$$E_x = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) \; ; \; E_y = -\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right) \; ; E_z = -\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right) \qquad (17 - 13)$$

ويلاحظ أن التفاضلات هنا جزئية .

١٧ / ٦-الطاقة الكهربية لمجموعة شحنات نقطية :

عند إحضار مجموعة من الشحنات لكى تشغل مواضع معينة فى الفراغ ، يستلزم ذلك بذل قدر معين من الشغل ، إذا أن هذه الشحنات تؤثر بقوى كهربية على بعضها البعض . ويسمى الشغل المبذول لعمل ذلك بطاقة الجهد لهذه المجموعة من الشحنات .

وتختزن هذه الطاقة فى المجال الكهربى ذاته ، وتتركز الطاقة فى المواضع التى يكون فيها شدة المجال كبيرا ، ولذلك سنعرف توزيع الطاقة فى الفراغ بدلالة دالة هى كثافة الطاقة .

ولما كانت المجالات الكهربية يصاحبها اختزان لقدر من الطاقة ، لذلك يجب النظر إلى المجال باعتباره جسما ماديا يمثل حالة خامسة من حالات المادة .

طاقة الجهد الكهربى لشحنتين نقطتين q_1 ، q_2 يفصلهما مسافة r هى :

$$U = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

ويمكن النظر إلى هذه الطاقة على أنها الشغل اللازم بذله ، لإحضار الشحنة q_1 من ما لا نهاية لتستقر على بعد r مترا من الشحنة الأخرى q_2 . وهذه الطاقة متبادلة بين الشحنتين وتتوزع بينهما ، وعلى ذلك تكون الطاقة الكهربية المصاحبة لشحنة q_1 جهدها V_1 هى $\frac{1}{2} q_1 V_1$ ، وفى حالة مجموعة شحنات تكون الطاقة الكلية المصاحبة لها هى :

$$U = \frac{1}{2} q_1 V_1 + \frac{1}{2} q_2 V_2 + \frac{1}{2} q_3 V_3 + \ldots$$

$$= \Sigma \; \frac{1}{2} q \; V \qquad (17 - 14)$$

٧/١٧ – كثافة الطاقة في مجال كهربي :

أولا – فى حالة مجال ناشئ عن شحنة Q موزعة بانتظام على سطح موصل كرى نصف قطره R .

جهد الكرة عند السطح هو :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R}$$

وباستخدام المعادلة (14- 17) تكون الطاقة المصاحبة لمجال الكرة هى :

$$R = \frac{1}{2} QV$$

$$U = \frac{1}{2} Q \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \frac{Q^2}{R} \qquad (17 - 15)$$

ثانيا – فى حالة لوحان معدنيان يحملان شحنتين $\pm Q$.كما فى الشكل (١٧-١٦) المجال الكهربى E بين اللوحين يساوى تقريبا مجال لوح مشحون بشحنة Q ويتمدد إلى ما لا نهاية ، شدة المجال ثابتة وتعطى قيمتها بالمعادلة :

شكل (١٧-٦)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \qquad (17 - 16)$$

حيث A مساحة اللوح ، σ هى الكثافة السطحية للشحنة وتساوى Q/A . فرق الجهد بين اللوحين هو :

$$V_2 - V_1 = - E d = - \frac{Q d}{\varepsilon_0 A} \qquad (17 - 17)$$

حيث d البعد بين اللوحين (انظر مثال ١٧ – ١) .

ومن معادلتى (14 - 17) ، (17 - 17) تكون الطاقة المصاحبة للمجال هى :

$$U = \frac{1}{2} Q (V_1 - V_2)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\varepsilon_0 A} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{Q^2}{\varepsilon_0^2 A^2} A d$$

لكن $A . d$ هو الحجم بين اللوحين . وبقسمة الطاقة الكلية U على الحجم ، نحصل على كثافة الطاقة u وهى طاقة المجال لوحدة الحجوم .

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \qquad (17 - 18)$$

ويمكن على ذلك التعبير رياضيا عن الطاقة الكهربية فى مجال بأنها تكامل حجمى للمقدار $\frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$ ، أى أن :

$$U = \int \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \, d V \qquad (17 - 19)$$

ويمتد التكامل على جميع المناطق حيث يوجد المجال الكهربى .

مثال (١٧-٥) :

من المعروف أن للطاقة كتلة وفقا لنظرية إينشتين ، لذلك فالمجال الكهربى له طاقة وكذلك كتلة . أوجد كثافة الكتلة فى سحابة مشحونة حيث المجال الكهربى يساوى 2×10^6 فولط / متر ؟

الحل :

نوجد أولا كثافة الطاقة u :

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \times (2 \times 10^6)^2 = 18 \ J / m^3$$

باستخدام قانون تكافؤ الكتلة والطاقة لإينشتين ، تكون كثافة الكتلة المناظرة لكثافة الطاقة هى (u / c^2) حيث c سرعة الضوء

$$\therefore \frac{u}{C^2} = \frac{18}{(3 \times 10^8)^2} = 2 \times 10^{-16} \ Kg / m^3$$

١٧/٨ – السعة الكهربية :

المكثف هو جهاز لخزن الشحنة الكهربية بداخله ، ويتركب من موصل كهربى أو أكثر تكون معزولة كهربيا . وأبسط أنواعه المكثف ذو الألواح المتوازية . وهو عبارة عن لوحين من المعدن مساحة كل منهما A متر^٢ ويفصل بينهما مسافة d مترا .

نعتبر أولا مكثفا على هيئة كرة معدنية معزولة نصف قطرها R عند شحن الكرة بشحنة Q يصير جهدها :

$$V = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{Q}{R} \qquad (17 - 20)$$

أى أن كمية الشحنة المختزنة على الكرة تتناسب تناسبا طرديا مع الجهد ، وتسرى هذه القاعدة على أى موصل مهما كان شكله .

ويمكن كتابة هذا التناسب على الصورة :

$$Q = C V \qquad (17 - 21)$$

حيث C هو ثابت التناسب ويسمى بالسعة الكهربية للموصل ، وتساوى فى حالة الكرة $4 \pi \varepsilon_0 \; R$. أى أن سعة الكرة تزداد بزيادة نصف قطرها .

وحدة السعة الكهربية هى الفاراد F ، ويساوى كولوم / فولط ونستخدم عادة وحدات أصغر من الفاراد هى الميكروفاراد (10^{-6})

ويرمز لها بالرمز μ f والبيكوفاراد (10^{-12}) ويرمز لها بالرمز pF

$$1 \mu F = 10^{-6} \; F$$
$$1 \; pF = 10^{-12} \; F$$

مثال(١٧–٦) :

أوجد السعة الكهربية للأرض باعتبارها كرة موصلة نصف قطرها 6.4×10^{6} مترا ؟

الحل :

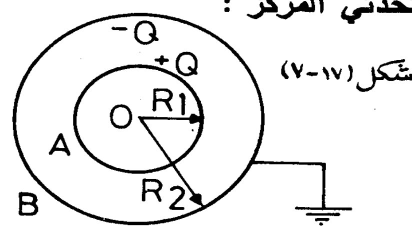
$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$
$$= 4 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 6.4 \times 10^{6}$$
$$= 7.1 \times 10^{-4} \ F$$

وعلى الطالب ملاحظة أن الثابت ε_o يمكن كتابته على الصورة :

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N\ m^2}$$
$$= 8.85 \times 10^{-12} \ \text{Farad / meter}$$

حيث 1 فاراد = 1كولوم / فولط = 1 (كولوم)^{2} / نيوتن . متر

١٧ / ٩- سعة مكثف مكون من كرتين متحدتي المركز :



شكل (١٧-٧)

نفرض كرتين A , B متحدتى المركز نصف قطريهما R_1 , R_2 ، شحنت الكرة الداخلية بشحنة Q ووصلت الكرة الخارجية بالأرض . فتكون شحنة تأثيرية Q – على الكرة الخارجية وهى شحنة مقيدة. شكل (١٧ - ٧)

جهد الكرة الخارجية يتكون من جزأين، الأول ناشئ عن شحنتها التأثيرية ومقداره $4\pi\varepsilon_o \ Q/R_2$ ، والجزء الآخر ناشئ عن شحنة الكرة الداخلية ومقداره $4\pi\varepsilon_o \ Q/R_2$. وواضح أن جهد الكرة الخارجية يساوى صفرا ، إذ أنها تتصل بالأرض.

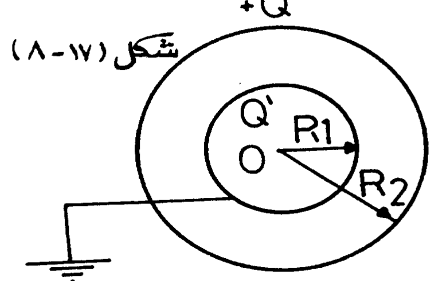
أما جهد الكرة الداخلية وهى معزولة ، فيتكون أيضا من جزأين الأول ناشئ عن شحنتها والثانى ناشئ عن الشحنة التأثيرية على الكرة الخارجية ، ويكون هذا الجهد ثابتاً

فى جميع النقط داخل الكرة ، ويساوى قيمته عند السطح . وعلى ذلك يكون جهد الكرة الداخلية V هو :

$$V = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{Q}{R_1} - \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{Q}{R_2} \qquad (17 - 22)$$

لكن سعة المكثف $C = Q / V$ وعلى ذلك تكون سعة المكثف الكرى هى :

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right) \qquad (17 - 23)$$



شكل (١٧-٨)

أما إذا كانت الكرة الداخلية متصلة بالأرض ، أى أن جهدها صفر ، نفرض أن الشحنة التأثيرية المقيدة عليها هى $Q`$ وهى أقل فى المقدار من الشحنة Q الموجودة على الكرة الخارجية ، لأن خطوط القوى الكهربية المنبعثة منها لا تمر كلها بالكرة الداخلية ، إذ يتجه بعضها إلى الخارج وبعضها إلى الداخل شكل (١٧ – ٨) . جهد الكرة الداخلية هو :

$$0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R_2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q`}{R_1}$$

$$Q` = -Q\frac{R_1}{R_2} \qquad (17 - 24)$$

جهد الكرة الخارجية المعزولة هو :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R_2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q`}{R_2} \qquad (17 - 25)$$

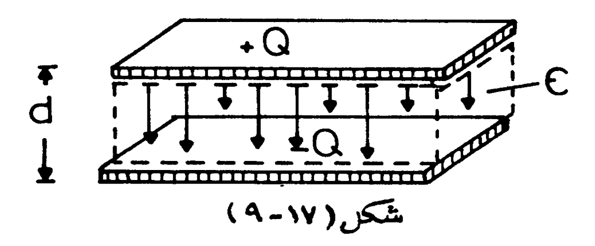
ومن معادلتى (24 - 17) ، (25 - 17) تكون سعة المكثف فى هذه الحالة هى :

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_2^2}{R_2 - R_1} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} + 4\pi\varepsilon_0 R_2 \qquad (17 - 26)$$

وواضح أن السعة تكون أكبر عند توصيل الكرة الداخلية بالأرض .

١٧ / ١٠– المكثف ذو الألواح المتوازية :

يستخدم المكثف ذو الألواح المتوازية بكثرة في الدوائر الكهربية ، ويتركب من لوحين موصلين يفصل بينهما عازل كهربي، ويحملان شحنتين متساويتين ومختلفتين $\pm Q$ ، كما في الشكل (١٧ – ٩) .



شكل (١٧ - ٩)

من السهل استنتاج سعة هذا المكثف باستخدام المعادلة (23 - 17) الخاصة بسعة المكثف ذي الكرتين وهى :

$$C = 4 \pi \varepsilon_0 \frac{R_1 \; R_2}{R_2 - R_1}$$

إذا فرضنا أن نصفى أقطار الكرتين R_2 ، R_1 كانت كبيرة جدا بالنسبة للمسافة بينهما ، بينما يمكن اعتبار أن $R_1 \; R_2 = R^2$ تقريبا ، وأن المسافة بينهما $R_2 - R_1 = d$. وعلى ذلك تكون السعة هى :

$$C = \frac{4 \pi \varepsilon_0 \; R^2}{d} \qquad (17 - 27)$$

وبقسمة هذه السعة على مساحة سطح الكرة $4 \pi R^2$ نحصل على السعة لوحدة المساحة وهى :

$$C = \frac{\varepsilon_0}{d} \qquad (17 - 28)$$

فإذا كان لدينا لوحان متوازيان مساحة سطح كل منهما A ويكونان مكثفا ذا لوحين متوازيين تكون سعة هذا المكثف هى :

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \quad (17 - 29)$$

ويمكن استنتاج سعة المكثف المتوازى اللوحين باستخدام نظرية جاوس كما يلى :

شدة المجال الكهربى بين لوحى المكثف هى :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

فرق الجهد بين اللوحين هو :

$$V = E d = \frac{Q d}{\varepsilon_0 A}$$

وعليه تكون السعة هى :

$$C = Q / V = \frac{Q}{(Q d / \varepsilon_0 A)}$$

$$\therefore \quad C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

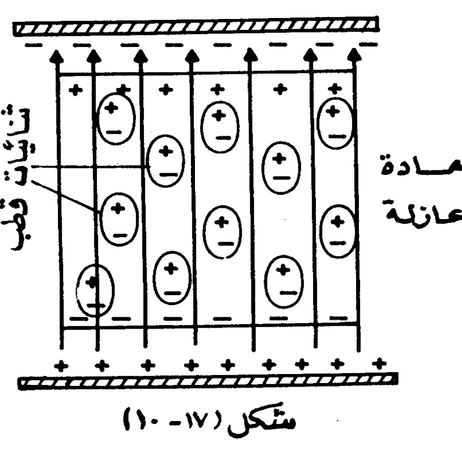
حيث ε_0 هى سماحية الفراغ . أما إذا امتلأ الفراغ بين اللوحين بمادة عازلة سماحيتها ε فإن سعة المكثف تصبح فى هذه الحالة :

$$C = \frac{\varepsilon A}{d} \quad (17 - 30)$$

١٧ / ١١ – العوازل وثابت العزل :

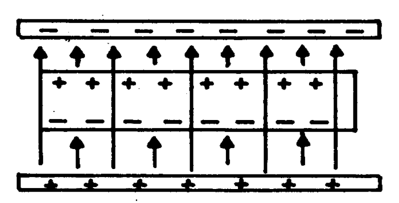
عند وضع مادة عازلة خلاف الهواء بين لوحى مكثف نلاحظ ازديادا فى سعته الكهربية، ويقل احتمال حدوث انهيار كهربى بين اللوحين عند زيادة جهدهما ، ولشرح هذه الظاهرة نعتبر مكثفا له لوحان متوازيان ، كثافة الشحنة عليهما $\pm\sigma$ وأن الوسط الفاصل

بينهما هو الهواء . عندما توضع مادة عازلة بين اللوحين ، يؤثر المجال الكهربى E بينهما على ذرات وجزئيات هذه المادة محدثا فيها استقطابا كهربيا بحيث تزاح إلكترونات الذرات، فتقترب من اللوح موجب التكهرب ويحدث العكس بالنسبة للشحنات الموجبة . وينشأ عن ذلك ثنائيات قطب كهربية كما مبين بالشكل (١٧ – ١٠) .



شكل (١٧-١٠)

ينشأ عن وجود هذه الثنائيات تكون شحنة موجبة على سطح العازل ، فى مواجهة اللوح المشحون بشحنة سالبة ، وبالعكس تنتج شحنة سالبة على سطح العازل المواجه للوح موجب التكهرب . وعلى ذلك تنتهى بعض خطوط القوى الكهربية عند الشحنات السالبة على سطح العازل ، كما فى الشكل (١٧ – ١١) . وبذلك تكون كثافة الفيض الكهربى داخل المادة العازلة أقل منها فى الفراغ بين اللوحين .



شكل (١٧-١١)

ويكون شدة المجال الفعلى داخل لوحى المكثف ، هى محصلة المجال الناشئ عن الشحنات الحرة على اللوحين ، والمجال المعاكس الناشئ عن الشحنات المقيدة على سطحى العازل . ويميز النقص فى شدة المجال طبيعة المادة العازلة ، ويطلق اسم ثابت العازل dielectric constant K على نسبة النقص الحادث فى المجال الكهربى ، عندما تحل المادة العازلة محل الهواء بين لوحى المكثف .

فإذا اعتبرنا E_0 هو المجال الناشئ عن الشحنات الحرة للمكثف الهوائى وإذا كانت

E هى المجال داخل المادة العازلة عند وضعها بين لوحى المكثف فإن :

$$E / E_0 = K \qquad (17 - 31)$$

حيث ثابت العازل $K \geq 1$. وفيما يلى ثابت العزل لبعض المواد (جدول ١٧ – ١)

جدول (١٧-١)

الوسـط	ثابت العزل K
الفـراغ	1.0000
الهـواء (ضغط جوى ودرجة 20° م	1.00059
المـاس	16.5
الزجاج	9.9 - 4.8
الميكا	6 - 5.7
البرافين	2.1
الكبريت	4.22
الكحول الإثيلى (درجة صفرم)	28.4
الجليسرين	56.2
المـاء	81.1

كنتيجة لوضع العازل بين لوحى المكثف ، ونقص المجال الكهربى بين اللوحين داخل العازل ، يقل أيضا فرق الجهد بين اللوحين بنفس النسبة K ، ويصبح :

$$\Delta V = \frac{1}{K} \Delta V_0$$

حيث ΔV_0 هو فرق الجهد فى حالة غياب المادة العازلة ، ويزداد لذلك سعة المكثف الكهربى بنفس النسبة . فإذا كانت C_0 هى سعةالمكثف فى الهواء ، C هى سعته عند ملء الفراغ بين لوحيه بالمادة العازلة فإن :

$$C = Q / \Delta V = K (Q \Delta V_0) = K C_0$$

$$\therefore K = C / C_0 \qquad (17 - 32)$$

وعلى ذلك تكون سعة المكثف متوازى اللوحين وبينما العازل هى :

$$C = K\varepsilon_0 \ A/d = \varepsilon A/d \qquad (17 - 33)$$

حيث $\varepsilon = K \ \varepsilon_0$ هى سماحية العازل . وبذلك يعرف ثابت العزل K بأنه النسبة بين سماحية العازل إلى سماحية الفراغ .

مثال(١٧-٧) :

مكثف متوازى اللوحين مكون من رقائق ألومنيوم يفصل بينهما مادة عازلة سمكها 2×10^{-5} متر . فإذا كانت مساحة لوح المكثف 0.75متر^2 وأن فرق الجهد بين اللوحين 30 فولط فأوجد قيمة الشحنة الحرة على كل لوح . وما هى الشحنة المقيدة على سطحى العازل ؟ أوجد أيضا شدة المجال داخل المادة العازلة : (K = 2.3)

الحل :

$$C = K\varepsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{2.3 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 0.75}{2 \times 10^{-5}}$$

$$= 7.6 \times 10^{-7} \ F$$

الشحنة الحرة على كل لوح :

$$Q_o = C \Delta V = 7.6 \times 10^{-7} \times 30 = 2.3 \times 10^{-5} \ C$$

الشحنة المقيدة على سطح العازل :

$$Q = - \frac{K - 1}{K} Q_o = - \frac{2.3 - 1}{2.3} \times 2.3 \times 10^{-5}$$

$$= - 1.3 \times 10^{-5} \ C$$

شدة المجال داخل المادة العازلة :

$$E = \frac{1}{K} E_0 = \frac{1}{K} \frac{Q_0}{\varepsilon_0 \ A}$$

$$= \frac{1}{2.3} \times \frac{2.3 \times 10^{-5}}{8.85 \times 10^{-12} \times 0.75} = 1.5 \times 10^{6} \ \text{V/m}$$

ملاحظة : يمكن للطالب إثبات أن كثافة الشحنة المقيدة ترتبط بكثافة الشحنات الحرة على لوحى المكثف بالعلاقة :

$$(Q/A) = - \frac{(K-1)}{K} \times \frac{Q_0}{A}$$

أى أن :

$$\sigma = \frac{1-K}{K} \ \sigma_0 \qquad (17-34)$$

وإذا كانت المادة العازلة وسمكها d' لا تشغل كل الحيز بين اللوحين وسمكه d فإن سعة المكثف فى هذه الحالة تكون :

$$C = C_0 \Big/ \left(1 - \frac{d'}{d}(1-K)\right) \qquad (17-35)$$

١٧ / ١٢ – توصيل المكثفات :

عند توصيل مجموعة من المكثفات على التوازى – كما فى الشكل(١٧ – ١٢) – يكون فرق الجهد V واحدا بين ألواح كل مكثف ، وتكون الشحنة الكلية على المجموعة مساوية لمجموع الشحنات على المكثفات .

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

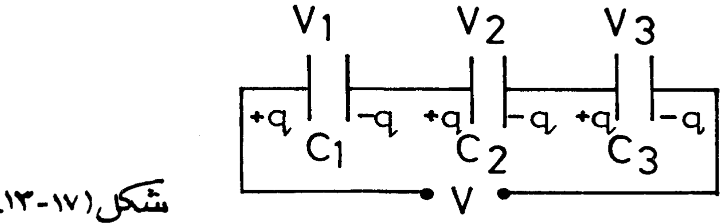
$$CV = C_1V + C_2V + C_3V$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

حيث C هى السعة المكافئة لمجموعة المكثفات .

شكل (١٧-١٢)

أما عند توصيل المكثفات على التوالى كما فى الشكل (١٧– ١٣) فتكون جميع الشحنات على الألواح متساوية ، ولكن يتوقف الفرق فى الجهد على كل مكثف على سعته .



شكل (١٧-١٣)

ويكون فرق الجهد الكلى V هو مجموع فرق الجهد بين المكثفات . أى أن :

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\therefore\ q/C = q/C_1 + q/C_2 + q/C_3$$

$$\therefore\ \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \qquad (17 - 36)$$

أى أن فى المكثفات المتصلة على التوالى يكون معكوس السعة المكافئة ، يساوى مجموع معكوسات سعات المكثفات التى تكون المجموعة وتكون السعة المكافئة أقل من سعة أى مكثف فى المجموعة .

١٧ / ١٣ - الطاقة الكهربية في مكثف مشحون :

عند شحن مكثف بشحنة Q يبذل مقدار من الشغل لذلك ، ويمكن اعتبار أن عملية الشحن تتم عن طريق نقل كمية من الشحنة Q من نوع معين (شحنة موجبة مثلا) من أحد اللوحين إلى الآخر .

وينتج عن ذلك فرق الجهد بين اللوحين بمقدار V . فإذا كانت سعة المكثف C تكون :

$$Q = C\,V$$

ونظرا لأننا بدأنا عملية نقل الشحنة وكان فرق الجهد بين اللوحين صفرا ، وانتهينا وكان فرق الجهد V ، لذلك يكون متوسط الفرق فى الجهد بين لوحى المكثف أثناء عملية نقل الشحنة هو $\frac{1}{2}\,V$. ومن تعريف الشغل المبذول W لنقل شحنة Q خلال فرق فى الجهد

قدره $\frac{1}{2}$ V يكون :

$$W = \frac{1}{2} Q V$$

$$W = \frac{1}{2} Q^2 / C$$

$$W = \frac{1}{2} C V^2 \qquad (17 - 37)$$

وذلك نظرا لأن $Q = CV$. وتمثل معادلة (37 - 17) الطاقة الكهربية المختزنة داخل المكثف المشحون ، وتظهر عادة هذه الطاقة عند تفريغ المكثف على صورة حرارة .

١٧/١٤- توليد الكهرباء الإستاتيكية ومولد فان دي جراف
(Vande Graaf Generator)

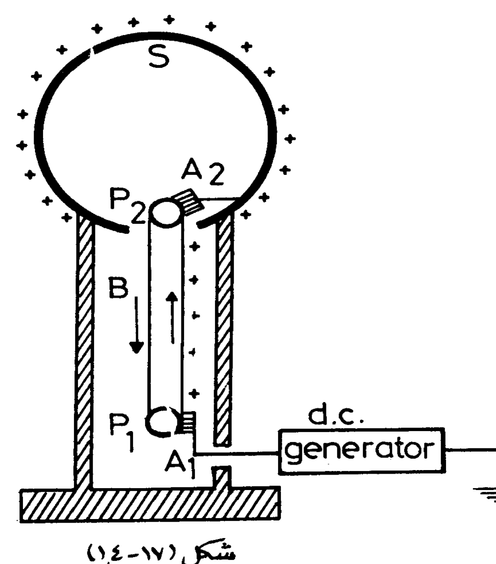
يمكن الحصول على شحنات كهربية حرة عن طريق الاحتكاك ، كما يحدث عند ذلك قضيب من الزجاج بقماش حرير ، فتظهر الشحنات السالبة على القماش والشحنات الموجبة على قضيب الزجاج . وتعتمد الطرق الحديثة لتحضير الشحنة الكهربية على طريقة التأثير الكهربائى كما فى آلة ويمز هرست .

وقد استطاع فان دى جراف عام ١٩٣٣ من بناء آلة تأثيرية ضخمة كبيرة القدرة ، لاستخدامها فى الأبحاث الخاصة بنواة الذرة ، وكذلك فى توليد أشعة أكس شديدة النفاذ . وقد يصل فرق الجهد الذى تتيحه هذه الآلة إلى نحو10 ملايين فولط .

وتعتمد فكرة مولد فان دى جراف على أنه إذا تلامس موصل مشحون بالسطح الداخلى ، لموصل آخر أجوف - وليكن على شكل كرة - فإن الشحنة - تنتقل كلية إلى السطح الخارجى للموصل ، مهما كان ارتفاع جهده الكهربى . أى إننا نستطيع زيادة الشحنة وبالتالى جهد الموصل لمدى بعيد ، بفرض عدم حدوث تفريغ كهربى فى الهواء المحيط بالموصل .

يتركب المولد كما فى الشكل (١٧ - ١٤) من كرة معدنية كبيرة S مجوفة من الداخل ،

ومحملة على قائم مرتفع من مادة جيدة العزل الكهربى . يتحرك داخل الكرة وعلى بكرتين P_2 ، P_1 حزام متصل B على شكل حلقة ، مصنوع من مادة عازلة مثل الحرير ، يحفظ جهد البكرة P_1 مساويا للصفر بتوصيلها للأرض وتدار بواسطة موتور ، أما البكرة P_2 فهى مثبتة داخل الكرة المعدنية ويلامس الحزام فرشاة معدنية A_1 ذات أسنان ، وتتصل بمولد تيار مستمر وآلة كهرباء إستاتيكية من النوع المألوف . والغرض من ذلك رفع جهد أسنان الفرشاة إلى حوالى 10000 فولط .



شكل (١٧-١٤)

عند تشغيل الجهاز وإدارة الحزام يلتقط الحزام الشحنات الموجبة المركزة على أسنان الفرشاة A_1 ، فينقلها إلى أعلى داخل الكرة S حيث توجد فرشاة أخرى A_2 تتصل كهربيا بالكرة .

تلتقط هذه الفرشاه الشحنة وتنقلها إلى السطح الخارجى للكرة S وباستمرار حركة الحزام ، يستمر نقل وتراكم الشحنة الموجبة على سطح الكرة التى يرتفع بالتالى جهدها ارتفاعا كبيرا يصل إلى ملايين الفولطات .

مثال (١٧-٨) :

مكثفان 4 ، 2 ميكروفاراد وصلا على التوالى بمصدر كهربى قوته الدافعة 100 فولط ، ثم فصلا عن بعضهما ووصلت الأطراف المتشابهة فى المكثفين ببعضهما ، أوجد الشحنة النهائية على كل مكثف ؟

الحل :

السعة المكافئة C هى :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \ C = 4/3 \ \mu F$$

الشحنة على كل مكثف تساوى الشحنة على المكثف المكافئ ذى السعة C

$$\therefore \ Q = CV = \frac{4}{3} \times 100 \text{ micro coulomb}$$

نفرض أنه عند توصيل المكثفين على التوازى يصير فرق الجهد V ، ولكن تظل الشحنة الكلية على المكثفين ثابتة .

الشحنة الكلية Q_o تساوى ضعف الشحنة على كل مكثف .

$$\therefore \ Q_o = 2 \ Q = \frac{800}{3}$$

ولما كان الجهد النهائى هو V .

$$\therefore \ Q_o = 4 \ V + 2 \ V$$

$$\therefore \ V = \frac{400}{9} \text{ Volt.}$$

الشحنة على المكثف الكبير = $4 \times \frac{400}{9} = \frac{1600}{9}$ ميكروكويوم

الشحنة على المكثف الصغير = $2 \times \frac{400}{9} = \frac{800}{9}$ ميكروكولوم

مسائل على الفصل السابع عشر

١ – يسقط إلكترون من حالة سكون من بعد كبير فى مجال بروتون ثابت . أوجد سرعة الإلكترون عندما يكون على بعد 0.53×10^{-10} متر من البروتون ؟

٢ – أ ب مستقيم طوله 6 سم وضعت عند أ شحنة مقدارها 8 + وحدات وعند ب شحنة مقدارها 4 - وحدات عين مواضع النقط التى ينعدم عندها الجهد ؟

٣ – كرة نصف قطرها R شحنة q موزعة بانتظام داخل حجمها . أوجد الجهد الكهربى داخل وخارج الكرة . وارسم توضيحيا تغير الجهد مع المسافة من مركز الكرة ؟

٤ – شحنة كهربية q موزعة بانتظام على محيط حلقة نصف قطرها R . أوجد المجال الكهربى على محور الحلقة عند نقطة تبعد مسافة Z عن مركزها ؟

٥ – اعتبر نواة ذرة اليورانيوم ككرة تتوزع عليها الشحنة بانتظام ، نصف قطرها 7.4×10^{-15} مترا . أوجد الطاقة الكهربية فى النواة ، علما بأن العدد الذرى لليورانيوم 92 ؟

٦ – اعتبر أن نواة ذرة الكربون C^{12} عبارة عن ثلاثة جسيمات ألفا ، توجد على رءوس مثلث متساوى الأضلاع . طول ضلعه 3×10^{-15} مترا . أوجد الطاقة الكهربية للنواة بالإلكترون فولط ، مع اعتبار أن جسيم ألفا هو شحنة نقطية ؟

٧ – المجال الكهربى عند سطح نواة ذرة رصاص هو 3.4×10^{21} فولط / متر . أوجد كثافة الطاقة فى هذا المجال ؟

٨ – أوجد مقدار الشحنة التى يلزم لها شغلا قدره 9 جول لنقلها من نقطة إلى أخرى فى مجال كهربى ، علما بأن فرق الجهد بين النقطتين 45 فولط ؟

٩ – إذا علم أن متوسط ميل الجهد (dV / dx) عند سطح الأرض هو 100 فولط / متر ، ويتجه إلى أسفل ، وأن الشحنة على سطح الأرض والتى تسبب هذا المجال ناشئة عن

التفريغ الكهربى أثناء الصواعق ، فأوجد نوع ومقدار الشحنة على الأرض ، علما بأن نصف قطر الأرض 6.37×10^{6} مترا ؟

١٠ – أوجد سعة كرة معدنية معزولة نصف قطرها 20 سم ؟

١١ – أسطوانتـان متحدتا المحور نصف قطريهما a , b ويفصل بينهما الهواء . وصلت الأسطوانة الخارجية بالأرض ووضعت شحنة على الخارجية (Q لوحدة الأطوال) . أثبت أن سعة هذا المكثف لوحدة الأطوال هى : $2 \pi \varepsilon_0 / \ln (b / a)$ ؟

١٢ – كرة معدنية نصف قطرها 25 سم موضوعة فى الهواء . أوجد مقدار الزيادة فى سعتها عندما تحاط بكرة معدنية متصلة بالأرض ، قطرها الداخلى 51 سم ومتحدة معها فى المركز .

أولا : عندما يكون بينما هواء ؟

ثانيا : عندما يفصل بينهما جليسرين ثابت العزل له 56 ؟

١٣ – مكثف ذو ألواح متوازية موضوع فى الفراغ . المسافة بين لوحيه 1 سم وفرق الجهد بينهما 2000 فولط .

١ – أوجد شدة المجال بين اللوحين ؟

٢ – إذا أرسل تيار من الإلكترونات فى اتجاه عمودى على المجال فى الفراغ بين اللوحين ، أوجد عجلة تسارع هذه الإلكترونات ، وماذا يكون مسار الإلكترونات فى المجال ؟

١٤ – مكثف سعته 1 ميكرو فاراد مشحون لجهد 100 فولط ، وآخر سعته 2 ميكرو فاراد مشحون لجهد 200 فولط ، وصلا على التوازى بحيث يتصل الموجب بالموجب ، أوجد الطاقة الابتدائية والنهائية وفسر الاختلاف فى الطاقتين ؟

١٥ – مساحة اللوح فى المكثف متوازى اللوحين هى 0.4 م^{٢} ويفصلهما مسافة 10^{-3} متر عن بعضهما ، فإذا ملىء الفراغ بين اللوحين بعازل ثابت عزله 2.5 ، وإذا شحن المكثف بواسطة بطارية قوتها الدافعة 100 فولط . فأوجد الطاقة الكهربية المختزنة فى

المكثف . وأوجد شدة المجال فى المادة العازلة ؟

١٦ - مكثف متوازى اللوحين مساحة اللوح A والبعد بينهما d ، يحتوى على لوح من مادة عازلة سمكه $(d / 2)$. وكان ثابت العزل K والفرق فى الجهد بين اللوحين ΔV أوجد :

١ - شدة المجال الكهربى فى الفراغ بين اللوحين ؟

٢ - شدة المجال داخل المادة العازلة؟

٣ - كثافة الشحنة على سطح اللوح العازل؟

١٧ - كرتان صغيرتان غمرتا فى زيت ثابت العزل له 3 ، وتحمل الكرتان شحنات 2×10^{-6} كولوم ، 3×10^{-6} كولوم على الترتيب ، فإذا كانت المسافة بينهما 0.6 مترا . فماذا تكون القوة المؤثرة على كل منهما ؟

الفصل الثامن عشر
التيار الكهربي وقانون أوم (Ohm's Law)

عند توصيل طرفى مكثف مشحون بسلك معدنى تحدث شرارة كهربائية ، نتيجة لانتقال الشحنات الموجبة والسالبة وتعادلهما معا . فإذا تحركت الشحنة الكهربية فى موصل كونت تيارا كهربيا ، يستمر مروره طالما استمر سريان الشحنة وتقاس شدة التيار بمعدل مرور الشحنة . ويعرف الموصل الكهربى بأنه مادة تحتوى على عدد كبير جدا من الشحنات الحرة ، التى يمكن أن تتحرك تحت تأثير مجال كهربى خارجى ، وتنقسم المواد إلى ثلاثة أنواع وفقا لعدد ما تحتويه من هذه الشحنات الحرة .

أولا — مواد موصلة جيدة للكهرباء كالفلزات والمعادن ، وقد صورها درودى ولورنتز Drude and Lorentz على أنها مكونة من رصة كبيرة من الأيونات ، تتخللها الإلكترونات على شكل غاز يمكن لجزيئاته أن تنتقل بسهولة من مكان إلى آخر داخل جسم المادة الموصلة ، فعند التأثير بمجال كهربى على طرفى موصل تتحرك الإلكترونات ، وهى شحنات سالبة ، متجهة إلى الجانب الموجب للتكهرب من المجال وتكون حركة الإلكترونات بسرعة تسمى سرعة الانسياق drift velocity ، وينشأ عن هذه الحركة سريان تيار كهربى .

تختلف حركة الانسياق عن الحركة الجزيئية للغاز الإلكترونى فى الموصل ، فبينما تعتمد الأولى على شدة المجال الكهربى المؤثر لاتعتمد الثانية . فحركة الإلكترونات جزيئيا تكون قائمة حتى فى عدم وجود أى مجال كهربائى وهى حركة عشوائية كما فى الشكل(١٨ - ١) ودائما تكون محصلة الإزاحة لحركة الإلكترونات مساوية للصفر فى مدى زمنى معين ، السرعة الجزيئية للإلكترونات تكون كبيرة جدا حوالى (10^6 متر / ثانية) . وتقترب من سرعة الأمواج الكهرمغناطيسية ، أما سرعة الانسياق

شكل (١٨ - ١)

للإلكترونات فى مجال كهربى فتكون نسبيا قليلة ، وتقدر قيمتها بالسنتيمترات فى الثانية ، وإزاحة الشحنات السالبة التى تسببها هذه الحركة هى مصدر التوصيل الكهربى فى الفلزات.

ثانيا – مواد شبه موصلة كالسيليكون والجرمانيوم : وتكون فيها الإلكترونات مقيدة عند درجات الحرارة المنخفضة ، ولكنها تستطيع التحرر والمشاركة فى عملية التوصيل الكهربى عندما ترتفع درجة الحرارة ، ويستمد الإلكترون طاقة تحرره من الطاقة الحرارية . تكون هذه المواد موصلة جيدة للكهرباء فى الدرجات المرتفعة ، بينما تكون عازلة عند الدرجات المنخفضة ولهذه المواد أهمية تكنولوجية كبيرة ، إذ أنها تكون الأساس الذى بنيت عليه التكنولوجيا الحديثة للجوامد Solid - state technology وبدء عصر الترانزستور والكمبيوتر .

ثالثا – مواد عازلة كهربيا تكون فيها جميع إلكترونات ذراتها مقيدة ، لايمكن حركتها فى مجال كهربى وإن كان من الممكن إحداث استقطاب فيها ، حيث تكون داخلها ثنائيات قطب تؤدى إلى الظواهر المعروفة عن العوازل من حيث كونها مواد فيروكهربية أو بيزو كهربية إلى غير ذلك .

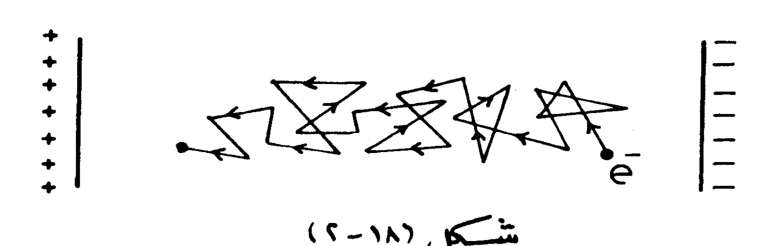
١٨ / ١ـ ميكانيكية التوصيل الكهربي وقانون أوم :

عند توصيل سلك كهربائى بطرفى بطارية تنتقل الإلكترونات من طرف إلى آخر بتأثير المجال الكهربى الموجود داخل السلك . وتتركز خطوط القوى للمجال الكهربى داخل السلك . فإذا كان فرق الجهد بين طرفى السلك ΔV وكان طول السلك ℓ تكون شدة المجال E داخل السلك هى :

$$E = \Delta V / \ell \qquad (18 - 1)$$

ويسبب هذا المجال حركة الإلكترونات ومرور تيار كهربائى . نفرض أن كمية من الشحنة dq تمر بنقطة معينة من السلك فى زمن dt يكون التيار هو

$$I = dq / dt \qquad (18 - 2)$$



شكل (١٨ - ٢)

وهو معدل مرور الشحنة داخل السلك . وحدة شدة التيار هى الأمبير وتعادل مرور 1 كولوم فى الثانية الواحدة .

وإذا كانت مساحة مقطع السلك الذى يمر فيه التيار I هى A ، فبقسمة شدة التيار على مساحة المقطع نحصل على الكثافة التيارية وتعطى بالمعادلة الرياضية :

$$J = dI / dA \qquad (18 - 3)$$

وفى معظم الأحوال تكون الكثافة التيارية واحدة فى كل نقط مقطع السلك ، وعلى ذلك يمكن وضع المعادلة (3 - 18) على الصورة :

$$J = I / A \quad A / m^2$$

نعتبر الآن موصلا كهربيا - كما فى الشكل (١٨ - ٢) - يتصل طرفاه ببطارية فيحدث مجال كهربى E داخل السلك يسبب حركة انسياقية للإلكترونات الحرة داخله .

نفرض أن عدد الإلكترونات الحرة فى وحدة الحجوم من السلك هى n ويتراوح هذا العدد عادة فى الموصلات المعتادة بين 10^{22} و 10^{23} إلكترون فى السنتيمتر المكعب .

فى حالة عدم وجود المجال E تتحرك الإلكترونات حركة جزيئية عشوائية وتتصادم ببعضها ، وتكون سرعة الانسياق للإلكترون عندئذ صفرية ، أى أن محصلة إزاحته من مكانه خلال فترة زمنية معينة تساوى صفرا ، ويمكن التعبير عن ذلك أيضا بأن عدد الإلكترونات التى تتحرك فى اتجاه ما ، تساوى تماما عدد الإلكترونات التى تتحرك فى عكس هذا الاتجاه .

نفرض أن المسافة الحرة التى يتحركها الإلكترون أثناء حركته الجزيئية بين تصادمين متتاليين هى λ وأن الزمن اللازم للإلكترون ليقطع هذا المسار الحر هو τ ويطلق على هذا زمن الإرخاء relaxation time إذا كانت c هى السرعة الجزيئية للإلكترونات تكون :

$$c = \lambda / \tau \qquad (18 - 4)$$

ويتوقف زمن الإرخاء τ على العوامل التى تسبب تشتت الإلكترونات داخل سلك التوصيل .

فى غياب القوة الخارجية التى يمكن أن تؤثر على حركة الإلكترونات ، تكون معادلة الحركة الحرة للإلكترون داخل الفلز ممثلة بالمعادلة :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0 \qquad (18 - 5)$$

حيث v هى سرعة الانسياق . فإذا كانت v_O هى سرعة الانسياق المنتظمة للإلكترون عند التأثير بمجال كهربى E، وإذا كانت v_t هى سرعة الانسياق بعد زمن t من إزالة المجال ، وبحل المعادلة (5 - 18) نحصل على تغير سرعة الانسياق مع الزمن من لحظة إزالة المجال.

$$v_t = v_O \exp - t / \tau \qquad (18 - 6)$$

معادلة حركة الإلكترون عند التأثير بمجال كهربى خارجى E هى :

$$m \left(\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} \right) = - E e \qquad (18 - 7)$$

حيث E . e تمثل القوة التى يؤثر بها المجال على الإلكترون ذى الكتلة m والشحنة e- عند الاستمرار بالتأثير بالمجال تثبت سرعة انسياق الإلكترون وتصير عجلة حركتها صفرية ، أى أن

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

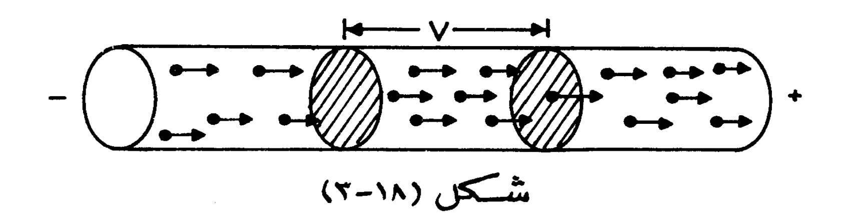
وتكون السرعة الانسياقية للإلكترون عند الاتزان الحركى هى :

$$v = - \frac{E e \tau}{m} \qquad (18 - 8)$$

وتعرف حركية الانسياق μ_D drift moblity بأنها سرعة الانسياق لوحدة المجالات، أى أن:

$$\mu_D = \frac{v}{E} = - \frac{e\tau}{m} \qquad (18 - 9)$$

ولإيجاد الكثافة التيارية J وهى كمية الشحنة المارة خلال وحدة المساحات فى وحدة الزمن ، نفرض إلكترونا يتحرك بسرعة v متر / ثانية ويقطع مسافة v مترا فى الثانية – كما فى الشكل(١٨ – ٣) – إذا كانت مساحة مقطع السلك A ، وإن الكثافة العددية



شكل (١٨-٢)

للإلكترونات هى n إلكترون / متر٣ ، وإن كل إلكترون يحمل شحنة قدرها e – كولوم ، يمر عبر المساحة A فى الثانية الواحدة جميع الإلكترونات الموجودة فى الحجم A v . وعلى ذلك تكون عدد الإلكترونات المارة فى الثانية داخل السلك هى n. A . v ، وتكون الشحنة المارة فى الثانية داخل السلك هى nAve – وتكون الكثافة التيارية هى :

$J = - nev$. وقد اتفق أن يكون التيار الكهربى I فى الاتجاه المضاد لحركة الإلكترونات وبذلك يكون التيار

$$I = nev \qquad (18 - 10)$$

وبالتعويض من المعادله(9 - 18) نحصل على شدة التيار فى الموصل

$$I = \frac{ne^2\tau}{m} E \qquad (18 - 11)$$

وتظهر هذه المعادلة تناسبا طرديا بين شدة التيار الكهربى المار فى الموصل والمجال المؤثر عليه ، وهذا هو قانون أوم . (يلاحظ أن شدة المجال E تتناسب مع فرق الجهد V على طرفى الموصل) .

ويعرف معامل التوصيل الكهربى σ بأنه التيار مقسوما على المجال :

$$\sigma = \frac{I}{E} = \frac{n e^2\tau}{m} = \frac{n e^2\lambda}{mc} \qquad (18 - 12)$$

١٨ / ٢– تغير المقاومة مع درجة الحرارة :

من النظرية العامة للغازات وجدنا أن الطاقة الحرارية تختزن داخل الغاز التام على شكل طاقة حركة $\frac{1}{2} mc^2$ ، حيث m كتلة الجزىء ، c سرعته الجزيئية . ووجدنا أن هذه الطاقة تساوى 3/2 kT من قانون تساوى توزيع الطاقة ، حيث k هو ثابت بولتزمان ، T

درجة الحرارة المطلقة . أى أن :

$$\frac{1}{2} mc^2 = \frac{3}{2} kT \qquad (18 - 13)$$

وبتطبيق ذلك على الغاز الإلكترونى داخل الموصل مع اعتباره غازا تاما ، نحصل على معادلة تبين تغير معامل التوصيل الكهربى σ مع درجة الحرارة T عن طريق التعويض بالمعادلة (13 - 18) فى المعادلة (12 - 18) :

$$\therefore \ \sigma = \frac{\lambda n e^2 c}{3 k T} \qquad (18 - 14)$$

وتوضح هذه المعادلة أن معامل التوصيل الكهربى يتناسب عكسيا مع درجة الحرارة المطلقة للموصل . وباعتبار أن المقاومة النوعية ρ هى مقلوب معامل التوصيل :

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \qquad (18 - 15)$$

نرى ازدياد مقاومة الموصل الكهربى برفع درجةحرارته ، وهى حقيقة عملية طالما اعتدنا كتباتها على الصورة التقريبية .

$$\rho = \rho_o (1 + \alpha T) \qquad (18 - 16)$$

حيث α هو معامل زيادة المقاومة مع درجة الحرارة . ويلاحظ عند رسم العلاقة بيانيا بين المقاومة النوعية ودرجة الحرارة ، فإننا نحصل على شكل (١٨ – ٤) وفيه يظهر أن قيمة المقاومة لاتتلاشى عند درجة الصفر المطلق كما تمليه المعادلة (14 - 18) ولكن يكون لها قيمة

شكل (١٨ – ٤)

معينة ρ_o . والسبب فى ذلك أن شبيكة الموصل ليست تامة ، ولكن يوجد بها أخطاء بلورية كالشوائب والانخلاعات تسبب تشتت إلكترونات التوصيل ، وتحدث بذلك تلك المقاومة عند درجة الصفر المطلق . وباختلاف التركيب الشبيكى للموصلات تختلف مقاوماتها النوعية ، فهى صفة تميز الموصل كهربيا ، وإذا كان الموصل على شكل سلك طوله L ومساحة مقطعه

A تكون مقاومته الكلية R هى :

$$R = \rho \frac{L}{A} \qquad (18 - 17)$$

حيث ρ هى المقاومة النوعية للسلك .

وحدات المقاومة هى الأوم (Ω) وتعرف بأنها 1 فولط / 1 أمبير ، وحدة المقاومة النوعية هى الأوم . متر ، وتعرف بأنها مقاومة موصل طوله الوحدة ، ومساحة مقطعه الوحدة . ومقلوب المقاومة النوعية هو معامل التوصيل الكهربى ووحداته أوم$^{-1}$ متر$^{-1}$.

ويبين الجدول (١٨ – ١) المقاومة النوعية لبعض الفلزات والمعادن ، وكذلك معامل زيادة مقاومتها مع درجة الحرارة .

جدول (١٨ – ١)

المادة	المقاومة النوعية ρ	معامل زيادة المقاومة مع درجة الحرارة α
النحاس	$10^{-8} \times 1.7$	0.0043
ألومنيوم	$10^{-8} \times 2.8$	0.0039
حديد	$10^{-8} \times 10$	0.0056
زئبق	$10^{-8} \times 95.8$	0.0091
فضة	$10^{-8} \times 1.62$	0.0039
تنجستن	$10^{-8} \times 5.5$	0.0058
نحاس أصفر	$10^{-8} \times 7$	0.0015
منجنين (للمقاومات)	$10^{-8} \times 44$	0.00001
نكروم (للسخانات)	$10^{-8} \times 100$	0.0004

١٨ / ٣ – الموصلية الفائقة (Super - conductivity) :

اكتشف أونز Onnes عام ١٩١١ أن بعض الفلزات كالزنك والرصاص والنيوبيوم تظهر موصلية فائقة بالقرب من درجة الصفر المطلق ، حيث تتلاشى تماما مقاومتها الكهربية فجأة . وقد أجريت تجربة لدراسة تشتت إلكترونات التوصيل فى تلك الفلزات عند تلك الدرجات المنخفضة ، فوجد أن تيارا كهربيا شدته بضعة مئات من الأمبيرات يستمر فى السريان ، فى حلقة من مادة ذات موصلية فائقة لمدة عام ، دون أى نقصان فى شدة التيار ودون وجود أى بطارية أو مولد كهربى لحفظ ذلك التيار داخل الحلقة ، طالما ظلت الحلقة فى الدرجة المنخفضة .

ويدل النقص الفجائى الحادث فى المقاومة النوعية للمادة عند الدرجات المنخفضة ، على وجود تحول فى حالة إلكترونات التوصيل ، مما يجعلها تنتقل بين ذرات الشبيكة دون أن تعانى أية تشتت . ولتفسير تلك الموصلية الفائقة وضع باردين – كوبر – شريفر نظرية مفادها تكون أزواج من الإلكترونات ، تكون كمية حركة كل إلكترون منها معاكسة تماما لكمية حركة نظيره فى الزوج ، وتتولد قوة تجاذب بينهما عن طريق تفاعلها مع ذرات الشبيكة . وبالرغم من أن هذه القوى صغيرة جدا فى درجة حرارة الغرفة ، إلا أنها كافية قرب الصفر المطلق لأن تحفظ الإلكترونين معا . وواضح أن النظريات الكلاسيكية لايمكنها تفسير ذلك ، وإنما أمكن التوصل إلى هذه الحقيقة باستخدام ميكانيكا الكم ، حيث وصف كل إلكترون بأنه موجة ، ولذلك يمكن لموجتين تتحركان فى عكس اتجاه بعضهما أن تتطابقا ، وتظلا متفاعلين معا لمدة طويلة كما يحدث فى الموجات الموقوفة Stationary waves .

وطبقا لهذه النظرية فإن انتقال الشحنة من المادة فوق الموصلة ، يكون بواسطة تلك الأزواج من الإلكترونات ، التى يكون لها كمية حركة فى اتجاه معاكس لاتجاه التيار المار فى المادة فوق الموصلة . وتنتقل هذه الأزواج بمنتهى السهولة فى شبيكتها التى لايمكنها عندئذ التأثير على حركتها أو تشتيتها ، وبذلك تكون المقاومة النوعية صفرا . وسنعود للكلام عن الموصلية الفائقة فى باب لاحق.

١٨ / ٤ – المقاومة المكافئة لمجموعة مقاومات :

يستخدم عادة فى الدوائر الكهربائية أكثر من مقاومة واحدة . وهناك نوعان من توصيل المقاومات :

أولا – علي التوالي :

شكل (١٨-٥)

كما فى الشكل (١٨ – ٥) وفيها تتصل المقاومات متعاقبة . فالانتقال من النقطة A إلى النقطة B يجب أن يكون خلال مسار واحد يمر بجميع المقاومات . أى أننا إذا وصلنا المجموعة بطرفى بطارية يمر نفس التيار الكهربى خلال جميع المقاومات . فإذا كان فرق الجهد بين A , B هو V يكون :

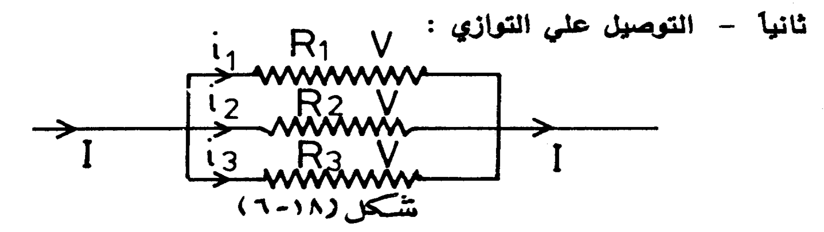
$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

حيث R هى المقاومة المكافئة للمجموعة ، أى أن :

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \qquad (18 - 18)$$

ثانياً – التوصيل علي التوازي :



شكل (١٨-٦)

كما فى الشكل (١٨ – ٦) . فى هذه الطريقة من التوصيل تتصل نهاية كل مقاومة

بالنقطة A وتتصل الثانية من بالنقطة B . وحين يكون هناك فرق الجهد V عبر المجموعة فإن نفس الفرق فى الجهد يكون عبر كل مقاومة .

بينما إذا كان التيار الكلى هو I يتجزأ هذا التيار إلى i_1 , i_2 , i_3 فى المقاومات الثلاث بحيث يكون :

$$i_1 = \frac{V}{R_1} \;,\; i_2 = \frac{V}{R_2} \;,\; i_3 = \frac{V}{R_3}$$

لكن :

$$I = i_1 + i_2 + i_3$$

لذلك يكون :

$$\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

أى أن :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad (18 - 19)$$

حيث R هى المقاومة المكافئة لمجموعة المقاومات . أى أنه عند توصيل مجموعة من المقاومات على التوازى تكون مقلوب مقاوماتها مساوية لمقلوب مقاومتها المكافئة .

مثال(١٨-١) :

سلك من النحاس مقاومته النوعية 1.7×10^{-8} أوم . متر ونصف قطره 0.129 سم . ماذا تكون مقاومة طول منه قدره 30 متر ؟ وماذا يكون فرق الجهد على طرفيه إذا مر فيه تيار 10 أمبير ؟ وإذا زادت حمولة التيار على السلك فارتفعت درجة حرارته بمقدار 70° م فماذا تكون الزيادة فى مقاومته ؟ علما بأن معامل زيادة مقاومته بدرجة الحرارة هى 0.0039 أوم / درجة م .

الحل :

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2}$$

$$\therefore\; R = 1.7 \times 10^{-8} \times 30 / 3.14 \, (0.129 \times 10^{-2})^2$$
$$= 0.098 \;\Omega$$

إذا مر تيار 10 أمبير يكون فرق الجهد هو :

$$V = IR = 0.98 \text{ Volt}$$

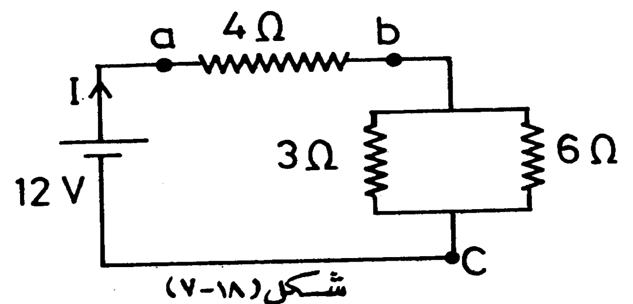
عندما ترتفع درجة الحرارة درجة واحدة مئوية تتغير المقاومة بمقدار 0.0039 أوم ،
ويكون التغير فى المقاومة بارتفاع 70° م هو :

$$\Delta R = 0.098 \times 70 \times 0.0039$$
$$= 0.026 \ \Omega$$

وتصير المقاومة وهى ساخنة $0.124 \ \Omega$

مثال(١٨-٢) :

وصلت مقاومتان 6 ، 3 أوم على التوازى ، ثم وصلت المجموعة على التوالى مع مقاومة 4 أوم وبطارية 12 فولط ، أوجد شدة التيار المار فى الدائرة . شكل (١٨ - ٧) .



شكل(١٨-٧)

الحـل :

المقاومة المكافئة R_{bc} هى :

$$\frac{1}{R_{bc}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore R_{bc} = 2 \ \Omega$$

المقاومة المكافئة R_{ac} هى :

$$R_{ac} = 4 + 2 = 6 \ \Omega$$

شدة التيار هى : $I = \frac{V}{R_{ac}} = 2 \ A$

١٨ / ٥ – الشغل الكهربائي وقانون جول :

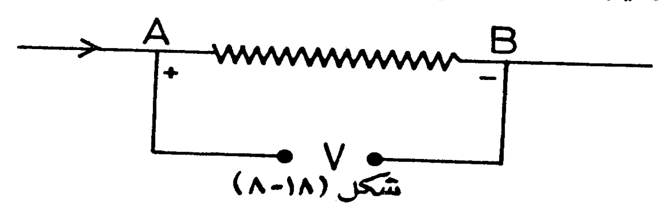
درس جول التأثير الحرارى للتيار الكهربائى ، بأن مرر تيارات كهربائية مختلفة I فى أسلاك مقاومة مختلفة R ، وضعها فى مسعر به ماء لتعيين كمية الحرارة المتولدة H فى كل حالة ، فوجد تناسبا بسيطا بين مقاومة السلك وكمية الحرارة المتولدة . كما وجد أنه بتغيير شدة التيار تتناسب كمية الحرارة مع مربع شدة التيار الكهربى المار .

أى أن :

$$H \propto R I^2 \qquad (18 - 20)$$

لإيجـاد معدل زيادة كمية الحرارة داخل موصل كهربى مقاومته R – شكل (١٨ – ٨)

– نفرض أن تياراً شدته I ، يمر فى الموصل AB ويحدث فرق جهد V بين طرفيه .



شكل (١٨-٨)

الفرق فى الجهد يساوى الشغل اللازم بذله ضد المقاومة ، لنقل وحدة الشحنة من أحد طرفى الموصل إلى الطرف الآخر. وبما أن التيار هو كمية الكهرباء Q المار فى الثانية خلال الموصل ، على ذلك يكون الشغل المبذول لنقل Q كولوم من A إلى B هو :

$$W = I V = R I^2 \qquad (18 - 21)$$

ويسمى الشغل المبذول فى الثانية بالقدرة ، وهو معدل بذل الشغل ووحدته جول / ثانية.

يتضح من المعادلتين (21 - 18) ، (20 - 18) أن هناك تناسبا بسيطا ، بين الشغل الكهربى المبذول لنقل كمية من الشحنات وكمية الحرارة المتولدة .

أى أن :

$$W = J H \qquad (18 - 22)$$

حيث J هــو ثابت التناسب ويعرف بالمكافئ الكهربائى الحرارى ، ويســاوى 4.18 جول / سعر . ويلاحظ أنه بموجب نظرية درودى ولورنتز للتوصيل الإلكترونى يعتبر انسياق الإلكترونات داخل الموصل بفعل المجال الكهربى ، وما يتبع ذلك الانسياق من اصطدام هذه الإلكترونات ببعضها وبالذرات ، يعتبر السبب فى حدوث التسخين الكهربائى .

مسائل علي الفصل الثامن عشر

١ – سلك نحاس طوله 50سم والفرق فى الجهد بين طرفيه 3 فولط . أوجد سرعة انسياق الإلكترونات الحرة داخله . اعتبر أن متوسط الزمن بين تصادمين للإلكترونين فى النحاس عند درجة الغرفة هو 2.7×10^{-14} ثانية ؟

٢ – أثبت أن المقاومة الكهربية لطول معين من سلك منتظم المقطع تتناسب عكسيا مع كتلته ؟

٣ – سلكان متماثلان طولا وحجما مصنوعان من النحاس والفضة متصلان على التوازى . أى منهما يمكن أن يحمل تيارا كهربيا أكبر ؟

٤ – مانعة صواعق تتكون من قضيب من الحديد قطره 0.8 سم وطوله 50سم ، عند سقوط صاعقة عليه يمر فيه تيار قدره 10^4 أمبير . ماذا يكون عندئذ فرق الجهد على طرف القضيب ؟

٥ – مخروط ناقص ارتفاعه h و أنصاف أقطار قاعدتيه a , b على الترتيب . أوجد مقاومته الكهربية ؟

٦ – ماهى الزيادة فى درجة حرارة سلك نيكل لتزداد مقاومته من 0.5 أوم إلى 0.6 أوم ؟

٧ – وصلت ثلاث مقاومات 3 ، 5، 8 أوم على التوازى مع بطارية 12 فولط ، أوجد شدة التيار فى كل مقاومة وكذلك التيار الكلى ؟

٨ – منبع كهربائى يمر منه تيار شدته 1 أمبير فى مقاومتين متصلتين على التوازى ، فيحدث فيهما فرق جهد مقداره 1.6 فولط . وإذا وصلت المقاومتان على التوالى فإن تيارا شدته 0.2 أمبير يحدث عليهما معا فرق جهد مقداره 2 فولط . احسب قيمة كل من المقاومتين ؟

٩ – يراد تسخين لتر من الماء من درجة 20° م إلى 25° م فى أقل زمن ممكن ، بواسطة مولد كهربائى قوته الدافعة الكهربائية 10 فولط ومقاومته الداخلية 1 أوم . احسب قيمة مقاومة سلك التسخين وكذلك الزمن اللازم ؟

(لكي يكون الزمن أقل ما يمكن يجب أن يكون معدل الاستهلاك فى السلك أكبر ما يمكن. وهذا يتأتى إذا جعلنا مقاومة سلك التسخين مساوية المقاومة الداخلية للمصدر).

١٠- وصل 12 عدد مقاومة متساوية R على شكل مكعب بحيث تكون كل مقاومة ضلعا فيه . أوجد المقاومة المكافئة بين ركنين متقابلين فى المكعب ؟

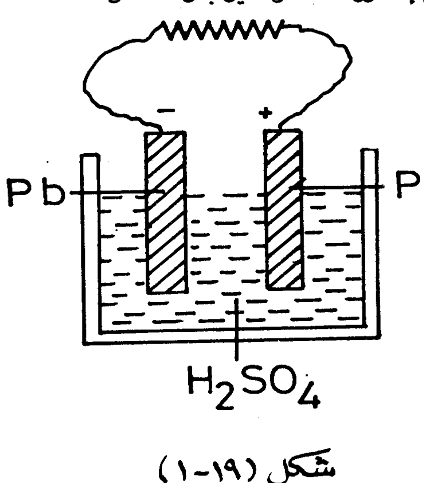
* * *

الفصل التاسع عشر
الشبكات الكهربية وقانونا كيرشوف
(Electric metworks and Kirchhoff's Laws)

١٩/١-القوة الدافعة الكهربية :

عندما تتحرك شحنة كهربية فى موصل فإنها تكون تيارا كهربيا .. يستمر مروره طالما استمر سريان الشحنة . ويتوقف سريان الشحنة بين نقطتين على فرق الجهد بينهما ، أى على الشغل اللازم بذله لنقل وحدة الشحنة من إحدى النقطتين إلى الأخرى . ويبطل هذا السريان متى تساوى جهد النقطتين . ولابد لاستمرار التيار بين موصلين من وجود عامل يرفع دائما جهد أحدهما بالنسبة للآخر ، حتى يستمر وجود المجال الكهربى الذى يعمل على سريان الإلكترونات .

وقد تبين لنا من قانون جول أن مرور تيار فى موصل ينتج عنه ظهور كمية من الحرارة . نستنتج من كل هذا أنه لكى يمر تيار كهربى فى موصل فإننا نحتاج إلى مصدر يمدنا بالمجال الكهربى وبالطاقة اللازمة ، حتى تستطيع إلكترونات التوصيل بذل الشغل اللازم لاستمرار سريانها فى الموصل .



شكل (١٩-١)

ومن مصادر الطاقة الكهربية البطاريات والأعمدة الكهربية ، وينشأ فرق الجهد بين أقطابها من التفاعلات الكيميائية، أى أن الطاقة الكيميائية تتحول من المصدر إلى طاقة كهربية تكتسبها الإلكترونات الحرة ، فتحولها بعد ذلك إلى طاقة حرارية . ومن أكثر البطاريات شيوعا بطارية الرصاص الحمضية التى تستعمل فى السيارات . وتتركب من قطبين من الرصاص Pb ينغمران فى محلول حامض كبريتيك (شكل ١٩ – ١) .

يغطى القطب الموجب للبطارية طبقة من ثانى أكسيد الرصاص PbO_2 . عند توصيل قطبى البطارية من الخارج بموصل ، يمر فيه تيار كهربى وتحدث داخل البطارية التفاعلات الكيميائية الآتية :

$$Pb + SO_4^{=} \rightarrow Pb\,SO_4 + 2\,e^- \quad (19 - 1)$$

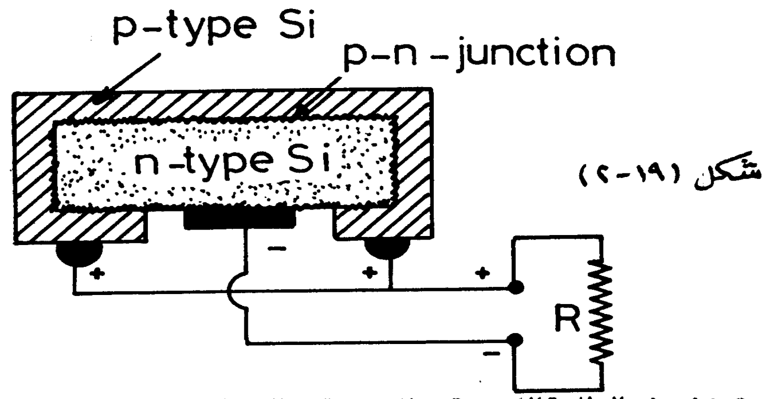
$$PbO_2 + SO_4^{=} + 4H^+ + 2\,e^- \rightarrow PbSO_4 + 2\,H_2O \quad (19 - 2)$$

هذا التفاعل ينقل الإلكترونات من القطب الموجب إلى القطب السالب ، أى يمر تيار من الإلكترونات داخل السائل من القطب الموجب إلى السالب ، بينما يحدث عكس ذلك فى الدائرة الخارجية حيث تمر الإلكترونات من السالب إلى الموجب . ينتج عن هذا التفاعل نقص حامض الكبريتيك فى المحلول مع ترسيب كبريتات الرصاص على قطبى البطارية حتى يقف التفاعل ويقال عندئذ : إن شحنة البطارية فرغت . ولكن يمكن إعادة شحنها بإمرار تيار كهربى فى الاتجاه المعاكس مما يعكس التفاعلات السابقة ويعود حامض الكبريتيك فى المحلول ليبدأ التفاعل من جديد . ويلاحظ هنا أننا بعملية الشحن لانخزن الطاقة الكهربية على شكل كهرباء ولكننا نختزنها على شكل طاقة كيميائية .

ومن الأنواع الأخرى الشائعة لمصادر التيار البطارية الجافة ، التى كثيرا ما تستخدم فى أجهزة الراديو (الترانزستور) والآلات الحاسبة . وتتركب من قطب موجب مكون من ثانى أكسيد المنجنيز وقطب سالب من الزنك ، يوجد بينهما إلكتروليت مكون من عجينة طرية من كلوريد الأمونيوم وكلوريد الزنك .

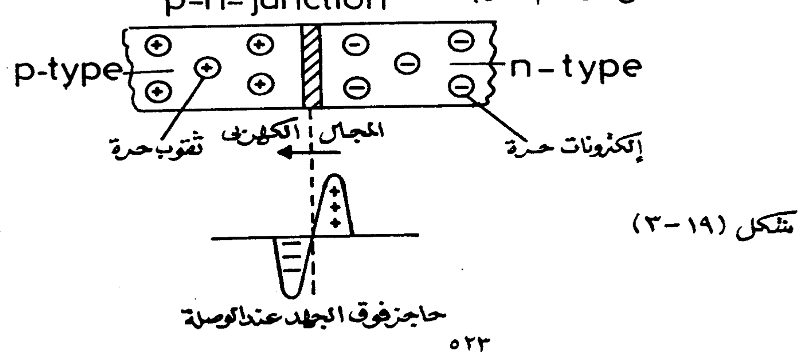
١٩ / ٢ ـ البطارية الشمسية (Solar cell) :

بعد اشتداد أزمة الطاقة ظهرت الحاجة ملحة لاستنباط مصادر طاقة غير تقليدية ، واتجهت البحوث إلى الطاقة الشمسية وكيفية استغلالها . وقد وفق العلماء إلى إنتاج البطارية الشمسية التى تحول الطاقة الضوئية للشمس إلى طاقة كهربية . شكل (١٩ – ٢).



شكل (١٩-٢)

تستخدم فى البطارية الشمسية شرائح رقيقة من السيليكون ، وهى مادة شبه موصلة يمكن بإدخال عليها نوع من الشوائب كالزرنيخ (As) بنسبة صغيرة جدا (واحد فى المليون) أن تصير المادة معطاءة للإلكترونات وتسمى عندئذ (n- type) وعند إدخال عليها نوع آخر من الشوائب كالأنديوم (In) تكون مستقبلة للإلكترون (p - type) . وبطريقة خاصة يمكن تحضير البطارية الشمسية كما فى الشكل(١٩ - ٢) بحيث يتكون لب البطارية من سيليكون من نوع (n - type) يحيط به طبقة رقيقة جدا من السيليكون (p - type) فيتكون بينهما سطح فاصل يطلق عليه p - n - junction يكون تركيز الإلكترونات الحرة كبيراً جدا على أحد جانبيه (n - type) بينما يكون تركيز الشحنات الحرة الموجبة على الجانب الآخر (p - type) كبيراً جدا. انظرالشكل(١٩ - ٣) ويطلق على الشحنات الحرة الموجبة فى السيليكون من نوع p– اسم الثقوب holes



شكل (١٩-٣)

وكنتيجة للاتصال الكهربى المباشر بين المادتين عند الوصلة تنتشر الإلكترونات والثقوب فى كلا الجهتين مسببة جهدا موجبا فى جانب السيليكون (n - type) وجهدا سالبا فى جانب السيليكون (p - type) . وينشأ بذلك مجال كهربى عند الوصلة التى تشبه عندئذ حاجزا لفرق الجهد على جانبيها ، ويلاحظ أنه عند حالة الاتزان تكون المادة من نوع p - type قد استقطبت طبقة من الشحنات السالبة ، كما تكون المادة من نوع n -type قد كونت طبقة من الشحنات الموجبة .

عند سقوط أشعة الشمس على ذرات البطارية الشمسية يحدث تأين فيها ، وينتج عن ذلك ظهور إلكترون حر وكذلك ثقب حر . وتحت تأثير المجال الكهربى عند الوصلة p - n يتحرك الإلكترون متجها للجانب الموجب ، كما يتحرك الثقب متجها للجانب السالب من الوصلة ، وينشأ عن ذلك تيار كهربى يسرى من السيليكون - p ، الذى يعمل كقطب موجب للبطارية إلى السيليكون -n الذى يعمل كقطب سالب لها .

القوة الدافعة الكهربية للخلية الشمسية من السيليكون تبلغ فقط حوالى 0.6 فولط ، كما أن التيار المستفاد به يكون عادة صغيرا . فهى وإن كان استخدامها قد ازداد حديثا إلا إنها ذات كفاءة صغيرة (حوالى11% فقط) وتجرى حاليا بحوث كثيرة لتحسين قدرتها خاصة وإنها طاقة نظيفة غير ملوثة للجو .

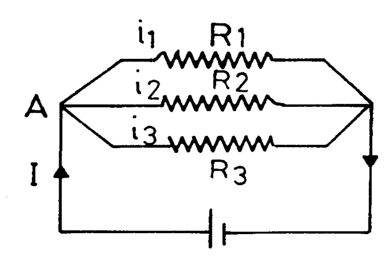
۳/۱۹ - قانونا كيرشوف للشبكات الكهربية :

يعالج القانونان توزيع التيار الكهربى فى شبكات من الموصلات .

القانون الأول :

يسمى بقاعدة النقطة لكيرشوف Point rule وينص على أن المجموع الجبرى للتيارات التى تتلاقى عند أى نقطة فى شبكة من الموصلات يساوى صفرا ، وتعتبر هذه القاعدة عن قانون بقاء الشحنة .

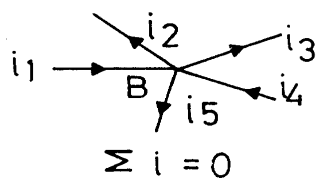
نفرض أن دائرة كهربية كالمبينة بالشكل (١٩ - ٤) . يوزع التيار الكلى I عند النقطة



A التى يخرج منها تيارات i_1 ، i_2 ، i_3 تمر فى الموصلات R_1 ، R_2 ، R_3 . واضح أن :

$$I = i_1 + i_2 + i_3$$

إذ أن النقطة A لايمكنها تخزين التيار الكهربى . فالتيار الذى يفد إلى النقطة A يجب أن يساوى التيار الذى يفيض خارجا منها .



وتنطبق القاعدة على أى نقطة أخرى فى الدائرة ، فعند نقطة مثل B يدخل إليها ويخرج منها تيارات متعددة تكون قاعدة النقطة هى :

$$\Sigma i = 0 \qquad (19 - 3)$$

$\Sigma\ i = 0$

شكل (١٩-٤)

أى أن :

$$i_1 - i_2 - i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

ويلاحظ هنا أننا جعلنا الإشارة موجبة بالنسبة للتيارات الداخلة للنقطة ، وجعلناها سالبة بالنسبة للخارجة منها .

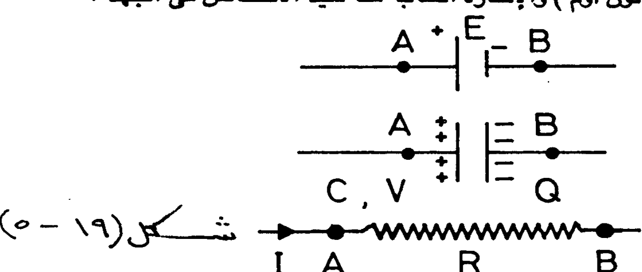
القانون الثاني : – ويسمي بقاعدة العروة (loop rule) :

وينص على أنه فى أى مسار مغلق فى شبكة من الموصلات يكون المجموع الجبرى لتغيرات الجهد حول المسار المغلق مساويا للصفر .

وبتعبير آخر يكون مجموع حاصل ضرب المقاومة فى التيار ، بالنسبة لكل جزء من أجزاء العروة أو المسار المغلق ، يكون مساويامجموع القوى الدافعة الكهربية فى هذه العروة .

فإذا فرضنا نقطة معينة فى الدائرة نبدأ منها فى التحرك حول الدائرة بحيث نعود ثانية إلى نقطة البداية ليكون المجموع الجبرى لارتفاع وانخفاض الجهد اللذين نقابلها مساويا للصفر مع اعتبار انخفاض الجهد سالبا وارتفاعه موجبا . فإذا كنا نتحرك من A إلى B عبر المقاومة R ، كما فى الشكل(١٩ – ٥) ، وذلك فى اتجاه التيار I تكون النقطة A أعلى جهدا من B ، ولذلك يكون التغير فى الجهد من A إلى B هو انخفاض فى الجهد

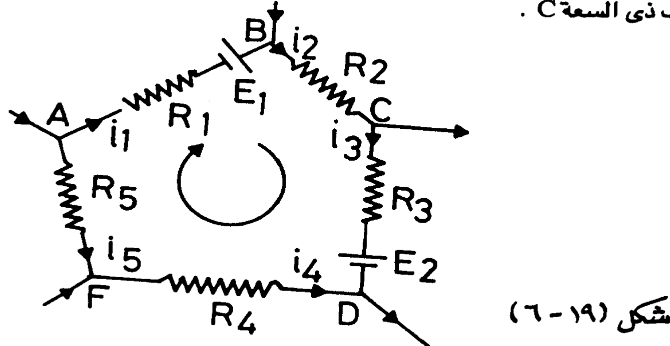
يساوى IR – (وفقا لقانون أوم) والإشارة السالبة هنا تفيد الانخفاض فى الجهد .



شكل (١٩ – ٥)

كذلك إذا نظرنا إلى البطارية E تكون النقطة A أعلى جهدا من B ، لذلك فالانتقال من A إلى B ، يحدث انخفاض فى الجهد قدره E – .

وبالمثل فى حالة المكثف المشحون يجب معرفة أى اللوحين مشحون بشحنة موجبة يكون هو صاحب الجهد الأعلى ، ويكون تغير الجهد بالانتقال من A إلى B هو Q/C – حيث Q هى الشحنة على المكثف ذى السعة C .



شكل (١٩ - ٦)

ولتوضيح القاعدة نفرض دائرة كهربية كالمبينة بالشكل (١٩ – ٦) نفرض اتجاها معينا للدوران حول العروة – كما مبين – ونفرض اتجاها معينا للتيار ، وبتطبيق القاعدة يكون :

$$i_1R_1 + i_2R_2 + i_3R_3 - i_4R_4 - i_5R_5 = E_1 - E_2$$

أى أن :

$$\Sigma iR = \Sigma E \qquad (19 - 4)$$

مثال(١٩-١) :

أوجد شدة التيار المار فى الدائرة المبينة بالشكل(١٩ - ٧)

b 5 Ω c 12V d

3V I

a 6 Ω e

شكل (١٩-٧)

الحـــل :

نفرض اتجاها ما للتيار الكهربى ، ثم نبدأ من النقطة a مثلا ، وندور فى اتجاه عقرب الساعة ، وبتطبيق قاعدة العروة يكون :

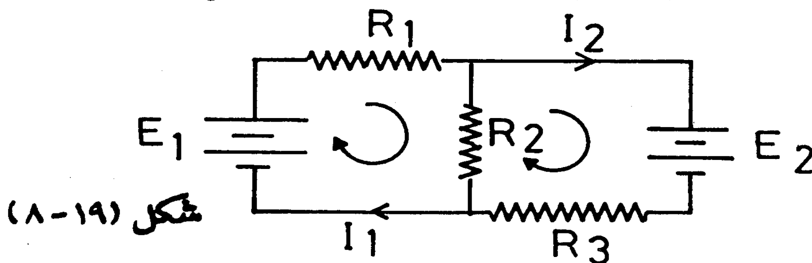
$$3 - 5I - 12 - 6I = 0$$

$$\therefore \; I = -\frac{9}{11} \; A$$

وتفيد الإشارة السالبة هنا أننا قمنا بتخمين الاتجاه الخاطئ للتيار .

مثال(١٩-٢) :

يبين الشكل (١٩ - ٨) دائرة من عروتين . أوجد شدة التيار فى كل موصل ؟



شكل (١٩-٨)

الحـــل :

نفرض التيار فى العروة الأولى I_1 وفى الثانية I_2، يكون التيار المار فى الموصل R_2 هو الفرق بينهما $(I_1 - I_2)$ ، فى الاتجاه المفروض للعروة الأولى .

بتطبيق قاعدة العروة لكيرشوف نحصل من العروة الأولى على

$$E_1 - I_1R_1 - (I_1 - I_2) R_2 = 0 \qquad (19 - 5)$$

ونحصل من العروة الثانية على :

$$-E_2 - I_2R_3 - (I_1 - I_2) R_2 = 0 \qquad (19 - 6)$$

وبحل المعـادلتين نحـصـل على قـيم التيـارين I_1 , I_2 بمعـرفـة قيم المقـاومـات والقـوة الدافعة للبطاريات .

مثال(١٩-٣) :

إذا علم أن قيم المقاومات فى المثال السابق هى :

$$R_1 = 4 \; ; \; R_2 = 4 \; , R_3 = 2$$

والقوة الدافعة للبطاريات هى :

$$E_1 = 12 \, V \; ; \; E_2 = 8 \, V$$

فأوجد القدرة الكهربية التى تتبدد فى المقاومات على شكل حرارة ؟

الحـــل :

بالتـعـويض بالقـيم السـابقـة فى المعـادلتين (5 - 19) ، (6 - 19) وبحل المعـادلتين نحصل على قيم التيار :

$$I_1 = 1.25 \; A \; ; \; I_2 = - 0.50 \; A$$

والإشارة السالبة تعنى أن التيار I_2 يسير فى عكس الاتجاه المفروض ، ويكون التيار المار فى المقاومة R_2 هو $1.75 \; A$ القدرة الكهربية المبددة فى كل موصل هى I^2R وتكون القدرة الكلية المبددة فى الدائرة هى المجموع ، أى أنها تساوى :

$$P = (1.25)^2 \times 4 + (1.75)^2 \times 4 + (0.5)^2 \times 2$$
$$= 19 \, W$$

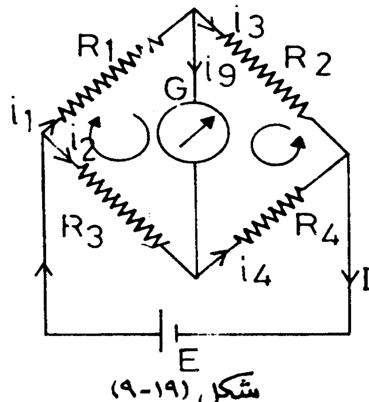
وهذه القيمة هى نفس القدرة التى تنتجها البطاريتان E_1 & E_2 وهى :

$$P = E_1 I_1 + E_2 I_2 \quad (19 - 7)$$

$$= 12 \times 1.25 + 8 \times 0.5 = 19 \text{ W.}$$

١٩ / ٤ – قنطرة هويتستون وقياس المقاومات

(Wheatstone bridge)



شكل (١٩-٩)

تسمى الدائرة المبينة بالشكل (١٩ – ٩) بقنطرة هويتستون ، ويمكن بواسطتها المقارنة الدقيقة لمقاومة مجهولة مع مقاومة معلومة . نفرض أن المقاومة المجهولة هى R_3 ، وأن المقاومتين R_1 & R_2 قد أمكن تحديدها بحيث يكون التيار i_g فى الجلفانومتر G مساويا للصفر، وتسمى القنطرة فى هذه الحالة متزنة . ويكون عندئذ .

$$i_1 = i_3 \ , \ i_2 = i_4 \quad (19 - 8)$$

عدم مرور تيار فى الجلفانومتر يعنى أن جهد النقطة B يماثل جهد النقطة D وعلى ذلك يكون فرق الجهد بين A & B مساويا لفرق الجهد بين A & D ، وكذلك فرق الجهد بين B & C مساوياً فرق الجهد بين D & C .

وبتطبيق قانون أوم يكون :

$$i_1 R_1 = i_2 R_3 \quad (19 - 9)$$

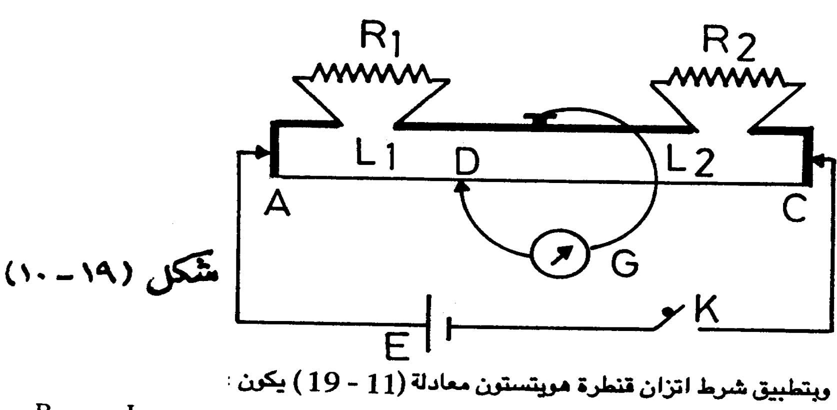
$$i_3 R_2 = i_4 R_4 \quad (19 - 10)$$

وبقسمة المعادلة (9- 19) على (10 - 19) واستخدام المعادلة (8 - 19) نحصل على :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \qquad (19 - 11)$$

وهذه المعادلة الأخيرة هى شرط اتزان قنطرة هويتسون . ومنها يمكن حساب المقاومة المجهولة R_3 .

ويوجد نوع شائع من قنطرة هويتستون يسمى بالقنطرة المترية ، التى تتركب – كما فى الشكل(١٩ – ١٠) – من سلك مقاومة AC منتظم المقطع طوله100سم ، مشدود على قاعدة خشبية بين شريحتين جيدتى التوصيل من النحاس ، يفصلهما فتحتان بواسطة شريحة ثالثة . توصل المقاومة المجهولة القيمة R_1 بين طرفى الفتحة الأولى ، بينما توصل مقاومة عيارية R_2 ذات قيمة قريبة من قيمة المقاومة الأولى فى الفتحة الثانية ، ويوصل طرفا سلك القنطرة المترية ببطارية E ، ويوصل المسمار B بجلفانومتر G يتصل طرفه الاخر بزالق D يمكن له أن يتحرك على سلك القنطرة المترية لإحداث الاتزان عند النقطة D مثلا ، التى تقسم طول السلك بنسبة (L_1 / L_2)وهى نفس النسبة بين مقاومة الطول L_1 إلى مقاومة الطول L_2 من سلك القنطرة .



شكل (١٩ – ١٠)

وبتطبيق شرط اتزان قنطرة هويتستون معادلة (11 - 19) يكون :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2} \qquad (19 - 12)$$

١٩/٥ - الجهد الكهربي ومقياس الجهد (Electric Potential) :

يستخدم عادةجهاز الفولطمتر لقياس فرق الجهد بين نقطتين أو بين طرفى عمود كهربى . ويعتمد فى ذلك على سحب قليل من التيار من النقط التى يوصل إليها لإمراره فى ملف الجهاز . ونظرا للمقاومة المحدودة لملف الفولطمتر وهى كبيرة عادة ، إلا أنه بسحبه جزءا من التيار لقياس فرق الجهد يؤثر فى نفس الوقت على القيمة المقاسة ، ولذلك لاتكون دقيقة مائة بالمائة . ويفضل استخدام مقياس الجهد بدلا من الفولطمترات ، إذ أنه جهاز لايسحب أية تيارات أثناء القياس .

وتعتمد نظرية مقياس الجهد على أنه عند توصيل مقاومة على شكل سلك AB منتظم المقطع ببطارية E ، فإنها تمرر فيه تيارا قدره i أمبير . فإذا كان طول السلك L ومقاومة وحدة الأطوال منه ρ أوم وكان فرق الجهد على السلك AB هو V_{AB} فإن :

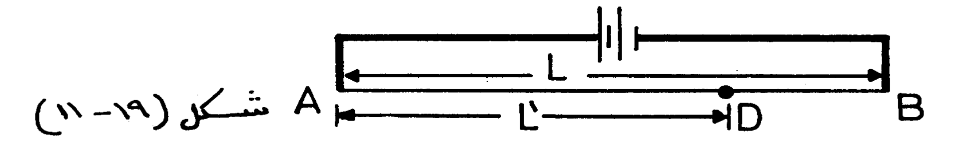
$$V_{AB} = i \rho L \qquad (19 - 13)$$

وإذا اعتبرنا جزءا فقط من السلك طوله 'L بين النقطتين D & A ، كما فى الشكل (١٩ - ١١) ، يكون فرق الجهد بين طرفى هذا الجزء هو V_{AD} حيث :

$$V_{AD} = i \rho L' \qquad (19 - 14)$$

وبقسمة المعادلتين (13 - 19) ، (14 - 19) نحصل على

$$V_{AD} = V_{AB} \ (L'/L) \qquad (19 - 15)$$

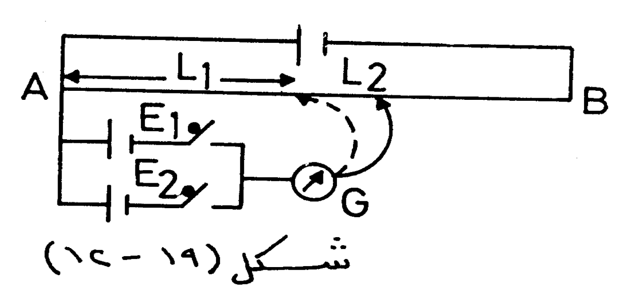


شكل (١٩-١١)

وتدل هذه المعادلة على أن فرق الجهد بين طرفى أى جزء من السلك AB يتناسب طرديا مع طول هذا الجزء ، عند ثبوت فرق الجهد V_{AB} على السلك كله . ويطلق على هذا الجهاز مقياس الجهد ، وله استخدامات كثيرة نوجز فيما يلى بعضا منها .

أولا - مقارنة القوة الدافعة لعمودين كهربيين :

يوصل القطب الموجب لأحد العمودين E المراد مقارنتهما بالطرف الموجب A من مقياس الجهد ، ويوصل الطرف السالب للعمود بأحد طرفى جلفانومتر G ، ويتصل طرفه الآخر بزالق D يتحرك على السلك AB كما فى الشكل (١٩ - ١٢) .



شكل (١٩ - ١٢)

بتحريك الزالق على السلك نصل إلى موضع يكون عنده انحراف الجلفانومتر صفريا . على يسار هذا الموضع يحدث انحراف للجلفانومتر فى اتجاه وعلى يمينه ينحرف الجلفانومتر فى عكس هذا الاتجاه .

نفرض أن اتزان البطارية E_1 يكون عند النقطة D_1 على السلك ، وتبعد عن النقطة A مسافة L_1 ، وأن اتزان العمود E_2 يكون عند نقطة D_2 تبعد عن A مسافة L_2. تتعادل فى كل حالة القوة الدافعة الكهربية للعمود مع فرق الجهد على سلك المقياس . فإذا كان التيار المار فى المقياس i والمقاومة الطولية ، أى مقاومة وحدة الأطوال من السلك AB هى ρ يكون فرق الجهد على الطول L_1 هو :

$$V_1 = L_1 \rho i = E_1 \qquad (19 - 16)$$

وكذلك يكون فرق الجهد على : L_2

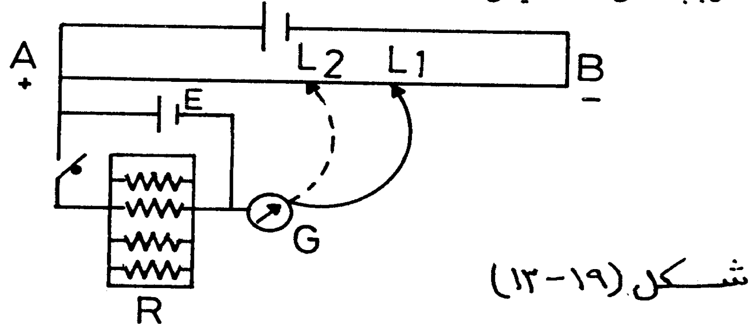
$$V_2 = L_2 \rho . i = E_2 \qquad (19 - 17)$$

وبقسمة المعادلتين (16 - 19) ، (17 - 19) نحصل على النسبة E_1 / E_2

$$E_1 / E_2 = L_1 / L_2 \qquad (19 - 18)$$

ثانياً – تعيين المقاومة الداخلية لعمود :

يوصل مع العمود المراد تعيين مقاومته الداخلية صندوق مقاومات ويوصل الاثنان بمقياس الجهد – كما مبين فى الشكل(١٩ – ١٣) – بحيث يتصل القطب الموجب للعمود بالطرف الموجب A من سلك المقياس .



شكل (١٩-١٣)

نوجد أولا الطول L_1 الذى يتزن فرق الجهد على طرفيه مع القوة الدافعة الكهربية للعمود ويكون عندئذ : $E \alpha L_1$ ثم نضغط على المفتاح K ونوجد الطول L_2 الذى يتزن جهده مع فرق الجهد على المقاومة R المتصلة بالعمود . ويكون عندئذ

$$V \alpha L_2$$

$$\therefore \frac{E}{V} = \frac{L_1}{L_2} \qquad (19 - 19)$$

وإذا كان I هو التيار المار فى دائرة العمود E عند ضغط المفتاح يكون : $V = IR$

$$I = \frac{E}{V} \frac{L_2}{L_1} \qquad (19 - 20)$$

وتعطى هذه المعادلة شدة التيار المار فى الموصل .

وإذا كانت المقاومة الداخلية للعمود r ، تكون المقاومة الكلية في الدائرة (R + r). وتساوى المقاومة الخارجية مضافا إليها المقاومة الداخلية للعمود . ويكون التيار I هو :

$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{V}{R} \qquad (19 - 21)$$

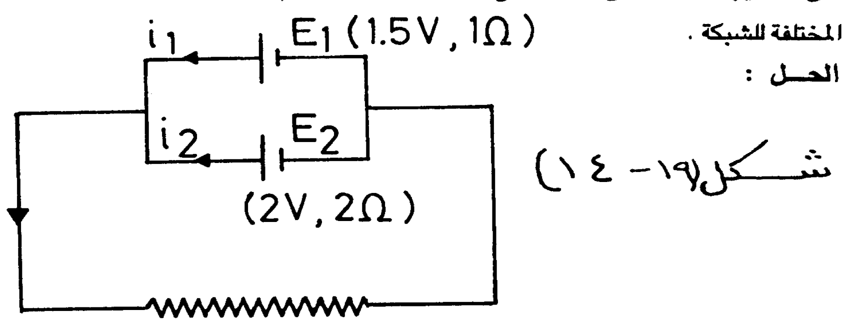
ومنها نحصل على المقاومة الداخلية للعمود باستعمال المعادلة (19 - 19)

$$r = R\,\frac{L_1 - L_2}{L_2} \qquad (19 - 22)$$

مثال (١٩–٤) :

عمودان كهربيان القوة الدافعة لهما 1.5 ، 2 فولط ، والمقاومة الداخلية لهما 1، 2 أوم على الترتيب ، وصلا على التوازى مع مقاومة خارجية 5 أوم . احسب التيارات فى الفروع المختلفة للشبكة .

الحـــل :



شكل (١٩- ١٤)

نفرض مرور التيارات بشكل (١٩ – ١٤) في الشبكة الكهربية . حيث

$$I = i_1 + i_2$$

نطبق قاعدة كيرشوف على العروة المكونة من البطارية E_1 والمقاومة R

$$1.5 = i_1 + 5(i_1 + i_2) = 6i_1 + 5i_2 \qquad (19 - 23)$$

بتطبيـــق القــاعـدة مـــرة أخــرى على العـــروة المكونة من العمـود E_2 والمقـاومـة R نحصل على :

$$2 = 2i_2 + 5(i_1 + i_2) = 5i_1 + 7i_2 \qquad (19 - 24)$$

بحل المعادلتين (23 - 19) ، (24 - 19) نحصل على :

$$i_1 = \frac{1}{34}\ A;\ i_2 = 7/34\ A$$

ويكون التيار فى المقاومة R هو مجموعهما .

مثال(١٩-٥) :

مقياس جهد طول سلكه 100 سم ومقاومته 5 أوم ، والقوة الدافعة لبطاريته 2 فولط . وصل عمود كهربى قوته الدافعة 1.5 فولط ومقاومته الداخلية 0.9 أوم بجلفانومتر ووصلا بمقياس الجهد . أوجد موضع الاتزان على سلك المقياس . وبماذا يتغير هذا الموضع عند توصيل مقاومة 1.1 أوم على التوازى مع العمود ؟

الحـــل :

التيار خلال سلك مقياس الجهد :

$$i = \frac{2}{5} = 0.4 \ \text{A}$$

مقاوة السنتيمتر من سلك المقياس ρ هى : $\rho = 0.05\,\Omega$

نفرض أن الجهد على طول L_1 من سلك المقياس يتزن مع العمود :

$$\therefore \ 1.5 = i \ L_1 \ \rho$$

$$\therefore \ L_1 = 75 \ \text{cm}$$

وعند توصيل العمود بمقاومة 1.1 أوم ينخفض فرق الجهد بين طرفى العمود ، ويصبح V فولط وتكون شدة التيار فى المقاومة هى :

$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{V}{R}$$

$$\therefore \ \frac{1.5}{1.1 + 0.9} = \frac{V}{1.1}$$

$$\therefore \ V = 0.825 \ \text{Volt}$$

ويكون الطول على المقياس الذى يعطى اتزانا مع هذا الجهد هو L_2

حيث :

$$\frac{E}{V} = \frac{L_1}{L_2}$$

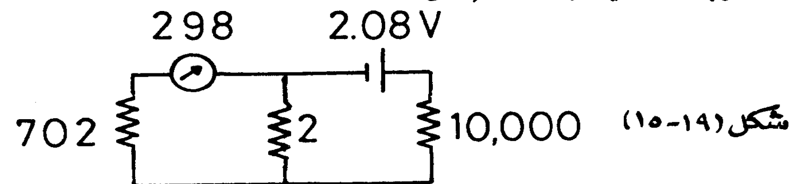
$$\therefore \ L_2 = \frac{0.825 \times 75}{1.5} = 41.25 \ \text{cm}$$

مسائل علي الفصل التاسع عشر

١ – وصل فولطمتر مقاومته الداخلية 5×10^4 أوم بقطبى بطارية 12 فولط مقاومتها الداخلية 0.02 أوم . أوجد التيار المار فى البطارية وكذلك فرق الجهد على المقاومة الداخلية لها ؟

٢ – وصل فولطمتر بقطبى بطارية فقرأ 11.9 فولط ، وكانت المقاومة الداخلية للبطارية 0.02 أوم . ماذا يجب أن يكون عليه مقاومة الفولطمتر حتى تكون قراءته مطابقة للقوة الدافعة للبطارية فى حدود 1%؟

٣ – دائرة كالمبينة بالشكل(١٩ – ١٥) مقاومتها الخارجية الكلية 10×10^3 أوم ، وتحتوى على بطارية قوتها الدافعة 2.08 فولط ومقاومة 2 أوم متصلة على التوالى . عند توصيل جلفانومتر مقاومته 298 أوم ومقاومة 702 أوم على التوالى بطرفى المقاومة الصغيرة 2 أوم ، يحدث انحراف قدره 185 مم على مقياس الجلفانومتر . أوجد حساسية الجلفانومتر (وهى التيار الذى يحدث أقل انحراف للجلفانومتر) ؟



شكل (١٩-١٥)

٤ – احسب المقاومة الداخلية لمولد كهربى قوته الدافعة الكهربية 120 فولط ، إذا كان الجهد على طرفيه يكون 110 فولط عند سحب 20 أمبير منه ؟

٥ – جلفانومتر مقاومته 5 أوم يعطى انحرافا قدره وحدة التدريج إذا مر فيه تيار 1×10^{-3} أمبير . أوجد المقاومة التى يجب أن توصل به على التوالى لنجعله يقرأ 0.1 فولط ، وكذلك المقاومة التى يجب أن تتصل به على التوازى لتكون حساسيته للتيار الكهربى 0.1 أمبير لكل تدريج ؟

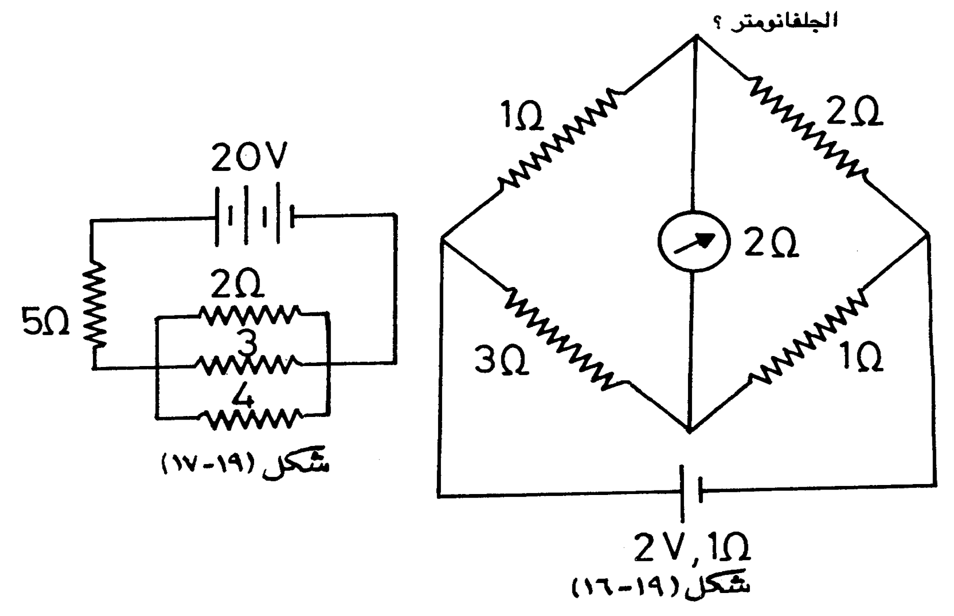
٦ – ما هو طول سلك مقاومة قطره 0.274 مم ، ومقاومته النوعية 9.8×10^{-6} أوم . سم عند توصيله ببطارية 2 فولط ومقاومتها الداخلية مهملة ، يعطى تسخينا قدره 120 سعر/دقيقة ؟ (J = 4.2 J/cal)

٧ – ماهى قدره سخان كهربى يرفع درجة حرارة 10.1 كيلو جرام من الماء من 15° م إلى 100°م فى 20 دقيقة ؟ وإذا استخدم مصدر كهربائى جهده 250 فولط مع هذا السخان فماذا يكون التيار المار فيه ؟

٨ – سلك مقاومته 0.6 أوم سحب ليصير طوله ثلاثة أمثال الطول الأصلى . أوجد مقاومته بفرض أن المقاومة النوعية والكثافة تظل ثابتة ؟

٩ – أثبت أن معدل التسخين فى كل من مقاومتين ، يتصلان على التوازى فى دائرة يمر بها تيار يتناسب عكسيا مع مقاومة كل مقاومة ؟

١٠ – يبين الشكل (١٩ – ١٦) قنطرة هويتستون غير متزنة . أوجد شدة التيار المار فى الجلفانومتر ؟



شكل (١٩-١٧)

شكل (١٩-١٦)

١١ – أوجد شدة التيارات I_1 ، I_2 ، I_3 فى الموصلات 2، 3، 4 أوم المتصلة على التوازى، وتتصل مع مقاومة 5 أوم وبطارية 20 فولط على التوالى (شكل ١٩ – ١٧).

١٢ - فى الدائرة المبينة فى الشكل (١٩ - ١٨) أوجد شدة التيار فى المقاومة ٤ أوم ، وفرق الجهد على ed , fc , ab ؟

شكل (١٩-١٨)

١٣ - أوجد المقاومة المكافئة للشبكة المبينة فى الشكل (١٩ - ١٩) ؟

شكل (١٩-١٩)

١٤ - أوجد شدة التيار المار فى كل من مقاومات الشكل (١٩ - ٢٠) ؟

شكل (١٩-٢٠)

الفصل العشرون

المجال المغناطيسي و القوة المغناطيسية

٢٠ / ١ـ المغناطيسية

عرفت المغناطيسية منذ عهد بعيد ، وقد صنع الصينيون فى القرن الحادى عشر البوصلة المغناطيسية ، ثم اكتشف بعد ذلك أن لأى مغناطيس قطبين وأن الأقطاب المتشابهة تتنافر ، وأن الأقطاب المختلفة تتجاذب ، أى أن هناك نوعاً من القوى يربط بين المواد الممغنطة . وأن الأرض تعمل كمغناطيس كبير يؤثر على البوصلة المغناطيسية ويجعلها تأخذ دائما اتجاها ثابتا فى المكان .

وبالرغم من أن القوى المغناطيسية معروفة منذ قرون ، إلا أن اكتشاف التأثير المغناطيسي للتيار الكهربى لم يتم إلا فى القرن التاسع عشر ، على يد العالم الهولندى أورستد الذى وجد أن الإبرة المغناطيسية تنحرف إذا قربت من سلك يمر فيه تيار كهربى ، وأن التيارات الكهربية تؤثر بقوى مغناطيسية على بعضها البعض. وحديثا نعلم أن كل القوى المغناطيسية ما هى سوى قوى كهربية بين شحنات فى حالة حركة ، وأنه بالإضافة إلى القوى الكولومية بين الشحنات توجد قوى أخرى مغناطيسية، تتوقف على حركة الشحنات وتتناسب مع سرعتها .

يوجد فى الطبيعة مواد مغناطيسية بعضها له مغناطيسية ضعيفة، والبعض الآخر كالحديد له مغناطيسية قوية، ولذلك سميت هذه المواد الاخيرة بالفيرومغناطيسية نسبة إلى الحديد .وقد وجد أن العزم المغناطيسي للمواد الفيرومغناطيسية يزداد بدرجة كبيرة، إذا وضعت فى ملف يمر به تيار كهربى، وأن بعضا من هذه المغناطيسية يظل قائما حتى بعد إزالة التيار، وتختلف قيمة هذه المغناطيسية المتبقية باختلاف المادة ، وقد وجد أنه بإضافة بعض الكربون للحديد يتكون الحديد الصلب ، وله خاصية استبقاء كم كبير من المغناطيسية بعد مغنطته ، ولذلك يستعمل كمغناطيسات دائمة مغناطيسيتها ثابتة .

وعنـدما نكســر مغناطيس إلـى جــزأين يتكون فى كل جزء قطبان شمـالى وجنوبى ، (شكل ٢٠ – ١) . ويحدث كذلك أيضـا عند كسر كل جزء إلى اثنين وهكذا ، ويدل ذلك على أن منشـأ المغناطيسية يكمن فى الذرات المكونة للمادة وفى حركة الإلكترونات والجسيمات المشحونة داخلها .

شكل (٢٠ - ١)

S N

S N} {S N

S N} {S N} {S N} {S N

ولايوجـد أبدا قطب مغناطيسي مفـرد ولكن دائمـا توجـد هذه الأقطاب أزواجا ، يطلق عليها فى حالتها الأولية ثنائيات القطب المغناطيسي magnetic dipoles ، وهى تشبه فى ذلك بشكل ما ثنائيات القطب الكهربية . ويجرى عـادة تفسير الظواهر المغناطيسية على أساس ثنائيات القطب المغناطيسي وليس على أساس القطب المفرد .

٢٠ / ٢ ـ القوة المغناطيسية :

تعتبر القوة المغناطيسية النوع الثالث من القوى المعروفة ، بعد قوى الجاذبية الكتلية والقوى الكولومية الكهربية . فقانون نيوتن للجاذبية يعطى القوة بين كتلتين M & m على الصورة :

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \qquad (20 - 1)$$

وقانون كولوم يعطى القوة بين شحنتين q , q/ على الصورة :

$$F = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{q q'}{r^2} \hat{r} \qquad (20 - 2)$$

حيث r هى المسافة بين الجسمين أو الشحنتين ، $\hat{r}$ هو متجه الوحدة ويشير اتجاهه من الشحنة q' إلى q ويجب ملاحظة أن هذا القانون يسرى على الشحنات الساكنة فقط . إذ أنه عند حركة شحنتين بالنسبة لبعضها تتولد قوة إضافية نتيجة لذلك هى القوة المغناطيسية ، وتعتمد على المواضع النسبية للشحنتين وكذلك على سرعتيهما .

وكما يوجد تناسب تربيع عكسى فى كل من قانونى نيوتن وكولوم ، كذلك تتناسب القوة المغناطيسية عكسيا مع المسافة بين الشحنتين المتحركتين بالسرعتين v , v' على الترتيب ، وتعطى بالمعادلة المتجهة :

$$F = (\text{constant}) \frac{q q'}{r^2} v \times (v' \times \hat{r}) \qquad (20 - 3)$$

ويعتبر قانون القوة المغناطيسية قانونا أساسيا فى الفيزياء ، مثله مثل قانون نيوتن للجاذبية وكولوم فى الكهربية . وباستخدام الوحدات الدولية للقياس وجد أن الثابت يساوى 10^{-7} نيوتن (ثانية)^{2} (كولوم)$^{-2}$ ومن المعتاد كتابة هذا الثابت على الصورة $\mu_o / 4\pi$ حيث μ_o ويسمى ثابت النفاذية pemiability constant ويساوى $10^{-6} \times 1.26$

$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} = 1.26 \times 10^{-6} \ Ns^2 / C^2$$

وتصير معادلة القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة متحركة q بواسطة شحنة نقطية أخرى q' ومتحركة أيضا هى :

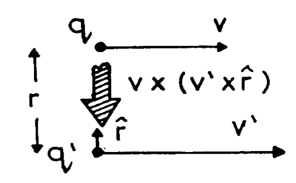
$$F = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{qq'}{r^2} v \times (v' \times \hat{r}) \qquad (20 - 4)$$

ويتحدد اتجاه القوة F باستخدام قاعدة اليد اليمنى لضرب المتجهين r & v' تصاليبا (cross product) ثم يضرب الناتج تصاليبا بعد ذلك مع المتجه v .

مثال (٢٠ - ١) :

تتحرك شحنتان نقطيتان (q , q') فى اتجاهين متوازيين بسرعتين (v , v') على الترتيب . أوجد النسبة بين القوتين الكولومية و المغناطيسية بينهما ؟

الحــل :



شكل (٢٠ - ٢)

من هندسة الشكل (٢٠ – ٢) نجد أن الزاويا فى كل من الضربين التصالبين فى المعادلة (٢٠ – ٤) هـى 90° وتصير بذلك المعادلة التى تعرف القوة المغناطيسية:

$$F_{mag} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{q q'}{r^2} v v' \qquad (20 - 5)$$

وهذه القوة تجاذبية كما يتضح من اعتبار الاتجاهات فى الضربين التصالبيين .

القوة الكولومية بين الشحنتين هى :

$$F_{el} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_o} \frac{q q'}{r^2} \qquad (20 - 6)$$

وهذه قوة تنافر .

القوة الكلية بين الشحنتين هى مجموع القوتين $(F_{el} + F_{mag})$.

النسبة بين القوتين تنتج بقسمة المعادلتين (5 - 20) ، (6 - 20)

$$\frac{F_{mag}}{F_{el}} = \mu_o \varepsilon_o v v'$$

$$= 1.26 \times 10^{-6} \times 8.85 \times 10^{-12} \; v v'$$

$$\frac{F_{mag}}{F_{el}} = (1.12 \times 10^{-17} \; s^2 / m) \; v v' \qquad (20 - 7)$$

ويلاحظ أن القيمة العددية فى معادلة (7 - 20) هى مقلوب مربع سرعة الضوء C وقيمتها 3×10^8 متر / ثانية . أى أن :

$$\frac{1}{c^2} = \mu_o \varepsilon_o$$

وعلى ذلك تكون سرعة الموجات الكهرومغناطيسية هى :

$$c = 1 / \sqrt{\mu_o \varepsilon_o} \qquad (20 - 8)$$

وسنعود لذلك فيما بعد ، عند معالجة المجال المغناطيسي المصاحب لحركة شحنة .

نستخلص من المثال السابق أن المغناطيسية تكون صغيرة جدا ، بالنسبة للقوى الكولومية ما لم تكن سرعة الشحنات قريبة من سرعة الضوء ، وعندها لاتصلح معادلات الحركة النيوتونية لوصف الحالة ، ولكن يجب عندئذ إدخال النظرية النسبية لإينشتين فى الاعتبار .

٢٠ / ٣ – المجال المغناطيسي :

كما سبق أن ذكرنا أن القوة الكولومية تحدث من خلال مجال كهربى ، كذلك تحدث القوى المغناطيسية من خلال مجال مغناطيسي لابد من وجوده بين الشحنات . ولتعريف المجال المغناطيسي لشحنات متحركة أو لتيار كهربى يمر فى سلك عند نقطة ما ، نفرض وجود شحنة q تتحرك بسرعة v عند هذه النقطة . يؤثر المجال المغناطيسي B على هذه الشحنه بقوة F حيث :

$$F = q(v \times B) \qquad (20 - 9)$$

ويلاحظ أن هذه القوة تتوقف على اتجاه حركة الشحنة بالنسبة لاتجاه المجال المغناطيسي ، فتكون القوة صفرية إذا كانت الحركة موازية لخطوط المجال وتكون أكبر ما يمكن إذا كانت الحركة عمودية على خطوط القوى المغناطيسية، وتساوى عندئذ $F = q\,v\,B$ وتعطى شدة المجال المغناطيسي بالمعادلة :

$$B = F/q\,v \qquad (20 - 10)$$

ومنها نستخلص تعريف شدة المجال بأنه القوة التى تؤثر على وحدة الشحنة ، التى تتحرك بوحدة السرعة عموديا على اتجاه المجال . ويكون اتجاه القوة متعامدا مع كل من اتجاه الحركة واتجاه المجال .

وحدة شدة المجال المغناطيسي في النظام الدولى SI هى التسلا

$$1\ \text{Tesla} = 1\,\text{T} = 1\ \text{N}/(\text{C m/S})$$

وتسمى هذه الوحدة أحيانا وبر / متر٢ . وعند استعمال المجالات الضعيفة يستخدم

عادة وحدة الجاوس ، وهى وحدة المجال فى النظام سم جم ث وتعادل 10^{-4} تسلا .

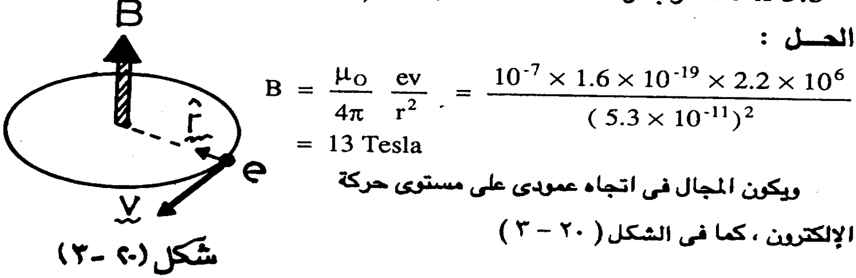
وباستخدام معادلة القوة المغناطيسية (معادلة 4 - 20) يمكن التعبير رياضيا عن شدة المجال المغناطيسي B لشحنة نقطية q متحركة بسرعة v بالمعادلة :

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{q}{r^2} (v \times \hat{r}) \qquad (20 - 11)$$

مثال (٢٠ - ٢) :

أوجد المجال المغناطيسي الذى ينشأ عن حركة إلكترون فى مسار دائرى ، نصف قطره 5.3×10^{-11} متر بسرعة 2.2×10^{6} متر / ث .(ذرة الهدروجين)

الحــل :



$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{ev}{r^2} = \frac{10^{-7} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2.2 \times 10^{6}}{(5.3 \times 10^{-11})^2}$$

$$= 13 \text{ Tesla}$$

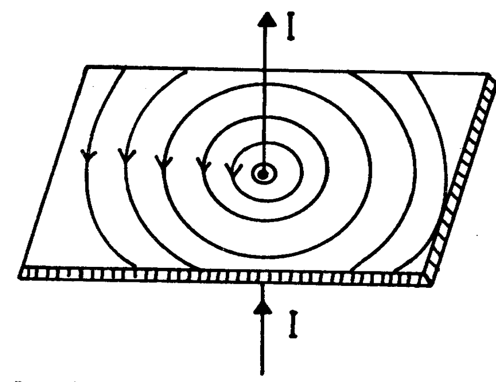
ويكون المجال فى اتجاه عمودى على مستوى حركة الإلكترون ، كما فى الشكل (٢٠ - ٣)

شكل (٢٠ - ٣)

٢٠ / ٤ — المجال المغناطيسي المستمر وقانون بيو وسافار (Law of Biot - Savard)

يمكن تمثيل المجال المغناطيسي بيانيا بواسطة خطوط القوى المغناطيسية، أسوة بما فعلنا فى حالة المجال الكهربى . ويبين اتجاه المماس لخط القوى فى مكان ما اتجاه المجال فى هذا المكان . كما أن كثافة خطوط القوى تعرف شدة المجال وتسمى بكثافة الفيض المغناطيسي magnetic flux density ، ووحدتها وبر / متر٢ .

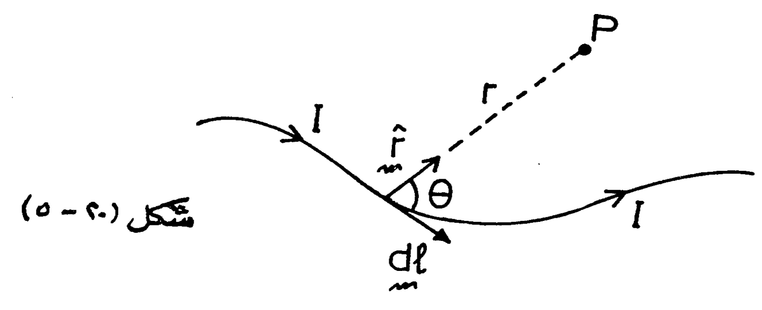
إذا مر تيار كهربى فى سلك ينتج عن حركة الإلكترونات بداخله مجال مغناطيسي تكون خطوط القوى فيه ، على شكل دوائر مغلقة مركزها السلك وفى مستوى عمودى عليه ، (شكل ٢٠ - ٤) ، ويتحدد اتجاه المجال بقاعدة اليد اليمنى . فإذا وضعنا إصبع الإبهام فى اليد



شكل (٢٠ - ٤)

اليمنى بحيث يشير إلى اتجاه حركة الشحنات الموجبة ، يكون المجال المغناطيسي عندئذ مشيرا فى اتجاه باقى أصابع اليد ، وبدهى أنه إذا كان المجال ناشئاً عن حركة شحنات سالبة فان اتجاه المجال ينعكس . (يلاحظ أنه فى حالة التيار الكهربى تكون حركة الإلكترونات فى عكس اتجاه التيار فى السلك) .

درس العالمان بيووسافار المجال المغناطيسي حول سلك يحمل تيارا كهربيا I عند نقطة P تبعد مسافة r عن عنصر طولى من السلك $d\ell$ ، كمافى الشكل(٢٠ – ٥) .



شكل (٢٠ - ٥)

إذا فرضنا أن التيار ناشئ عن حركة شحنات موجبة dq داخل السلك فى زمن dt يكون التيار :

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad (20 - 12)$$

تحدث حركة الشحنة dq فى العنصر dl مجالا مغناطيسيا عند P مقداره dB حيث :

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{dq}{r^2} (v \times \hat{r})$$

وإذا كانت الزاوية بين اتجاه العنصر والخط الواصل بينه وبين النقطة P أى بين v ، $\hat{r}$ هى : θ تكون مقدار شدة المجال عند P هو :

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{dq}{r^2} v \sin\theta \qquad (20 - 13)$$

حيث v هى سرعة الشحنة فى العنصر وتساوى ($d\ell / dt$)

أى أن

$$v = \frac{d\ell}{dt} \qquad (20 - 14)$$

ومن المعادلات (20-12) (20-13) (20-14) نحصل على :

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\, d\ell \sin\theta}{r^2} \qquad (20 - 15)$$

ويمكن وضع هذه المعادلة على صورة متجهات كالآتى :

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} (d\ell \times \hat{r}) \qquad (20 - 16)$$

حيث المتجه $d\ell$ يشير فى اتجاه المماس للسلك عند العنصر $d\ell$ ، وهو نفس اتجاه التيار فى السلك .

ويعرف هذا بقانون بيو وسافار ويمكن بواسطته إيجاد شدة المجال المغناطيسي لأى سلك يمر به تيار وذلك بتكامل المعادلة (16 - 20) علي طول السلك .

شكل (٢٠ - ٦)

وكتطبيق بسيط لهذا القانون نعتبر حالة سلك على شكل حلقة دائرة نصف قطرها r يمر بها تيار كهربى I . لإيجاد شدة المجال المغناطيسي فى مركز الحلقة (شكل ٢٠ – ٦) نفرض عنصرا $d\ell$ من السلك . يصنع متجه

هذا العنصر مع متجه نصف القطر $\hat{r}$ زاوية $90^\circ = \theta$

شدة المجال فى مركز الحلقة عند النقطة P هو :

$$B = \int dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \int \frac{I\, d\ell \sin 90}{r^2} \qquad (20 - 17)$$

والتكامل يؤخذ على السلك كله ، ويلاحظ أن الزاوية θ تكون دائما قائمة وأن بعد أى عنصر مثل $d\ell$ عن مركز الحلقة ثابت ، ويساوى نصف القطر وعلى ذلك يكون :

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi r^2} \int_o^{2\pi r} d\ell$$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi r^2} 2\pi r = \frac{\mu_o I}{2r} \qquad (20 - 18)$$

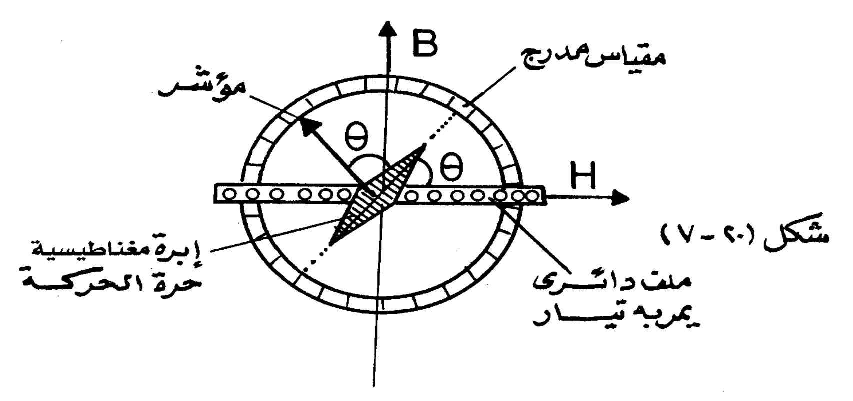
وعندما يراد تعيين المجال فى مركز ملف دائرى عدد لفاته N ، نضرب المعادلة (18 -20) فى عدد اللفات ، أى أن المجال يصير :

$$B = \frac{\mu_o N I}{2r} \qquad (20 - 19)$$

ويكون اتجاه المجال B عموديا على مستوى الملف .

يستخدم هذا الملف فى جهاز جلفانومتر الظل لقياس شدة تيار كهربى ، بوضع الملف رأسيا ومستواه فى اتجاه الزوال المغناطيسي الأرضى ، وتوضع إبرة مغناطيسية حرة الحركة فى مركز الملف . تكون عندئذ المركبة الأفقية لمجال الأرض H متعامدة مع المجال المغناطيسي عند مركز الملف والناشئ عن مرور تيار كهربى فيه . فإذا انحرفت الإبرة المغناطيسية نتيجة لمرور التيار بزاوية θ شكل (٢٠ - ٧) يكون :

$$B = H \tan \theta \qquad (20 - 20)$$



شكل (٢٠ - ٧)

ومن معادلتي (19 - 20)، (20 - 20) يمكن حساب شدة التيار ، بمعرفة قيم الثوابت في المعادلة مثل نصف قطر الملف وعدد لفاته ، وباستخدام المعادلة

$$H \tan \theta = \frac{\mu_o N I}{2 r} \qquad (20 - 21)$$

٢٠ / ٥ - المجال المغناطيسي على محور حلقة يمر بها تيار :

يتضح مما سبق أن قانون بيو وسافار يمكننا من حساب شدة المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور التيارات الكهربية في الأسلاك ، أيا كانت أشكالها . ويسهل عادة حل المسألة عندما تكون هندسة الشكل بسيطة .

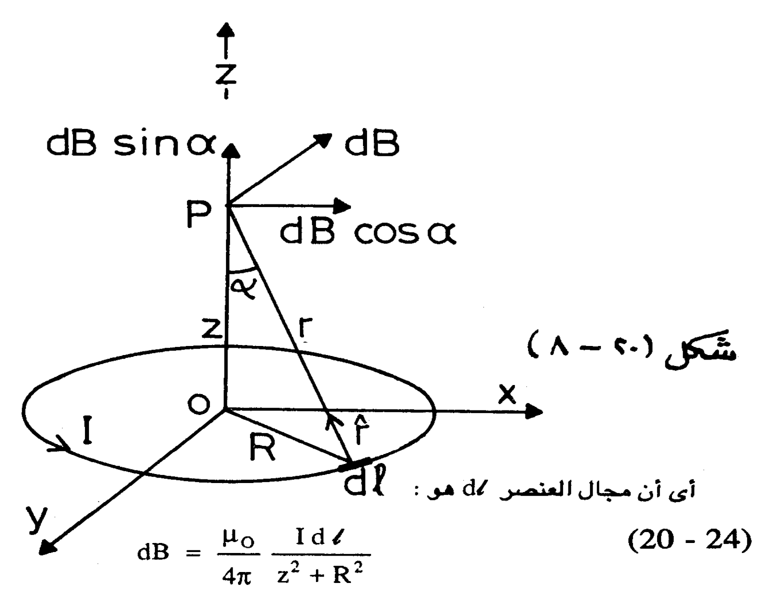
نحسب الآن المجال المغناطيسي الناشئ عن حلقة نصف قطرها R يمر بها تيار I وذلك عند نقطة P على محور هذه الحلقة كما في الشكل (٢٠ - ٨) .

نعتبر عنصرا طوليا $d\ell$ من السلك ينشأ عنه مجال dB مقداره :

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\, d\ell}{r^2} \qquad (20 - 22)$$

حيث r هو بعد النقطة p عن العنصر $d\ell$. وباعتبار إحداثيات x , y , z فإن :

$$r^2 = z^2 + R^2 \qquad (20 - 23)$$



شكل (٢٠ - ٨)

أى أن مجال العنصر $d\ell$ هو :

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\,d\ell}{z^2 + R^2} \tag{20 - 24}$$

ويكون اتجاهه عموديا على الخط الواصل بين العنصر والنقطة P .

الحركة الأفقية ($dB \cos \alpha$) لهذا المجال تتلاشى عند اعتبار جميع عناصر الحلقة ، ويتبقى المركبة الرأسية ($dB \sin \alpha$) وبإجراء التكامل على جميع عناصر الحلقة ، نوجد عندئذ شدة المجال عند النقطة P على الصورة :

$$B = \int \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\,d\ell \sin \alpha}{(z^2 + R^2)} \tag{20 - 25}$$

ومن هندسة الشكل $\sin \alpha = R / (z^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}$ وبذلك يكون المجال على بعد Z من مركز الملف هو :

$$B_Z = \int \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\,d\ell\, r}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_o \, I R}{4\pi \, (z^2 + R^2)^{3/2}} \int d\ell$$

$$= \frac{\mu_o \, I R}{4\pi \, (z^2 + R^2)^{3/2}} \times 2 \pi R$$

$$\therefore \; B_Z = \frac{\mu_o}{4\pi} \; \frac{I \pi R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \qquad (20 - 26)$$

يتكرر فى الطبيعة ظهور المجالات المغناطيسية الناشئة عن مثل هذه التيارات الحلقية . فمثلا حركة إلكترون فى مسار دائرى فى الذرة تماثل تماما مسألة مرور تيار كهربى فى سلك دائرى .

شدة التيار الإلكترونى

$$I = \frac{V}{2 \pi r} \, . \, e$$

حيث V سرعة الإلكترون في مساره ، R نصف قطر المسار ، e شحنة الإلكترون وتعطى هذه الحركة مجالا مغناطيسيا حولها، وباعتبار نقطة ما خارج الذرة تبعد مسافة z عنها يمكن اعتبار أن نصف قطر المسار R صغير جدا بالنسبة للبعد Z ، وعلى ذلك نختصر المعادلة (26 - 20) فتصبح :

$$B_Z = \frac{\mu_o}{2\pi} \; \frac{I. \pi R^2}{z^3}$$

$$B_Z = \frac{\mu_o}{2 \pi} \; \frac{I. A}{z^3} \qquad (20 - 27)$$

حيث $A = \pi R^2$ يساوى مساحة الحلقة ، ويطلق عادة على الحلقة الصغيرة ، التى يمر بها تيار كهربى بثنائى القطب المغناطيسي magnetic dipole ويعرف العزم المغناطيسي للحلقة μ أو لثنائى القطب عندئذ بأنه حاصل ضرب شدة التيار Iفى مساحة الحلقة ، أى

$$\mu = I \, . \, A \qquad (20 - 28)$$

وواضح من المعادلة (27 - 20) أن شدة المجال الناشئ عن ثنائى القطب

المغناطيسي تتناسب تناسبا عكسيا مع مكعب البعد عنه .

مثال (٢٠-٣) :

أوجد شدة المجال المغناطيسي عند نقطة P ، تبعد مسافة z عن سلك طويل ورفيع يحمل تيارا كهربيا شدته I ؟

الحل :

نعتبر عنصرا طوليا من السلك dl ، كما فى الشكل (٢٠ - ٩) ، يصنع زاوية $d\alpha$ عند النقطة p ، ونفرض أن زاوية ميل متجه العنصر $d\ell$ مع متجه نصف القطر $\hat{r}$ هى α

من هندسة الشكل :

$$Z = r \sin \alpha \qquad (20 - 29)$$

أيضاً :

$$r d\alpha = d\ell \sin \alpha \qquad (20 - 30)$$

وبتطبيق قانون بيو وسافار تكون شدة المجال عند P الناشئ عن العنصر هى :

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{d\ell \sin \alpha}{r^2}$$

$$\therefore dB = \frac{\mu_o I d\alpha}{4\pi r} \qquad (20 - 31)$$

شكل (٢٠-٩)

وباستعمال معادلة (29 - 20)

$$dB = \frac{\mu_o I \sin \alpha \, d\alpha}{4 \pi z} \qquad (20 - 32)$$

ويمكن الحصول على المجال الكلى للسلك عند P بإجراء التكامل على السلك كله ، حيث تتغير الزاوية α من صفر إلى π .

$$B_z = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I}{4 \pi z} \sin \alpha \, d\alpha \qquad (20 - 33)$$

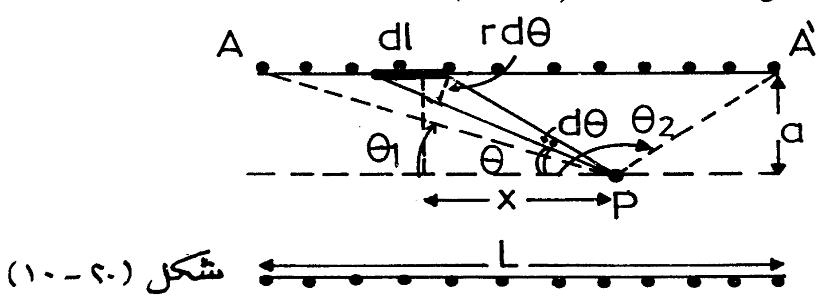
$$= \frac{\mu_0 I}{4 \pi z} \left[- \cos \alpha \right]_0^{\pi}$$

$$\therefore \; B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi z} \qquad (20 - 34)$$

أى أن شدة المجال تتناسب تناسبا عكسيا مع البعد عن السلك .

٢٠/٦- المجال المغناطيسي داخل ملف حلزوني :

نفرض ملفا حلزونيا $A\ A'$ نصف قطره a ويمر به تيار كهربى شدته I ، ونفرض أن الطول الكلى للملف هو L . شكل (٢٠ - ١٠) .



شكل (٢٠ - ١٠)

نعتبر عنصرا طوليا $d\ell$ من الملف ، يبعد بمسافة محورية x عن النقطة P المراد تعيين المجال عندها . ونفرض أن عدد اللفات الكلية للسلك فى الملف N لفة . يكون عدد اللفات فى وحدة الطول هى $n = N / L$ ويكون عدد اللفات فى العنصر $d\ell$ هى : $(N / L)\, d\ell$

كثافة الفيض المغناطيسي عند P بالنسبة للعنصر $d\ell$ حسب المعادلة (26 - 20) هى :

$$dB = \frac{\mu_o}{2} \cdot I \left(\frac{N\,d\ell}{L} \right) \cdot \frac{a^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \qquad (20 - 35)$$

وبما أن $r^2 = x^2 + a^2$ حيث r هو الخط الواصل بين P ، $d\ell$ ، يكون

$$dB = \frac{\mu_o}{2} \frac{N\,d\ell}{L} \cdot \frac{I\,a^2}{r^3} \qquad (20 - 36)$$

من هندسة شكل (٢٠ – ١٠) نحصل على :

$$r\,d\theta = d\ell \ \sin\theta \qquad (20 - 37)$$

وبالتعويض فى (36 - 20) نحصل على :

$$dB = \frac{\mu_o}{2} \cdot \frac{N}{L} \cdot \frac{I\,a^2}{r^2} \cdot \frac{d\theta}{\sin\theta} \qquad (20 - 38)$$

لكن $\sin\theta = a / r$ لذلك يكون المجال :

$$dB = \frac{\mu_o}{2} \cdot \frac{N}{L} \cdot I \sin\theta \, d\theta \qquad (20 - 39)$$

وبإجراء التكامل على جميع عناصر الملف مثل $d\ell$نعتبر حدود التكامل بين θ_1 , θ_2 ويكون المجال عند P بالنسبة للملف كله هو :

$$B = \frac{\mu_o}{2} \cdot \frac{N}{L} \cdot I \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \, d\theta$$

$$\therefore \ B = \frac{\mu_o}{2} \cdot \frac{N}{L} \cdot I \,(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \qquad (20 - 40)$$

وإذا اعتبرنا الملف الحلزونى لانهائى الطول نضع $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi$ ، ويكون المجال منتظما فى كل مكان داخل الملف وتكون شدته :

$$B = \mu_o \cdot \frac{NI}{L} = \mu_o nI \quad W/m^2 \qquad (20 - 41)$$

ويمكن اعتبار الملف الحلزونى المغلق torroid كملف لانهائى الطول ، وعلى ذلك تكون شدة المجال عند أية نقطة داخله هى :

$$B = \mu_o \frac{NI}{L}$$

ويكون الطول L فى هذه الحالة هو طول محيط الملف . وعادة توضع هذه المعادلة بدلالة عدد اللفات لوحدة الأطوال $n = N / L$ فيكون المجال فى الملف هو $B = \mu_o n I$

مثال (٢٠-٤) :

ملف حلزونى طويل يحتوى 50 لفة فى كل سنتيمتر من طوله . فإذا كان التيار المار فى السلك 0.5 أمبير .. وقطر الملف 2 سم ، فأوجد كثافة الفيض المغناطيسي على محوره ؟

الحـــل :

نستخدم المعادلة (41 - 20) .

$$B = \mu_o n I$$
$$= (4 \times 10^{-7}) (50 \times 100) (0.5)$$
$$= 31.4 \times 10^{-4} \text{ Tesla}$$

مثال (٢٠-٥) :

تتحرك شحنة قدرها 4×10^{-6} كولوم ، على محيط دائرة نصف قطرها 20 سم ، بسرعة زاوية قدرها 15 دورة فى الثانية . أوجد شدة المجال المغناطيسي عند مركز الدائرة ؟

الحـــل :

شدة التيار هى :

$$I = \frac{dq}{dt} = 4 \times 10^{-6} / (1 / 15)$$
$$= 6 \times 10^{-5} \text{ amp.}$$

المجال المغناطيسي عند المركز هو :

$$B = \frac{\mu_o}{2 r} = \frac{1.26 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-5}}{2 \times 0.20}$$
$$= 1.88 \times 10^{-10} \text{ weber / m}^2$$

مسائل على الفصل العشرين

١ – أوجد كثافة الفيض المغناطيسي على بعد 25 سم من سلك مستقيم يمر به تيار 20 أمبير ؟

٢ – حلقة مربعة الشكل من سلك طوله ضلع المربع L متر ، ويحمل السلك تيارا شدته I أمبير . أثبت أن شدة المجال عند مركز المربع هو :

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{8\sqrt{2}}{L} I$$

٣ – إلكترون يتحرك بسرعة فى اتجاه مستقيم يدخل مجالا مغناطيسيا فلا يغير اتجاهه . ماذا تستنتج عن المجال المغناطيسي؟

٤ – إلكترون (شحنته e –) وبوزيترون (شحنته e +) ، يتحركان بجانب بعضهما على خطين متوازيين بسرعه 2×10^6 متر/ ث . ماذا تكون القوة بينهما ؟ وهل هى جاذبة أم نافرة ؟ . وما الفرق بين مقدار هذه القوة (الكهربية والمغناطيسية) وبين القوة بين الشحنتين عندما يكونان فى حالة سكون ؟

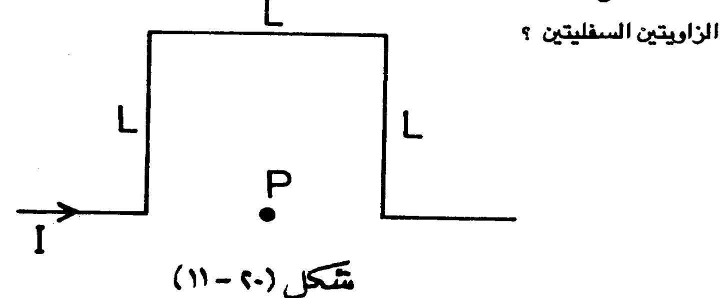
٥ – شدة المجال المغناطيسي للأرض 5×10^{-5} تسلا . إذا فرضنا إلكترونا كونيا يتحرك فى اتجاه عمودى على خطوط القوى لمجال الأرض فأوجد القوة على الإلكترون إذا كانت طاقته 3×10^4 إلكترون فولط ؟

٦ – ملف حلزونى طوله 40سم ونصف قطره 10سم ، يحتوى على 30 لفة في السنتيمتر يمر به تيار 0.5 أمبير . أوجد شدة المجال المغناطيسي عند نقطة تقع على منتصف محوره ؟

٧ – سلكان طويلان ومستقيمان ومتوازيان بينهما مسافة 8 سم ، يحمل كل منهما تيارا قدره 6 أمبير فى عكس اتجاه بعضهما . أوجد كثافة الفيض المغناطيسي عند نقطة فى منتصف المسافة بينهما ؟

٨ – حلقة دائرة من سلك نصف قطرها 30 سم تحمل تيارا قدره 35 أمبير ، ما هى العجلة التى يكتسبها إلكترون يمر بمركز الحلقة بسرعة 1.2×10^{6} متر / ث ، إذا كانت حركته فى مستوى الحلقة ؟

٩ – سلك طويل مثنى على شكل زاويتين قائمتين عند منتصفه – كما فى الشكل(٢٠ – ١١) – طول ضلع كل زاوية L . أوجد شدة المجال عند النقطة P فى منتصف المسافة بين الزاويتين السفليتين ؟



شكل (٢٠ – ١١)

١٠ – عروة من السلك مربعة الشكل طول ضلعها L وتحمل تيارا I . أوجد شدة المجال المغناطيسي عند نقطة P ، تبعد عن مركز المربع مسافة L / 4 ؟

١١ – إذا اعتبرنا أن المجال المغناطيسي الأرضى ناشئ عن ثنائى قطب مغناطيسي موجود بداخلها ، عزمه المغناطيسي 8×10^{22} أمبير . متر٢ ، وأن ثنائى القطب ناشئ عن تيار كهربى يمر بموصل دائرى حول خط الاستواء نصف قطره 3500 كيلو متر . ماذا يكون شدة التيار وما يجب أن يكون اتجاهه شرقا أم غربا ؟

١٢ – ملفان دائريان يحتوى كل منهما على 50 لفة ويمر فيهما تيار شدته 2 أمبير . وضعا متوازيين بحيث كان محورهما مشتركا وعلى مسافة تساوى نصف قطر أى من الملفين . فإذا كانت كثافة الفيض المغناطيسي عند النقطة المنصفة للمسافة بينهما هى 10^{-2} ويبر / م٢ ، فأوجد نصف قطر أى من الملفين ؟

١٣ – قرص من مادة عازلة نصف قطره R عليه شحنة Q كولوم موزعة فوقه بانتظام إذا

دار القرص حول محوره بسرعة زاوية ω فأوجد عزم ثنائي القطب المغناطيسي للقرص ؟

الفصل الحادي والعشرون
قانون أمبير والقوة المغناطيسية علي موصل

٢١ / ١- قانون أمبير :

قانون أمبير لتعيين شدة المجال المغناطيسي حول توزيعات مختلفة من التيار الكهربى يناظر قانون جاوس لتعيين شدة المجال الكهربى حول شحنات مختلفة . لإيجاد العلاقة بين شدة المجال المغناطيسي والتيار الكهربى نفرض سلكا يمر به تيار I . من المعادلة(34 - 20) تكون شدة المجال على بعد z من السلك هى :

$$B = \frac{\mu_o I}{2 \pi z} \qquad (21 - 1)$$

وتكون خطوط القوى المغناطيسية على شكل دوائر مركزها السلك .

توضح المعادلة(1 - 21) أن حاصل ضرب محيط الدائرة $2 \pi z$ فى المجال B عند أى نقطة من المسار يتوقف فقط على شدة التيار I ، ويمكن كتابة محيط الدائرة على الصورة الرياضية $\oint dS$ حيث تبين علامة التكامل ومن حولها تلك الحلقة أننا نجرى التكامل على الدائرة بأكملها وبما أن قيمة B ثابتة يمكننا كتابة المعادلة (1 - 21) على الصورة

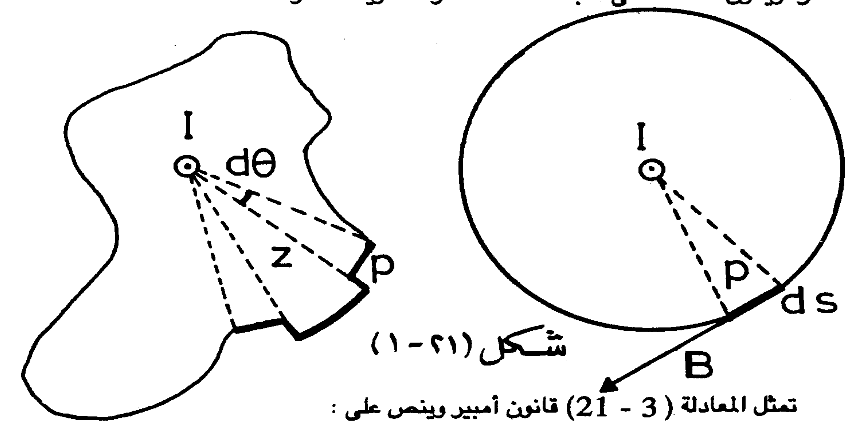
$$\oint B \, dS = \mu_o I \qquad (21 - 2)$$

ولما كان متجه المجال يبقى دائما فى اتجاه المماس لقوس الدائرة ، لذلك يمكن كتابة المعادلة (2- 21) على صورة متجهات على النحو التالى :

$$\oint \hat{B} \cdot d\hat{S} = \mu_o I \qquad (21 - 3)$$

ويسمى الطرف الأيسر من المعادلة (3 - 21) بالتكامل الخطى للمجال حول مسار مغلق . ويلاحظ أنه سواء كان المسار مستويا أو على أى شكل آخر لاتتغير النتيجة وينطبق

القانون فى جميع الأحوال ، إذ أنه بتقسيم المسار المغلق إلى أقواس وأنصاف أقطار – كما فى الشكل(٢١ – ١) – لا يساهم فى التكامل الخطى سوى الأقواس ، إذ أن الزاوية بين متجه المجال B ومتجه نصف القطر تكون 90° ، وبذلك يكون جيب تمام هذه الزاوية صفرا ويكون B . dS فى اتجاه نصف القطر مساويا للصفر .



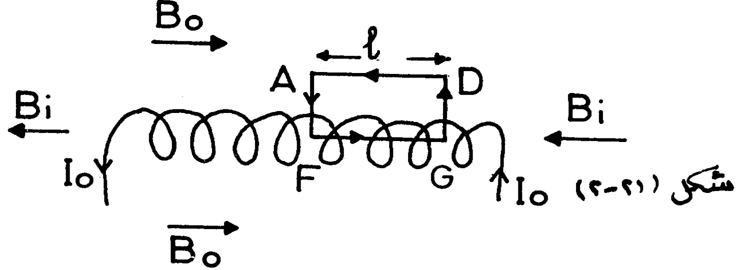
شكل (٢١ - ١)

تمثل المعادلة (3 - 21) قانون أمبير وينص على :

التكامل الخطى لمتجه شدة المجال المغناطيسي حول أى مسار مغلق يساوى μ_o مرات شدة التيار I الذى يحتويه هذا المسار .

٢١ / ٢– المجال المغناطيسي داخل ملف لولبي Solenoid

نفرض ملفا لولبيا طوله L وعدد لفاته N ، تكون عدد اللفات فى وحدة الأطوال $n = (N/L)$ ونفرض أن تيارا I_o يمر بالملف كما مبين بالشكل(٢١ – ٢) .



شكل (٢١-٢)

لتطبيق قاعدة أمبير لإيجاد شدة المجال نفرض مسارا مربعا طول ضلعه ℓ ، ونوجد التكامل الخطى لمتجه شدة المجال B حوله .

الجزء الأفقى من المسار (AD) لايضيف شيئا للتكامل ، إذ أن المجال خارج الملف يساوى صفرا ، ويمكن إثبات ذلك بأخذ مسار مغلق خارج الملف مع تطبيق قاعدة أمبير .

جزءا المسار AF , GD لايضيفان شيئا للتكامل ، إذ أنهما متعامدان مع اتجاه المجال B .

الجزء الوحيد الفعال هو الجزء الأفقى FG داخل الملف .

$$\oint B \cdot dS = B \ell \qquad (21 - 4)$$

ويكون التيار الكلى الذى يخترق هذا المسار المغلق ، هو حاصل ضرب التيار I_o فى عدد لفات السلك التى تمر به .

$$\therefore \oint B \cdot dS = \mu_o I$$

$$\therefore B \ell = \mu_o n \ell I_o$$

$$\therefore B = \mu_o I_o n \qquad (21 - 5)$$

ويلاحظ هنا أن شدة المجال B تكون ثابتة فى كل مكان داخل الملف ، أى أن المجال يكون منتظما تماما بالداخل .

مثال (٢١-١) :

ملف لولبى يتكون من 180 لفة طوله 18 سم ، ويمر به تيار 0.5 أمبير أوجد شدة المجال بداخله ؟

الحـل :

$$n = 180 / 0.18 = 10^3 / m$$

$$B = \mu_o I_o n$$

$$= 1.26 \times 10^{-6} \times 0.5 \times 10^3$$

$$\therefore B = 0.63 \times 10^{-3} \ T$$

مثال(٢١-٢) :

أوجد شدة المجال داخل ملف لولبى حلقى tor oid . شكل (٢١ - ٣)

الحـــل :

خطوط القوى المغناطيسية داخل الملف هى دوائر مـغلقـة . إذا اعـتـبـرنـا أحـد هـذه الدوائر ونصف قطـرهـا r ثم بتكامل مـتـجـه المجـال B حـول هذا المسار نحصل على :

$$\oint B \cdot dS = 2\pi rB$$

شكل(٢١-٣)

ويكون شدة التيار الكلى الذى يخترق هذا المسار هو حاصل ضرب العدد الكلى للفات التوريد فى شدة التيار I_0 ، أى أن :

$$2\pi r B = \mu_0 N I_0$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NI_0}{r} \qquad (21 - 6)$$

وهذا يدل على أن شدة المجال B تتناسب عكسيا مع المسافة النصف قطرية من مركز الملف

مثال (٢١-٣) :

وضع ملف حلزونى عدد لفاته 35 لفة لكل سنتيمتر طولى ، على امتداد أحد ذراعى مغنطومتر انحـراف ، وكان محوره عموديا على الزوال المغناطيسي فأحدث انحرافا قدره 45° فى إبرة المغنطومتر . احسب شدة التيار المار فى الملف ، علما بأن المركبة الأفقية لمجال الأرض هى 2.2×10^{-5} تسلا .

الحـــل :

لإيجاد شدة المجال عند طرفى الملف الحلزونى نستخدم المعادلة (40 - 20) مع

وضع $\theta_1 = 0$ ، $\theta_2 = \pi/2$ ، فتكون شدة المجال عند طرفى الملف هى :

$$B = \frac{\mu_o}{2}\,\frac{N}{L}\, I_o \qquad (21-7)$$

ومن قانون مغنطومتر الظل يكون :

$$B = H \tan\theta \qquad (21-8)$$

وبالتعويض نجد أن شدة التيار هى : $I_o = 0.01$ amp

٢١/٣–القوي المؤثرة علي شحنات متحركة :

يؤثر المجال المغناطيسي على أى جسيم مشحون يتحرك بسرعه v بقوة F حيث

$$F = q\,(v \times B) \qquad (21-9)$$

وتؤثر هذه القوة دائما فى اتجاه كل من المجال والحركة ، ولذلك فهى قوة حارفة تغير فقط من كمية الحركة للجسيم m v ، ولكنها لاتغير من طاقة حركته . أى أن القوة المغناطيسية لاتعمل شغلا على الجسيم المتحرك .

نفرض مثلا أن جسيما شحنته موجبة q يتحرك بسرعة v فى مستوى الورقة ، وأن مجالا مغناطيسيا منتظما B يؤثر عموديا عليها ، كمافى الشكل(٢١ – ٤) . ينحرف الجسيم تحت تأثير القوة المغناطيسية F ويتحرك على محيط دائرة نصف قطرها r ، وتكون عجلة الحركة هى (v^2/r) وتكون معادلة حركة الجسيم هى :

$$m\,(v^2/r) = q\,v\,B \qquad (21-10)$$

ومنها يمكن حساب نصف قطر المسار .

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad (21-11)$$

شكل (٢١-٤)

وتكون السرعة لزاوية الحركة الدائرية هى :

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \qquad (21 - 12)$$

وتسمى هذه القيمة عادة بتردد السيكلوترون نسبة إلى حركة الجسيمات المشحونة فى جهاز السيكلوترون . ويلاحظ أن قيمة هذا التردد ω لاتتوقف على سرعة الحركة الدائرية v.

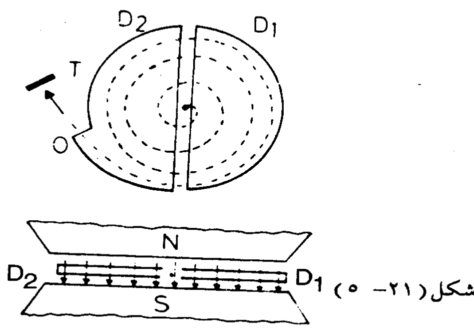
تستخدم هذه الطريقة لتحديد هوية أى جسيم مشحون ، بقذفه عموديا على مجال مغناطيسي منتظم مما يجعله يتحرك فى دائرة ، وبمعرفة نصف قطر المسار يمكن تحديد نسبة شحنة الجسيم إلى كتلته

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{r\,B} \text{ coulomb / Kg.} \qquad (21 - 13)$$

وتساوى هذه النسبة للإلكترونات 1.759×10^{11} كولوم / كيلو جرام

٢١ / ٤- السيكلوترون :

يستخدم سيكلوترون لورنس للحصول على شعاع من الجسيمات المشحونة المعجلة بالطريقة السابقة . وتتخلص فى قذف الجسيمات فى مجال مغناطيسي قوى ، يؤدى إلى تحرك الجسيمات فى مسارات دائرية ، وفى نفس الوقت يتم تعجيلها بواسطة مجال كهربائى .



شكل (٢١ - ٥)

يتركب الجهاز كما مبين بالشكل(٢١ – ٥) من صندوق أسطوانى الشكل ، مصنوع من المعدن والصندوق مقسم لنصفين متماثلين يطلق عليهما اسم الدالين the dees ؛ نسبة إلى أن

شكل كل منهما يشابه حرف D فى اللغة الإنجليزية .

يوضع الدالين بين قطبى مغناطيس قوى يكون اتجاه مجاله B عموديا على مستويهما ، ويوصل نصفا العلبة بمصدر جهد عال التردد ، يكون اتجاه المجال الكهربى الناشئ فى الفراغ داخل العلبتين عموديا على اتجاه المجال المغناطيسي عندما يوضع بين D_1 ، D_2 مصدر جسيمات مشحونة نجد أن المجال الكهربى يدفع بالقوة الكهربية الشحنة للتحرك من أحد الدالين إلى الأخرى ، ويكتسب الجسيم سرعه خلال هذه الفترة وتكون طاقة حركتها هى

$$\frac{1}{2} m v^2 = E q \qquad (21 - 14)$$

حيث m هى كتلة الجسيم ، q شحنته ، v سرعته ، E هو المجال الكهربي المسبب للحركة بين الدالين، ويلاحظ أنه بمجرد دخول الجسيم لأحد العلبتين يختفى المجال الكهربى، إذ أن :

$$E = -(dv / dx) = 0 \qquad (21 - 15)$$

وينفرد المجال المغناطيسي B بالتأثير على حركة الشحنة ، ويسبب انحرافها لتسير على محيط دائرة يتوقف نصف قطرها على السرعة التى يكون الجسيم قد اكتسبها أثناء انتقاله من D_1 إلى D_2 ، وتعطى المعادلة : (11 - 21) نصف قطر المسار ويكون تردد السيكلوترون:

$$\omega = \frac{q B}{m}$$

عندما يدخل الجسيم إلى أحد الدالين يتحرك على محيط نصف دائرة طولها πr ، ويكون زمن قطع هذه المسافة هو t حيث :

$$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi m}{q B} \qquad (21 - 16)$$

ونلاحظ من المعادلة (16 - 21) أن هذا الزمن لايعتمد على نصف قطر المسار أو على سرعة الجسيم ، ولكنه يتوقف فقط على نسبة الشحنة إلى الكتلة ، كما يتوقف على شدة المجال المغناطيسي . فإذا ضبط المجال B وتردد المجال الكهربى E ، بحيث يكون زمن

نصف الذبذبة الكهربية مساويا لزمن قطع المسار ، تحدث حالة رنين فينعكس اتجاه الجهد الكهربى بين الدالين ، فى نفس اللحظة التى يخرج منها الجسيم من D_1 ويكتسب بفضل انجذابه إلى D_2 زيادة فى طاقته مقدارها E.q فتزداد سرعته ، وينحنى مساره بدخوله D_2 فيتحرك على نصف دائرة أكبر من الأولى ، وهكذا تستمر عملية عكس الجهد الكهربى بين D_1 ، D_2 بعد كل نصف دورة ، ويستمر الجسيم فى اكتساب طاقة E q كل مرة مرور ويزداد نصف القطر بالتبعية ، وتكون النتيجه أن حركة الجسيم تأخذ مسارا حلزونيا داخل الدالين ، وتتوقف طاقة الحركة النهائية على عدد الدورات التى يعملها قبل انطلاقه من فتحة الجهاز O نحو الهدف T .

فإذا كانت R هى نصف قطر الدالين وهو نصف قطر مسار الجسيم قبل خروجه من الجهاز مباشرة ، وإذا كانت السرعة النهائية للجسيم هى v_m تكون طاقة الحركة النهائية للجسيم هى :

$$K.E. = \frac{1}{2} m v_m^2 \qquad (21 - 17)$$

وباستخدام المعادلة (13 - 21) نحصل على :

$$K.E. = \frac{1}{2} m \frac{q^2}{m^2} R^2 B^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{q^2 R^2 B^2}{m} \qquad (21 - 18)$$

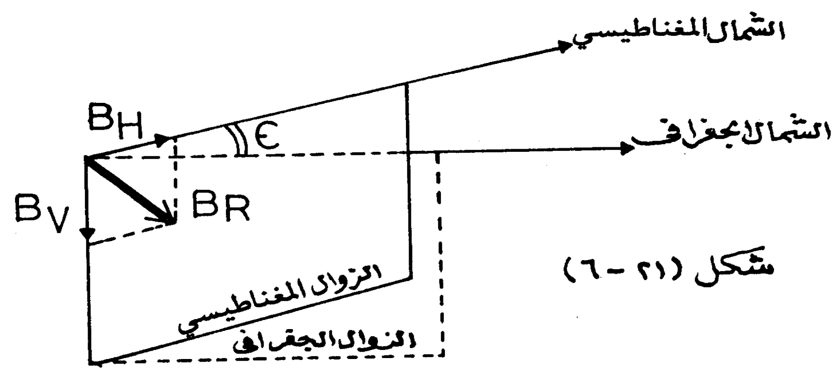
وقد أمكن حديثا تعديل عمل السيكلوترون ، بأن ثبت مسار الجسيم المشحون على نصف قطر ثابت ، وزيدت شدة المجال المغناطيسي تدريجيا ، لمقابلة الزيادة فى طاقة الجسيم أثناء الدوران لحفظ المسار ثابتا . وتسمى هذه الأجهزة سنكروتون .

٢١ / ٥ – المغناطيسية الأرضية :

الفعل التوجيهى للأرض على إبرة مغناطيسية حرة الحركة يدل على وجود مغناطيس لها . ويمكن اعتبار الأرض كما لو كان بها ثنائى قطب مغناطيسي ، يتحدد متجه مجاله

المغناطيسي فى أى مكان على سطح الأرض ، بثلاثة عناصر مغناطيسية هى المركبة الأفقية للمجال B_H ، زاوية الانحراف ε وزاوية الميل δ .

ولقد وجد أن الإبرة المغناطيسية الحرة تأخذ اتجاها يعمل مع الأفقى زاوية δ تسمى بزاوية الميل dip ،كما أن مستوى الزوال المغناطيسي يميل على مستوى الزوال الجغرافى بزاوية ε تسمى بزاوية الانحراف declination . ويمكن تمثيل محصلة المجال المغناطيسي الأرضى بالمتجه B_R كما فى الشكل(٢١ -٦) وتكون المركبتان الأفقية B_Hوالرأسية B_V . ويلاحظ أن B_R تميل بزاوية الميل δ على المركبة الأفقية . كما أن مستوى الزوال المغناطيسي الذى يضم متجه المجال الأرضى B_R ، وكل من المركبتين B_H ، B_V يميل بزاوية ε هى زاوية الميل على المستوى الجغرافى للزوال ، والذى يصل بين القطبين الشمالى والجنوبى للأرض .



شكل (٢١ - ٦)

من هندسة الشكل نجد أن :

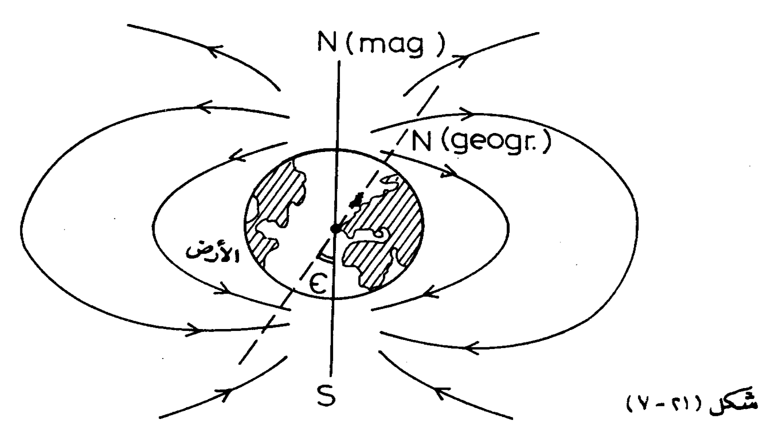
$$B_V = B_R \sin \delta$$

$$B_H = B_R \cos \delta$$

وعلى ذلك تكون النسبة بين المركبتين الرأسية والأفقية لمجال الأرض هى :

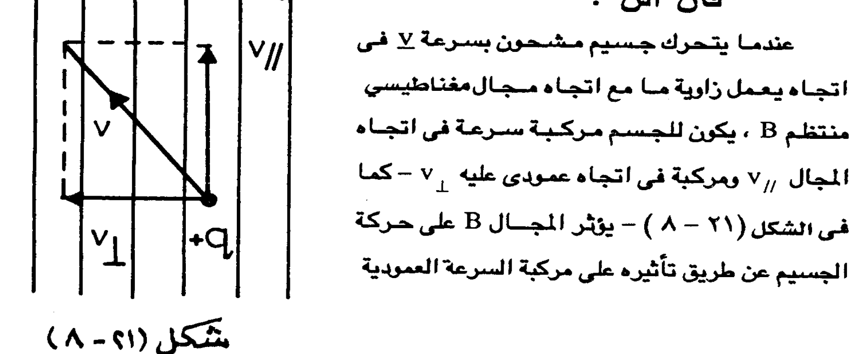
$$\frac{B_V}{B_V} = \tan \delta$$

ولايقع القطبان المغناطيسيان للأرض على طرفى قطر ، كما لا يقعان على خط يوازى محور الأرض . وموضعهما غير ثابت فهما يدوران بسرعة بطيئة غير ثابتة ، فى عكس اتجاه دوران الارض وتتم الدورة فى حوالى ٩٦٠ سنة. ولايزال مصدر المغناطيسية الأرضية موضعا لكثير من البحوث . ويبين الشكل(٢١ – ٧) خطوط القوى المغناطيسية الأرضية وميل الزوال المغناطيسي بالنسبة للزوال الجغرافى .



شكل (٢١ - ٧)

٦/٢١- حركة الجسيمات المشحونة في مجال الأرض $\bar{B}$ حزام فان ألن :



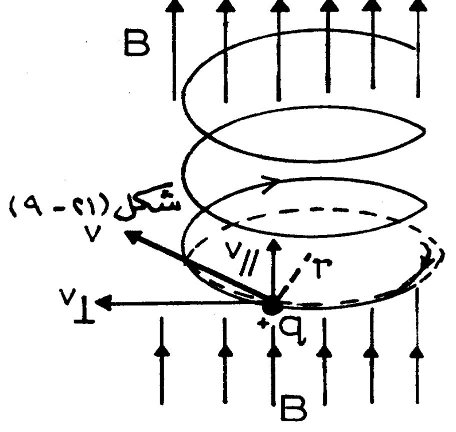
شكل (٢١ - ٨)

عندما يتحرك جسيم مشحون بسرعة $\underline{v}$ فى اتجاه يعمل زاوية ما مع اتجاه مجال مغناطيسي منتظم B ، يكون للجسم مركبة سرعة فى اتجاه المجال $v_{//}$ ومركبة فى اتجاه عمودى عليه $v_{\perp}$ – كما فى الشكل (٢١ – ٨) – يؤثر المجال B على حركة الجسيم عن طريق تأثيره على مركبة السرعة العمودية

$v_\perp$ ، ولاتتغير قيمة المركبة الموازية للمجال $v_{//}$. يتحرك لذلك الجسيم حركة دائرية منتظمة نصف قطرها r تعطى بالمعادلة .

$$r = m v_\perp / q . B \qquad (21 - 19)$$

وتكون الحركة متعامدة مع المجال المغناطيسي B ، بينما تعطى مركبة الحركة فى اتجاه المجال إزاحة منتظمة بسرعة $v_{//}$ وتكون محصلة هاتين الحركتين هى حركة حلزونية محورها اتجاه المجال كما مبين بالشكل (٢١ - ٩)



شكل (٢١ - ٩)

عند تطبيق ذلك على الجسيمات المشحونة القادمة مع الأشعة الكونية ، والتى تدخل المجال المغناطيسي للأرض ، يحدث أن تتحرك بعض هذه الجسيمات فى مسارات حلزونية محورها خطوط القوى المغناطيسية لمجال الأرض والتى تخرج من القطب الشمالى المغناطيسي إلى القطب الجنوبى المغناطيسي . ويحدث عن اقتراب الجسيم المشحون من القطب أن تتناقص مركبة السرعه الموازية للمجال $v_{//}$، حتى تتلاشى ثم تعكس اتجاهها فيعود الجسيم متجها بحركة حلزونية إلى القطب الآخر ، وتستمر هكذا حركة الجسيمات المشحونة بين القطبين .

ونتيجة لذلك يتكون حول الأرض حزام دائم من الجسيمات المشحونة أطلق عليه حزام فان آلن Van Allen Belt نسبة إلى مكتشفه . ويظهر تأثير هذا الحزام عند القطبين على شكل شفق قطبى وتوهج (Aurora) نتيجة تفريغ بعض هذه الشحنات فى الهواء الجوى .

٢١/٧– قوة لورنتز وحركة الشحنات في المجالين الكهربي والمغناطيسي :

عندما يتحرك جسيم مشحون فى مجالين : مغناطيسي وكهربى فى وقت واحد ، تؤثر عليه قوة جزء منها كهربى والجزء الآخر مغناطيسي وتكون هذه القوة F على الصورة :

$$F = qE + q(V \times B) \qquad (21 - 20)$$

تعرف هذه القوة F باسم قوة لورنتز Lorentz Force ، وتظهر أهميتها عند استخدام مجالات متعامدة ، تتحرك داخلها الشحنة فى اتجاه عمودى على كل منهما كما مبين بالشكل (٢١ – ١٠) .

شكل(٢١ – ١٠)

تستمر الشحنة فى اتجاه حركتها ، دون أى انحراف إذا ما تعادلت القوتان الكهربية والمغناطيسية . أى عندما يكون :

$$B\,vq = E\,q$$

$$v = E / B \qquad (21 - 21)$$

فعند اختيار نسبة معينة E / B لن يمر دون انحراف، من جسيمات شعاع ينساب داخل المجالين ، سوى تلك الجسيمات التى تكون سرعتها مساوية للسرعة v . أى أننا نستطيع بالتحكم فى النسبة E / B من اختيار نوع معين من الجسيمات تكون كلها ذات سرعة واحدة . وتسمى هذه الطريقة بمنتقى السرعات Velocity selector .

كما تستخدم فى تعيين النسبة بين شحنة الجسيم إلى كتلته (q / m) فإذا مر جسيم مشحون بسرعة v بين لوحى مكثف مشحون ، كما فى الشكل(٢١ – ١٠) ، يؤثر عليه

المجال الكهربى بين اللوحين بقوة q E ويكون اتجاهها إلى أسفل إذا كان الجسيم موجب الشحنة .

ويقوم المجال المغناطيسي العمودى B بالتأثير على الجسيم نفسه بقوة Bvq إلى أعلى. فإذا ضبط فرق الجهد V عبر اللوحين حتى لاينحرف الجسيم تكون : $v = E / B$.

وإذا كانت المسافة بين اللوحين d تكون شدة المجال الكهربى $E = V / d$ ، وبقياس شدة المجال المغناطيسي B ، وباستخدام المعادلة (11 - 21) نحصل على نسبة شحنة الجسيم إلى كتلته من المعادلة :

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{Br} = \frac{E}{B^2 r} = \frac{V/d}{B^2 r} \qquad (21 - 22)$$

وتعين قيمة r بإيقاف عمل المجال المغناطيسي فينحرف الجسيم ، ويكون مساره على شكل قوس من دائرة نصف قطرها r ، (شكل ٢١ - ١١)

شكل (٢١-١١)

وبقياس الإزاحة الرأسية للجسيم MN كما يبينها جهاز كاشف لها ، ومن هندسة الشكل نوجد r من المعادلة :

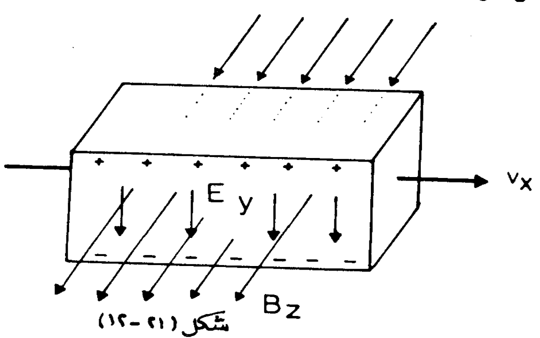
$$\tan\theta = \frac{OS}{OC} = \frac{MN}{MO}$$

$$r = OS \frac{MO}{MN} \qquad (21 - 23)$$

والمسافة OS تساوى طول المنطقة التى يؤثر فيها المجال الكهربى ، أى طول اللوح L . والمسافة MO هى البعد بين الجهاز الكاشف للشحنة وبين مركز المجال الحارف . والمسافة MN هى قيمة الإزاحة الرأسية عن موضع عدم الانحراف .

٢١/٨– أثر هول Hall Effect

وجد هول أنه عند وضع موصل يمر به تيار كهربى فى مجال مغناطيسي ، – بحيث يتعامد اتجاهى المجال وحركة حاملات الشحنة فى الموصل – ينشأ جهد كهربى بين سطحى الموصل سمى فولطية هول نسبة إليه ، ويكون المجال الكهربى الناشئ عموديا على كل من المجال والتيار المار فى الموصل .



شكل (٢١-١٢)

ولتفسير ظاهرة هول نفرض شريحة من موصل – كالمبية بالشكل(٢١ – ١٢) يمر بها تيار كهربى . من المعروف أن التيار الكهربى ينشأ عن حركة حاملات للشحنة داخله ، ففى حالة الفلزات مثلا تكون حاملات الشحنة هى الإلكترونات الحرة وتوجد فى بعض أشباه الموصلات حاملات شحنة موجبة تسمى بالثقوب Holes .

عند وضع الشريحة فى مجال مغناطيسي عمودى على حركة حاملات الشحنة ، تنحرف

الشحنات بتأثير المجال ، مما يجعل تركيزها يزداد على سطح الشريحة ، ففى حالة الإلكترونات داخل الموصل ، يزداد تركيزها على السطح السفلى للشريحة وبالتالى يصير السطح العلوى موجب التكهرب بالنسبة للسفلى ، مما ينشأ عنه تكون مجال كهربى E_y يكون فى اتجاه عمودى على كل من اتجاه سرعة الإلكترونات v_x والمجال المغناطيسي B_z .

يستمر بناء المجال الكهربى بتزايد تراكم الإلكترونات ، حتى نصل إلى حالة استقرار يتساوى عندها تأثير المجال الكهربى مع تأثير المجال المغناطيسي ، على حركة تيار الإلكترونات المار فى الموصل .

عند حالة الاستقرار تكون النسبة بين المجالين الكهربى و المغناطيسي مساوية لسرعة الإلكترونات (معادلة 21 - 21) ، أى أن :

$$v_X = E_y / B_z \tag{21 - 24}$$

وإذا كانت n هى عدد الإلكترونات فى وحدة الحجوم داخل الموصل ، وكانت كثافة شدة التيار J_X تكون من التعريف .

$$J_X = ne\, v_X \tag{21 - 25}$$

وتصير المعادلة (24 - 21)

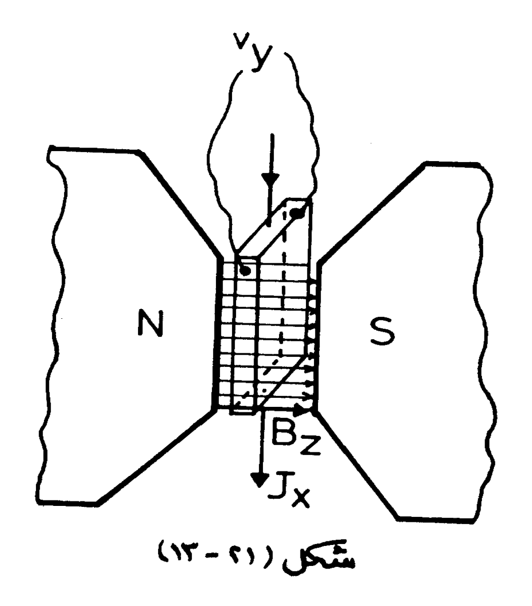
$$E_y = \frac{J_X \; B_z}{ne} \tag{21 - 26}$$

وتسمى النسبة $(E_y / J_X \; B_Z)$ بمعامل هول R_H حيث :

$$R_H = 1 / ne \tag{21 - 27}$$

وتعرف بأنها المجال الكهربى المستعرض الناشئ عن وحدة الكثافة التيارية لوحدة المجال المغناطيسي .

وتجرى التجربة لقياس R_H بوضع الشريحة بين قطبى مغناطيس قوى ، مع إمرار تيار كهربى بداخلها وقياس فرق الجهد V على سطحى الشريحة ، كما فى الشكل (٢١ - ١٣) .



شكل (٢١ - ١٣)

وأهميـة قياس R_H تكمن فى أنها تعطى قيـمـة كثافـة الشـحنات الحرة فى عمليـة التوصيل (n) ، كما أنها تبين ما إذا كانت حاملات الشحنة موجبة أو سالبة .

مثال (٢١ - ٤) :

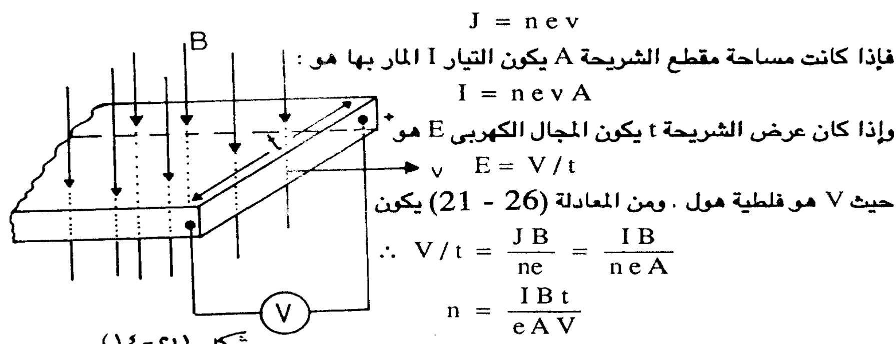
شريحة من النحاس عرضها 5سم وسمكها 0.02 سم ، تحمل تياراً قدره 20 أمبير . وضعت فى مجال مغناطيسي شدته 1.5 ويبر / م٢ ، بحيث تكون خطوط القوى المغناطيسية عمودية على سطح الشريحة . فوجد أن فلطية هول هى 1.1×10^{-5} فولط . أوجد كثافة حاملات الشحنة ؟

الحـــل :

إذا كانت v هى سرعة الإلكترونات – (شكل ٢١ – ١٤) – تكون $v = E / B$ وذلك مع معادلة (24 - 21) .

ومن تعريف الكثافة التيارية J بدلالة كثافة حاملات الشحنة n يكون

$$J = n e v$$



شكل (٢١-١٤)

فإذا كانت مساحة مقطع الشريحة A يكون التيار I المار بها هو :

$$I = n e v A$$

وإذا كان عرض الشريحة t يكون المجال الكهربى E هو

$$E = V / t$$

حيث V هو فلطية هول . ومن المعادلة (26 - 21) يكون

$$\therefore \; V / t = \frac{J B}{ne} = \frac{I B}{n e A}$$

$$n = \frac{I B t}{e A V}$$

وبالتعويض نجد أن كثافة حاملات الشحنة وهى الإلكترونات هنا هى :

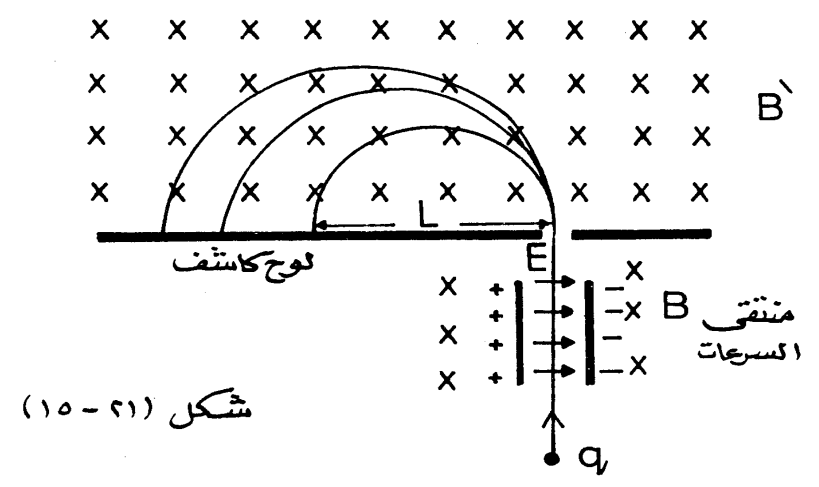
$$n = \frac{20 \times 1.5 \times 0.05}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.1 \times 10^{-4} \times 1.1 \times 10^{-5}} \qquad (21 - 28)$$

$$= 8.5 \times 10^{28} / m^3$$

٢١/٩– نظرية مطياف الكتلة (The Mass Spectrometer) :

يوجد فى الطبيعة ذرات لبعض العناصر يكون عددها الذرى واحدا ، بينما تختلف فى عددها الكتلى ، وتسمى مثل هذه الذرات بالنظائر وهى كثيرة الوجود فى حالة المواد المشعة . ويستخدم مطياف الكتلة لفصل هذه الجسيمات بعضها عن بعض ، على أساس تأثير المجالات الكهربية والمغناطيسية عليها ، كما أسلفنا عند الكلام على منتقى السرعات فى (٢١ – ٧) .

عند إدخال شعاع متنوع من الجسيمات فى جهاز منتقى السرعات ، حيث يوجد مجالان كهربى E ومغناطيسي B متعامدان كما فى الشكل (٢١ – ١٥) نجد أن نوعا واحدا



شكل (٢١ - ١٥)

فقط تكون شحنته q وسرعته v ، هو الذى يستطيع المرور من الفتحة 0 حيث يوجد مجال مغناطيسي $B^{/}$ يعمل على حرفها ليكون مسارها دائريا . ويتوقف نصف قطر المسار على كتلة الجسيم m .

جميع الجسيمات التى تمر من الفتحة تكون سرعاتها هى :

$$v = E / B \qquad (21 - 29)$$

كما يكون نصف قطر انحنائها داخل المجال المغناطيسي $B^{/}$ هو :

$$\frac{m v^2}{r} = B^{/} q v$$

$$r = \frac{m v}{q B^{/}} \qquad (21 - 30)$$

ويلاحظ أن بعد النقطة التى يصطدم بها الجسيم على اللوح الكاشف يساوى طول قطر المسار ، أى أن :

ومن المعادلتين (29 - 21) ، (30 - 21) تكون كتلة الجسيم m هى :

$$m = \frac{q B B^{/} L}{2 E} \qquad (21 - 31)$$

ويتضح من هذه المعادلة أن كتلة الجسيم تتناسب طرديا مع البعد L ، ولذلك يمكن عمل تدريج خطى على اللوح الكاشف يعطى كتلة الجسيم ، بدلالة بعد نقطة اصطدامه باللوح عن الفتحه O .

٢١/١٠- القـوة المؤثرة علي سلك يمر به تيـار ويقع في مـجـال مغناطيسي :

وجد أمبير أنه عندما يوضع سلك يمر به تيار كهربى فى مجال مغناطيسي منتظم ، تنشـأ قـوة ميكانيكية تؤثر عليه تؤدى إلى حركتـه إذا كان حـرا . ويكون اتجـاه هذه القـوة عمـوديا على كل من اتجـاه المجال المغناطيسي واتجاه التيـار فى السلك . وواضح أن منشـأ هذه القوة هو حركة ناقلات الشحنة داخل السلك .

نفرض عنصرا $d\ell$ من السلك كما – فى الشكل(٢١ – ١٦) – يمر فى هذا العنصر كمية من الشحنة dq حيث : $dq = I \cdot \frac{d\ell}{v}$

شكل (٢١ - ١٦)

باعتبار أن الشحنات الموجبة تتحرك فى اتجاه التيار I . إذا كانت θ هى الزاوية بين متجه السرعة v ومتجه المجال E ، تكون القوة المؤثرة على العنصر هى :

$$dF = dq\ v B \sin\theta = I\, d\ell\, B \sin\theta \qquad (21 - 32)$$

.ويمكن كتابة هذه المعادلة فى صورة متجهات كما يأتى :

$$dF = I(d\ell \times B) \qquad (21 - 33)$$

حيث المتجه $d\ell$ يكون فى اتجاه السلك حيث يمر التيار i . وواضح أنه فى حالة تعامد السلك مع المجال تكون الزاوية بينهما 90° وبالتالى تختصر المعادلة (33 - 21) لتصبح القوة ΔF على السلك المستقيم ذى الطول ℓ والمتعامد مع المجال B هى :

$$\Delta F = B I \ell \quad \text{newton} \qquad (21 - 34)$$

ويمكن تحديد اتجاه القوة باستخدام قاعدة اليد اليسرى على الوجه التالى :

إذا اعتبرنا الأصابع الثلاثة : الأوسط ، السبابة ، الإبهام لليد اليسرى فى وضع يتعامد كل منهم على الآخر ، وكان الإصبع الأوسط يشير إلى اتجاه التيار فى السلك والسبابة تشير إلى اتجاه المجال المغناطيسي ، فإن الإبهام يشير عندئذ إلى اتجاه القوة المؤثرة F ، وهو الاتجاه الذى يمكن للسلك أن يتحرك فيه إذا ما كان حر الحركة .

مثال(٢١-٥) :

سلك مستقيم طوله 0.5 متر موضوع فى مجال مغناطيسي منتظم شدته 1.2 تسلا ، وفى اتجاه يصنع زاوية 30° مع اتجاه المجال . فإذا مر بالسلك تيار 10 أمبير ، فأوجد القوة المؤثرة عليه ؟

الحـــل :

$$F = B I \ell \sin\theta$$
$$= 1.2 \times 10 \times 0.5 \sin 30^\circ$$
$$= 3 \text{ newton}$$

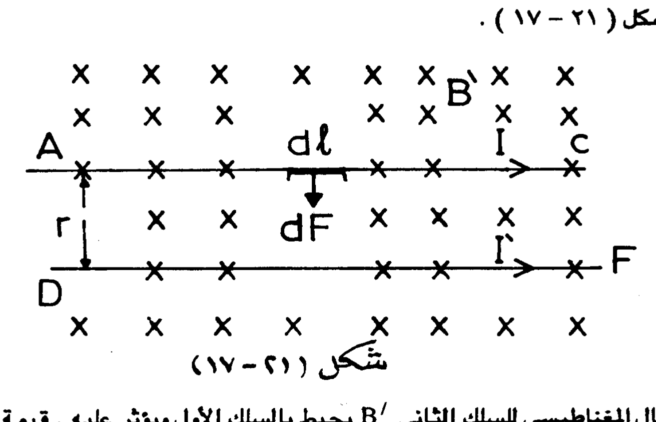
مثال(٢١-٦) :

سلكان مستقيمان ومتوازيان يمر بالأول تيار 1 أمبير وبالثانى تيار 2 أمبير . إذا كان البعد بينهما 10سم كم تكون القوة بينهما لوحدة الأطوال ؟

الحـــل :

يؤثر كل من السلكين (AC & DF) على بعضهما عن طريق المجالات المغناطيسية

المحيطة بكل ، شكل (٢١ - ١٧) .



شكل (٢١ - ١٧)

نفرض أن المجال المغناطيسي للسلك الثانى B' يحيط بالسلك الأول ويؤثر عليه . قيمة هذا المجال هى

$$B' = \frac{\mu_o}{2} \frac{I'}{r} \qquad (21 - 35)$$

ويكون متعامدا مع السلك

القوة على العنصر $d\ell$ من السلك الحامل للتيار I هى :

$$dF = I B' d\ell = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I I'}{2} d\ell \qquad (21 - 36)$$

وتكون القوة بين السلكين جاذبة إذا كان التياران فيهما فى نفس الاتجاه ، وتكون قوة نافرة إذا كان التياران متعاكسى الاتجاه .

القوة بين السلكين لوحدة الأطوال هى :

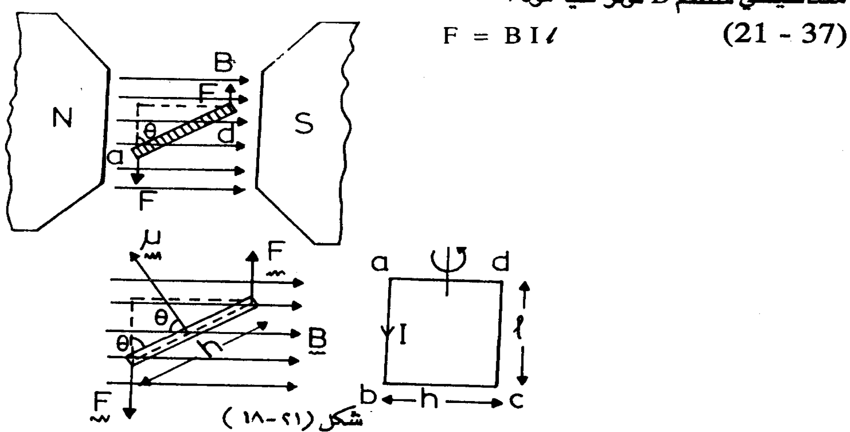
$$\frac{dF}{d\ell} = \frac{1.26 \times 10^{-6}}{2 \times 3.14} \times \frac{1 \times 2}{0.1} = 4 \times 10^{-6} \text{ N/m}$$

٢١/١١– عزم الازدواج المؤثر علي عروة يمر بها تيار :

عندما توضع عروة من سلك يمر بها تيار كهربى فى مجال مغناطيسي، ينتج عن ذلك حدوث ازدواج يعمل على تحريك السلك دورانيا ، إذا كان حر الحركة ، هذه هى الفكرة الأساسية للأجهزة الميكانيكة الكهربية كالموتور والدينامو .

سبق أن وضحنا أنه عند وضع سلك طوله ℓ ويحمل تيارا I ، بحيث يكون عموديا على مجال مغناطيسي منتظم B تؤثر عليه قوة :

$$F = B I \ell \qquad (21 - 37)$$



شكل (٢١–١٨)

وتعمل القوة عموديا على كل منهما . فإذا فرضنا عروة من السلك على شكل ملف مربع مثلا كالمبين بالشكل(٢١ – ١٨) يمر بها التيار وموضوعة فى المجال ، تكون القوة المؤثرة على الضلع ab متجهة عموديا على الورقة إلى أعلى ، بينما تكون هناك قوة مماثلة تؤثر على الضلع cd عموديا على الورقة إلى أسفل ، مما يسبب دوران الملف تحت تأثير الازدواج الناتج ، ويكون عزم الازدواج M من هندسة الشكل (٢١ – ١٨) هو :

$$M = F\ h \sin\theta \qquad (21 - 38)$$

حيث θ هى الزاوية بين اتجاه المجال ومستوى الملف . يلاحظ أن $h \sin\theta$ هى المسافة

العمودية بين القوتين F , F المؤثرتين على الضلعين cd & ab ، وطول كل منهما ℓ بينما الجانب المستعرض للملف طوله h .

$$M = B I \ell h \sin\theta \qquad (21 - 39)$$

ويمكن التعويض بمساحة الملف A وتساوى الطول ℓ مضروبا فى العرض h

$$M = B I A \sin\theta \qquad (21 - 40)$$

وقد سبق أن عرفنا ثنائى القطب المغناطيسي للعروة بأنه حاصل ضرب التيار فى المساحة أى أن : $\mu = I A$

يكون بذلك عزم الازدواج هو :

$$M = \mu B \sin\theta \qquad (21 - 41)$$

ويمكن كتابة هذه المعادلة على صورة متجهات بالشكل التالى :

$$\hat{\tau} = \hat{\mu} \times \hat{B} \qquad (21 - 42)$$

حيث $\hat{\tau}$ تعبر عن متجه عزم الازدواج المؤثر على العروة $\hat{\mu}$ متجه عزم ثنائى القطب المغناطيسي، ويشير عموديا على مستوى العروة ، يحدد الاتجاه إلى أعلى أو إلى أسفل قاعدة اليد اليمنى واتجاه التيار فى العروة . ويتضح مما سبق أن المجال المغناطيسي يعمل على دوران ثنائى القطب المغناطيسي ليصير فى اتجاه المجال .

* * *

مسائل على الفصل الحادي والعشرين

١ - ملف دائرى يمر به تيار شدته 0.5 أمبير ويحتوى على 100 لفة قطرها 10 سم . احسب شدة المجال المغناطيسي عند مركز الملف وكذلك على بعد 5 سم من المركز ؟

٢ - يبلغ نصف قطر ملف حلقى 10 سم وكان عدد لفاته 200 لفة . ما شدة التيار المار فيه ليحدث داخله مجالا قدره 0.5 تسلا ؟

٣ - ملف حلزونى طوله 20 سم ونصف قطره 5 سم ويحتوى على عدد 500 لفة ، ويمر به تيار شدته 2 أمبير . فإذا لف عليه ملف حلزونى آخر يتكون من 150 لفة فى عكس اتجاه الملف الأول ، ويمر به نفس التيار السابق . احسب كثافة الفيض المغناطيسي عند نقطة على المحور وفى منتصفه ؟

٤ - يحمل سلكان متوازيان مستقيمان بينهما مسافة 10 سم تيارات تبلغ 10 ، 20 أمبير فى اتجاهين متضادين . أوجد القوة على وحدة الأطوال من السلك الذى يحمل 20 أمبير . ماذا تكون هذه القوة على السلك الآخر ؟

٥ - المجال المغناطيسي داخل ملف لولبى يمر به تيار هو 10^{-4} تسلا . وضع على محوره سلك مستقيم طويل يمر به تيار 20 أمبير . أوجد شدة المجال المغناطيسي على مسافة 40 سم من محور الملف ، علماً بأن نصف قطره 0.5 سم ؟

٦ - يسقط بروتون من وضع السكون خلال فرق جهد 3.34×10^{5} فولط ثم يدخل مجالا مغناطيسيا عموديا عليه. إذا كانت شدة المجال 0.5 تسلا فأوجد نصف قطر الدائرة التى يتحرك فيها البروتون ؟

(شحنة البروتون 1.6×10^{-19} كولوم وكتلته 1.67×10^{-27} كجم)

٧ - ملفان دائريان نصف قطريهما 5 سم ، 8 سم على الترتيب . كثافة الفيض المغناطيسي الناتج عن كل منهما تكون متساوية عندما يمر فيهما نفس التيار . أوجد النسبة بين عدد لفات كل منهما ؟

٨ – مجال الأرض عند خط الاستواء 5×10^{-5} تسلا واتجاهه أفقى إلى الشمال . إذا كان المجال الكهربى فى جو الأرض 100 فولط / متر واتجاهه رأسيا إلى أسفل ، فما هى السرعة مقدارا واتجاها التى يجب أن يقذف بها إلكترون لتتعادل عليه القوتان الكهربية والمغناطيسية؟

٩ – أثبت أن كثافة الفيض المغناطيسي عند نقطة على محور ملف مربع طول ضلعه 2a هو :

$$\frac{\mu_o}{4\pi} \; \frac{8\, I\, a^2}{(a^2 + x^2)\;(2\,a^2 + z^2)} \;\; \text{weber} / m^2$$

حيث x بعد النقطة عن مركز الملف ، I شدة التيار بالأمبير .

١٠ – جهاز منتقى سرعات يستخدم لانتقاء جسيمات α طاقتها 2×10^5 إلكترون فولط من شعاع يحتوى جسيمات ذات طاقات مختلفة . إذا كان شدة المجال الكهربى 10^6 فولط / متر فماذا يجب أن يكون عليه شدة المجال المغناطيسي؟

١١ – يتحرك بروتون بسرعة مقدارها 10^5 متر / ث ليدخل حيزا به مجال مغناطيسي B شدته 0.1 تسلا . فإذا كان اتجاه حركة البروتون يصنع زاوية 30° مع اتجاه المجال B فصف مسار البروتون بطريقة كمية ؟

١٢ – ملف حلقى(تورويد Torroid)يستخدم فى أبحاث البلازما، له 240 لفة ويحمل تيارا شدته 7.2×10^4 أمبير . إذا كان نصف القطر الداخلى للملف 0.5 متر والخارجى 1.5 متر . فأوجد شدة المجال المغناطيسي عند السطح الداخلى والخارجى للملف ؟



الفصل الثاني والعشرون

الحث الكهرومغناطيسي

(Electro magnetic Induction)

٢٢ / ١– التيارات التأثيرية وقانون فاراداي (Faraday's Law) :

قد يكون أهم أعمال فاراداي على الإطلاق هو اكتشافه لطريقة توليد الكهرباء من المجالات المغناطيسية ، فعليها ينبنى عمل الدينامو والمولدات الكهربية التى تمد المدن والمصانع بالطاقه الكهربية ، كما ينبنى عليها عمل معظم الأجهزة الكهرمغناطيسية .

لاحظ فاراداي أنه إذا تغير عدد خطوط القوى المغناطيسية التى تخترق دائرة كهربية تتولد فيها تيارات لحظية ، لايستمر مرورها إلا إذا استمر التغير فى عدد خطوط القوى التى تقطعها . وتعرف هذه التيارات بالتأثيرية أوتيارات الحث .

نفرض سلك توصيل $A\ C$ – كما فى الشكل (٢٢-١) – يتحرك بسرعة v بحيث يقطع عموديا مجال مغناطيس B . تتأثر الإلكترونات الحرة داخل السلك بقوة مغناطيسية $F = ev\ B$ ، فى اتجاه السلك فتتحرك الإلكترونات متجمعة فى طرف السلك A تاركة الشحنات الموجبة عند الطرف C ، فيتولد مجال كهربى داخل السلك يقف نموه عندما تتعادل القوه المغناطيسية مع القوة الكهربية التى نشأت عن تراكم الشحنات . وإذا وصل طرفا السلك بجلفانومتر حساس نشاهد مرور تيار تأثيرى ، أى أن حركة السلك فى المجال تكون بمثابة مصدر لقوة دافعة كهربية .

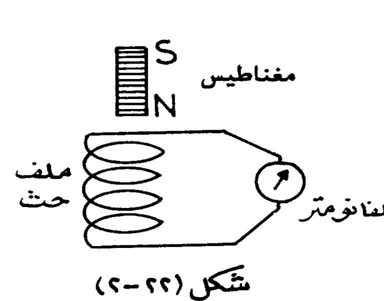
شكل (٢٢-١)

وإذا فرضنا وحدة شحنة موجبة تتحرك داخل السلك ، فإنها تقع تحت تأثير قوة محركة قدرها $v\ B$ وإذا كانت المسافة التى تتحركها داخل السلك هى ℓ (طول السلك) يكون الشغل المبذول هو $v\ B\ \ell$

ويكون :

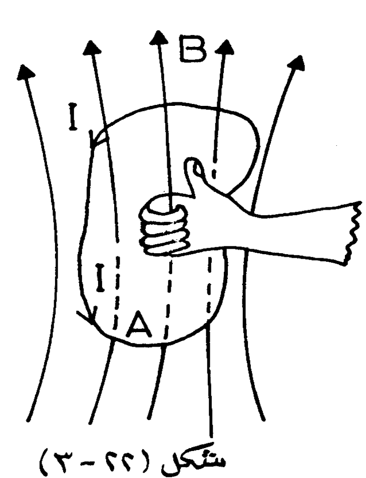
$$\varepsilon = b v \ell \qquad (22 - 1)$$

ويلاحظ أن $v \ell$ هى المساحة التى يكتسحها السلك فى الثانية ، وأن B هو الفيض المغناطيسي فى وحدة المساحة ، وعلى ذلك تمثل الكمية $B v \ell$ عدد خطوط القوى المغناطيسية التى يقطعها السلك فى الثانية ، أى معدل قطع خطوط القوى المغناطيسية.



شكل (٢٢-٢)

ويجب أن نلاحظ هنا أنه ليس بالضرورة أن يكون السلك هو المتحرك لتحدث القوه الدافعة الكهربية ، ولكن يحدث نفس الشيء إذا ما كان مصدر المجال المغناطيسي هو المتحرك ، كمافى الشكل (٢٢ - ٢) . فعند إدخال المغناطيس فى الملف أو عند إخراجه منه تقطع خطوط القوى المغناطيسية الملف ، ويتولد بذلك قوة دافعة كهربية تأثيرية . وعلى ذلك نرى أن المهم لكى تظهر التيارات التأثيرية هو وجود حركه نسبية بين الموصل وخطوط القوى المغناطيسية .



شكل (٢٢ - ٣)

وجدير بالذكر أيضا أنه ليس ضروريا وجود موصل لكى تظهر فيه هذه الظاهرة التأثيرية ، ففى حالة البلازما مثلا حيث يتدفق تيار من الأيونات فى مجال مغناطيسي، تتكون قوه دافعة كهربية تأثيرية على جانبيها المتقابلين ، وتلك هى نظرية المولد المغناطيسي الهيدرو ديناميكى .

ولكتابة قانون فاراداي بصورة عامة نفرض مسارا مغلقا فى مجال مغناطيسي متغير ، كما فى الشكل (٢٢ - ٣) . تكون القوة الدافعة الكهربية

المتولدة فى المسار مساوية لمعدل تغير الفيض المغناطيسى $\varnothing_A$ ، الذى يقطع المساحة التى يحدها المسار . أى أن :

$$\mathcal{E} = -\frac{d\,\varnothing_A}{dt} \qquad (22 - 2)$$

وقد وضعت إشارة سالبة نسبة للعلاقة بين اتجاه خطوط القوى المغناطيسية واتجاه القوى الدافعة الكهربية التأثيرية ، والتى يحددها قاعدة اليد اليمنى ، فإذا كان إصبع الإبهام مشيرا إلى اتجاه الفيض المغناطيسي، كان انحناء باقى أصابع اليد مشيرا إلى اتجاه التيار التأثيرى فى المسار .

فإذا كان المجال تناقصيا كانت $(d\,\varnothing_A / dt)$ سالبة وكانت $\mathcal{E}$ موجبة ، وعندئذ يكون اتجاه التيار كما يبين بالشكل(٢٢ – ٣) . أما إذا كان المجال متزايدا فإن $(d\,\varnothing_A / dt)$ تكون موجبة ، ولذلك نحصل على قيمة $\mathcal{E}$ سالبة ، أى أن التيار التأثيرى فى هذه الحالة يمر فى عكس الاتجاه المبين بالشكل .

ويلاحظ أن الفيض المغناطيسى الذى يقطع المساحة A يعطى بالمعادلة

$$\varnothing_A = \int B\, ds \qquad (22 - 3)$$

حيث B هو شدة المجال المغناطيسي فى تلك المنطقة عند اللحظة المعينة .

٢٢ / ٢ – قانون لنز (Lenz's Law) :

عند اقتراب القطب الشمالى المغناطيسى من ملف حث كما فى الشكل(٢٢ – ٢) يتولد تيار تأثيرى فى الملف يسبب ظهور مجال مغناطيسي فى الملف الذى يصبح طرفه المقابل للقطب الشمالى للمغناطيس قطبا شماليا يعوق حركة دخول المغناطيس فى الملف . وكذلك عند إخراج المغناطيس من الملف تتولد قوة دافعة تأثيرية ، تعمل على أن يصير الجزء العلوى من الملف قطبا جنوبيا ، ليحول دون خروج القطب الشمالى للمغناطيس .

وينص قانون لنز على أن القوة الدافعة الكهربية الناتجة تأثيريا تكون دائما فى اتجاه يعاكس التغير الذى أحدثها . أى أن المجال المغناطيسى الناشئ عن التيار التأثيرى يعمل على معاكسة الحركة أو التغير الذى أحدث التيار .

مثال(٢٢ - ١):

ملف مساحته 0.02م٢ وعدد لفاته 50 لفة ومقاومته 10 أوم . وضع بين قطبى

مغناطيس كهربائى كبير ، بحيث يكون سطحه متعامدا مع خطوط القوى المغناطيسية، عند إيقاف المغناطيس بقطع التيار عنه، يتناقص المجال بمعدل 20 تسلا فى الثانية . أوجد القوة الدافعة فى الملف وشدة التيار فيه واتجاهه .

الحـــل :

الفيض المغناطيسى داخل الملف $\emptyset = N A B$

حيث N عدد لفات الملف ، A هى مساحته ، B شدة المجال المغناطيسى من قانون فارادای :

$$\mathscr{E} = -\frac{d\emptyset}{dt} = -NA\frac{dB}{dt} \qquad (22 - 4)$$

$$= 50 \times 0.02 \times 20 = 20 \text{ Volt}$$

من قانون أوم : التيار التأثيرى I هو :

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{20}{10} = 2 \text{ amp} . \qquad (22 - 5)$$

بتطبيق قاعدة اليد اليمنى يكون اتجاه التيار كالمبين بالشكل(٢٢ – ٤) . إذ أن $d\emptyset / dt$ سالب لأن المجال المغناطيسى يتناقص ، لذلك تكون القوة الدافعة الكهربية التأثيرية $\mathscr{E}$ موجبة ، ولذلك تدفع فى الدائرة تيارا فى الاتجاه المبين .

شكل(٢٢-٤)

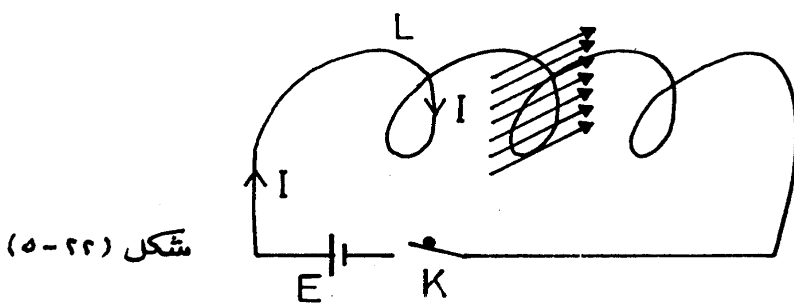
٣/٢٢ -الحث الذاتي والحث المتبادل

(Self and Mutual induction)

عندما يتغير تيار كهربى مار فى دائرة ، يتغير تبعاً لذلك الفيض المغناطيسى الذى يقطعه ، وينشأ عن ذلك التغير قوة دافعة كهربية تأثيرية فى الملف تضاد زيادة أو نقص شدة التيار . تعرف هذه الظاهرة بالحث الذاتى .

أى أن الحث الذاتى للملف هو خاصية الملف لمقاومة حدوث أى تغير فى التيار المتردد.

ولكى نفهم كيف يحدث الحث الذاتى فى ملف نفرض أن كل لفة منه تعمل وكأنها ملف ثانوى بالنسبة للفة التى تجاورها. فعندما تتغير قيمة التيار فى اللفة الأولى يتولد تيار تأثيرى فى اللفة المجاورة ويكون اتجاهه وفقا لقاعدة لنز مضادا دائما لاتجاه التيار الأصلى ، ولذلك يقاوم التيار الحثى التيار المار فى الملف . فمثلا عند توصيل أو قطع التيار فى الدائرة شكل (٢٢ – ٥) بضغط أو رفع المفتاح K ينمو التيار أو يضمحل تدريجيا فى اللحظات الأولى حتى يستقر مرور التيار فى الملف . عند لحظات نمو أو اضمحلال التيار يتكون مجال مغناطيسي ناشئ عن مرور التيار فى اللفة الأولى ، يقطع خطوط القوى لهذا المجال اللفة الثانية من الملف ، فيحدث فيها تيارا تأثيريا معاكسا لاتجاه التيار الأصلى . وهكذا بالنسبة لجميع اللفات . أى أن القوه الدافعة الكهربية الناتجة عن طريق الحث تعمل على تأخير نمو أو اضمحلال التيار فى الملف .



شكل (٢٢–٥)

ومن الملاحظ أن الزمن الذى يستغرقه التيار لكى تضمحل قيمته إلى الصفر عند القطع يكون صغيرا جدا بالنسبة للزمن الذى يستغرقه للوصول من الصفر إلى قيمته الثابتة عند ضغط المفتاح لذلك يكون معدل تغير الفيض المغناطيسي الحثى أكبر فى حالة القطع عنها فى حالة التوصيل وكذلك تكون القوة الدافعة الحثية ولذلك ترى عادة شرارة كهربية عند طرفى المفتاح K عند لحظة قطع التيار .

من قانون فاراداي تتناسب القوة الدافعة الحثية $\mathcal{E}$ تناسبا طرديا مع معدل تغير

الفيض المغناطيسي ($d\,Ø / dt$) كما أن الفيض المغناطيسي الذى يقطع الملف والذى ينشأ عن مرور التيار I فيه يتناسب مع شدة التيار . أى أن :

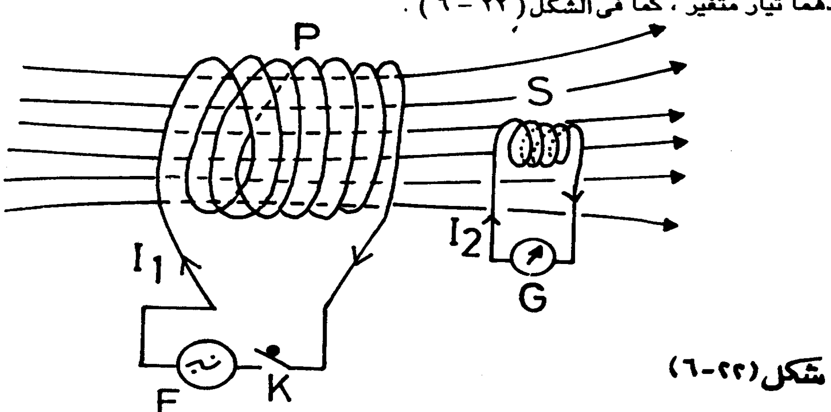
$$\mathcal{E} = \frac{dØ}{dt} = -L\frac{dI}{dt} \qquad (22 - 6)$$

حيث L هو ثابت تناسب يعرف بمعامل الحث الذاتى للملف ، ويعرف بأنه القوة الدافعة الكهـربية الحثية المتولدة فى الملف، نتيجة لمعدل تغير فى التيار بالنسبة للزمن مساويا للوحدة .

وحدة الحث هى الهنرى Henry حيث : $1\ \text{Henry} = \frac{1\ \text{volt}}{1\ \text{amp/ Sec}}$

وتعرف وحدة الهنرى بأنها الحث الذى إذا تغير التيار فى ملف بمعدل أمبير واحد فى الثانية ، تولدت قوة دافعة كهربية حثية مقدارها فولط واحد .

ينشأ أيضا حيث متبادل mutual inductance عند وضع ملفين متقاربين يمر فى أحدهما تيار متغير ، كما فى الشكل (٢٢ – ٦) .



شكل (٢٢-٦)

عند نمو التيار أو اضمحلاله فى الملف الابتدائى P تزداد أو تنقص بالتبعية كثافة الفيض المغناطيسي ، وتقطع خطوط القوى الملف الثانوى S ، فيتولد عن ذلك قوة دافعة كهربية تأثيرية فقط فترة التغير فى تيار الملف الابتدائى . ويكون اتجاه التيار الحثى فى الملف S بحيث يقاوم التغير المحدث له وفقا لقاعدة لنز ، أى أن المجال المغناطيسي الحثى

للملف S يضاد التغير فى الملف الابتدائى P ، ويتولد لذلك فى الملف الابتدائى تيار حتى يقاوم التيار الابتدائى فيه .

تتناسب القوة الدافعة الكهربية الحثية $\mathcal{E}$ الناشئة فى الملف الثانوى تناسبا طرديا ، مع معدل تغير التيار I فى الملف الابتدائى ، وعلى ذلك يكون :

$$\mathcal{E} = -\frac{d\varnothing}{dt} = -M\frac{dI}{dt} \qquad (22-7)$$

ويسمى ثابت التناسب M بمعامل الحث المتبادل ووحدته أيضا الهنرى . ويعرف معامل الحث المتبادل بين ملفين بأنه مقدار القوة الدافعة الحثية المتولدة فى أحد الملفين ، مقدرة بالفولط عندما يكون معدل تغير شدة التيار فى الملف الآخر هو أمبير لكل ثانية .

فى حالة ملفين أحدهما ملفوف على الآخر يمكن حساب الحث المتبادل بينهما بدلالة نصف قطر الملفين R وعدد اللفات فيهما .

شكل (٢٢-٧)

عندما يمر تيار شدته I_1 فى الملف الابتدائى P - شكل (٢٢ - ٧) - تكون كثافة الفيض المغناطيسي فى اتجاه محوره (معادلة 5 - 21) هى :

$$B = \mu_O I_1 n \qquad (22-8)$$

حيث n عدد اللفات فى وحدة الأطوال بين الملف الابتدائى P ويكون الفيض المغناطيسي الذى يقطع كل لفة من الملف الثانوى S هو :

$$\varnothing = B\ A = B\ \pi R^2 \qquad (22-9)$$

$$\varnothing = \mu_O I_1 n \pi R^2 \qquad (22-10)$$

الفيض المغناطيسي الذى يقطع عدد N من اللفات التى يحتويها الملف الثانوى S هو :

$$\Phi = B\ A\ N = \mu_O I_1 n N\ \pi R^2 \qquad (22-11)$$

حيث N هو العدد الكلى للفات الملف الثانوى S ، وإذا تغير التيار I فى الملف الابتدائى بمعدل (dI / dt) ، تكون القوة الدافعة الكهربية الحثية المتولدة فى الملف الثانوى هى :

$$\mathcal{E} = -M \frac{dI}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (22 - 12)$$

وبالتعويض من المعادلة (11 - 22) نحصل على :

$$M = \mu_o n N \pi R^2 \ \text{henry} \qquad (22 - 13)$$

ويجب ملاحظة أن n هى عدد اللفات لوحدة الأطوال من الملف الابتدائى ، بينما N هو العدد الكلى للفات الملف الثانوى .

مثال(٢٢-٢) :

ملف حلزونى طوله 20 سم ومساحة مقطعه 10 سم٢ ، به 1500 لفة وملفوف على وسط نفاذيته النسبية 800. لف ملف ثانوى حول الجزء الأوسط منه عدد لفاته 1000 لفة . أوجد معامل الحث المتبادل بالهنرى

الحـــل :

النفاذية المطلقة للوسط μ_a تعطى بالمعادلة :

$$\mu_r = \mu_a / \mu_o$$

حيث μ_r هى النفاذية النسبية

$$M = \mu_r \mu_o n N A \qquad (22 - 14)$$

$$= 800 \times 4 \times 10^{-7} \times \frac{1500}{0.2} \times 1000 \times 10 \times 10^{-4}$$

$$= 9.42 \ \text{Henry}$$

مثال(٢٢-٣) :

يتصل ملف حلزونى طويل نصف قطره R بمصدر للتيار المتردد بسرعة زاوية ω . ماذا تكون القوة الدافعة الكهربية الحثية فى ملف ثانوى ، متمحور مع الملف الابتدائى ونصف قطره r ويوجد داخله ؟ وماذا تكون هذه القوة الدافعة فى حالة ما إذا كان $r > R$ ، أى عندما يكون الملف الثانوى حول الابتدائى ؟

الحـــل :

يحدث التيار المتردد بسرعة زاوية ω مجالا مترددا بنفس السرعة حيث

$$B = B_o \sin \omega t \qquad (22 - 15)$$

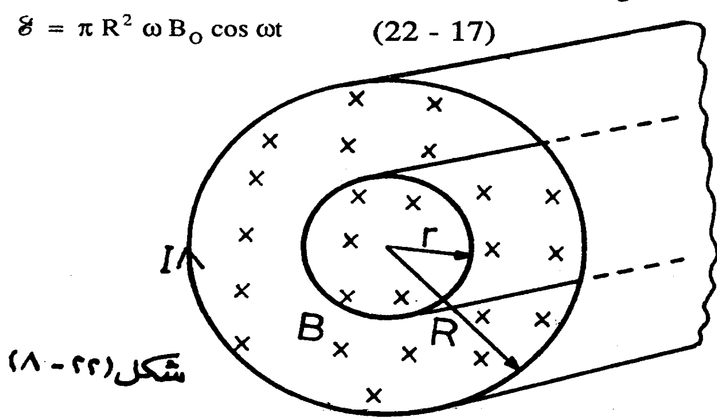
مساحة الملف الثانوى πr^2 ويقطعها فيض مغناطيسي $(- \pi r^2 B)$ معدل تغير الفيض المغناطيسي هو $- \pi r^2 \ (dB / dt)$ ومن قانون فاراداى تكون القوة الدافعة الحثية $\mathcal{E}$ هى :

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$\mathcal{E} = \pi r^2 \omega B_o \cos \omega t \qquad (22 - 16)$$

ويلاحظ أن القوة الدافعة تتزايد كلما زادت مساحة ملف الحث ، وتصل إلى قيمة عظمى عندما يكون $r = R$ ، انظرالشكل(٢٢ — ٨) ، أما إذا كان ملف الحث خارج الملف الحلزونى ، أى أن $r > R$ ، تظل قيمة القوة الدافعة الحثية مساوية لقيمتها ، عندما يتساوى نصف قطر ملف الحث مع الملف الحلزونى ، أى أن $r = R$ وعندئذ :

$$\mathcal{E} = \pi R^2 \omega B_o \cos \omega t \qquad (22 - 17)$$



شكل(٢٢ - ٨)

وذلك لأنه لايوجد مجال مغناطيسي خارج الملف ، ويظل لذلك الفيض المغناطيسي الذى يقطع ملف الحث كما هو ، لا يتغير مهما ازداد نصف قطره r .

٢٢ / ٤ - الطاقه المغناطيسية:

تختزن ملفات الحث الطاقة المغناطيسية مثلها مثل المكثفات الكهربية التى تختزن

الطاقه الكهربية . عند تطبيق قاعدة لنز فى حالة نمو تيار كهربائى فى ملف تنشأ قوة دافعة حثية تقاوم مرور التيار ، مما يحدث للتيار ما يشبه القصور الذاتى بالنسبة للحركة الميكانيكية للأجسام . ولذلك يجب بذل شغل كهربى للتغلب على مقاومة مرور التيار عند نموه ، يكون هذا الشغل على حساب الطاقة الكهربية المحركة ، بينمايحدث العكس عند اضمحلال التيار بعد قطع الطاقة الكهربية الخارجية ، فالشغل المبذول لحفظ التيار مارا فى الملف لفترة بعد القطع ، يكون مبذولا بواسطة الملف الحثى ذاته . أى أن الملف يعطى الطاقه لإمرار التيار .

ولحساب الطاقه المختزنة U نستخدم المعادلة (6 - 22) والتى تعطى القوة الكهربية الحثية $\mathcal{E}$ على الصورة :

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \qquad (22 - 18)$$

ويكون معدل بذل الشغل على التيار عند تزايده هو :

$$\mathcal{E} I = -L I \frac{dI}{dt} \qquad (22 - 19)$$

والإشارة السالبة هنا تعنى أن الطاقة تعطى من التيار إلى الموصل . إذا كانت الطاقة المختزنة dU فى زمن قدره dt يكون معدل امتصاص الطاقه هو :

$$-\frac{dU}{dt} = \mathcal{E} I = -L I \frac{dI}{dt} \qquad (22 - 20)$$

$$d U = L I \ dI \qquad (22 - 21)$$

ومنها

$$\therefore \ U = \int LI \, dI = \frac{1}{2} LI^2 \qquad (22 - 22)$$

وتشبه هذه العلاقة الطاقة المختزنة فى مكثف سعته C وعليه شحنة Q ، حيث تكون الطاقة المختزنة $U = \frac{1}{2} C Q^2$

ويمكن حساب كثافة الطاقة المغناطيسية فى مجال ، باعتبار ملف طوله ℓ ونصف قطره R يمر به تيار I ، ويكون بذلك المجال المغناطيسي داخله $B = \mu_o n I$ ، ويكون عدد لفاته

الكلية $n\ell$ كل لفة منها يقطعها فيض مغناطيسي $\pi R^2 B$ وبذلك يكون الفيض المغناطيسي الكلي في الملف هو :

$$\Phi = \pi R^2 B n \ell = \pi R^2 n^2 \ell \mu_o I \qquad (22 - 23)$$

$$= L I$$

$$\therefore L = \mu_o n^2 \pi R^2 \ell \qquad (22 - 24)$$

حيث L هو معامل الحث الذاتي للملف .

الطاقة المختزنة U هي :

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_o n^2 \pi R^2 \ell I^2. \qquad (22 - 25)$$

ومن معادلة شدة المجال يكون :

$$U = \frac{1}{2\mu_o} B^2 (\pi R^2 \ell)$$

لكن $\pi R^2 \ell$ هو حجم الملف ، حيث يوجد المجال المغناطيسي B ، لذلك فإن كثافة الطاقة u في المجال المغناطيسي، وهي الطاقة لوحدة الحجوم منه تصبح

$$u = B^2 / 2\mu_o$$

مثال(٢٢-٤) :

أوجد النسبة بين الطاقة المغناطيسية والطاقة الكهربية في جو الأرض ، علما بأن المجال المغناطيسي للأرض 0.3×10^{-4} تسلا ، وأن المجال الكهربي في الجو هو 100 فولط / متر ؟

الحــل :

نوجد كثافة الطاقة لكل مجال :

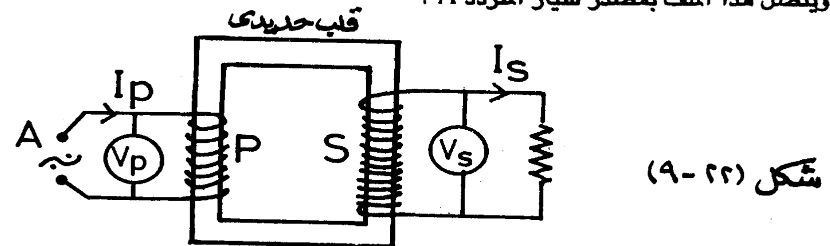
$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{(0.3 \times 10^{-4})^2}{2 \times 1.26 \times 10^{-6}} = 3.6 \times 10^{-4} \ J/m^3$$

$$u_E = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 = \frac{8.85 \times 10^{-12}}{2} \times (100)^2 = 4.4 \times 10^{-8}\ J/m^3$$

$$\therefore \frac{u_B}{u_E} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \left(\frac{B}{E}\right)^2 = 8.18 \times 10^3$$

٢٢ / ٥ - المحول الكهربي (The transformer) :

من أهم تطبيقات نظرية الحث الكهربي هو المحول الكهربي . ويتركب في أبسط حالاته - كما في الشكل(٢٢ - ٩) - من ملف ابتدائي P ملفوف حول قلب حديدي مغلق ، ويتصل هذا الملف بمصدر للتيار المتردد A .



شكل (٢٢-٩)

يوجد أيضا حول القلب الحديدي ملف ثانوي S يتصل بالحمل وليكن مقاومة R . عندما يتغير التيار في الملف الابتدائي ينشأ مجالامغناطيسي متغير تقطع خطوط القوى له الملف الثانوي S ، فتظهر فيه قوة دافعة كهربية حثية يمكن لها إمرار تيار في المقاومة R . ومن الواضح أنه كلما ازداد عدد لفات الملف الابتدائي كلما كبر مقدار الفيض المغناطيسي ، فيزيد من القوه التأثيرية في الملف الثانوي ، وكذلك بالنسبة لعدد لفات الملف الثانوي ، فإن القوة الدافعة التأثيريه تتناسب أيضا مع عدد لفاته . وبتغير النسبة بين عدد اللفات يمكن التحكم في النسبة بين الجهدين على الملف الثانوي والابتدائي ، فإذا كانت هذه النسبة (Vs / Vp) أكبر من الواحد الصحيح سمي المحول رافعا ، وإذا كانت النسبة أقل من واحد سمي المحول خافضا للجهد .

ويلاحظ أن الهدف من استخدام القلب الحديدي هو أن نفاذية الحديد كبيرة جدا ،

ولذلك تتركز جميع خطوط القوى فيه تقريبا وتقطع جميعها الملف الثانوى ، مما يجعل كفاءة الجهاز فى تحويل الطاقة الكهربية كبيرا . وتقدر كفاءة التحويل بالنسبة بين قدرة الملف الثانوى إلى قدرة الملف الابتدائى $I_S V_S / I_P V_P$. وتسمى بمعامل القدرة كما أن نسبة التحويل تساوى النسبة بين عدد لفات الملف الثانوى إلى عدد لفات الملف الابتدائى ، وتعطى هذه النسبة القوة الدافعة الكهربية للملف الثانوى بالنسبة إلى نظيرتها فى الملف الابتدائى أى أن : $\frac{V_S}{V_P} = \frac{ns}{np}$

مثال (٢٢ - ٥) :

تحتاج لافتات النيون إلى جهد يبلغ 12000 فولط لتشغيلها ، كم يجب أن تكون نسبة التحويل لمحول كهربى ، ليسمح لهذه اللافتات بالعمل من خط 120 فولط ؟

الحل :

$$\text{نسبه التحويل} = \frac{12000}{120} = 100$$

* * *

مسائل عامة علي الفصل الثاني والعشرين

١ - يتحرك قضيب من المعدن طوله 2L حول منتصفه بسرعة زاوية ω فى مجال مغناطيسي منتظم . إذا كان مستوى الحركة عموديا على المجال المغناطيسي فأثبت أن القوة الدافعة الكهربية بين مركز القضيب وطرفه تساوى $\frac{1}{2} B L^2 \omega$.

٢ - أوجد القوة الدافعة الكهربية الحثية التى تتكون فى سلك طوله 25سم ، يتحرك عموديا على طوله فى مجال مغناطيسي شدته 4×10^{-3} تسلا بسرعة 10متر / ث ؟

٣ - دائرة كهربية يمر بها تيار شدته 2 أمبير ، بها مغناطيس كهربى ملفه ملفوف على حديد نفاذيته النسبية 1000، فإذا علم أن طول الملف 20سم ويحتوى 200 لفة ، مساحة مقطع كل منها 8×10^{-4} م٢ ، ثم حدث قطع للتيار فى زمن 0.01 ثانية فأوجد فرق الجهد لحظة قطع التيار ، علما بأن فرق الجهد بين طرفى الملف عندما يكون التيار أكبر ما يمكن هو 50 فولط ؟

٤ - ملف حلزونى عدد لفاته 80 لفة فى السنتيمتر ومساحة مقطعه 10سم٢ ، ملفوف حوله فى المنتصف ملف ثانوى لفاته 1000 أوجد الحث المتبادل بينهما ؟

٥ - ملف حلزونى طوله 40سم ونصف قطره 6 سم به 800 لفة ويمر فيه تيار 0.4 أمبير . أوجد كثافة الفيض المغناطيسي عند مركز الملف . وماذا تكون قيمة الفيض عند طرفه ؟

٦ - ملف حلقى مساحته 100سم٢ وبه 500 لفة يدور حول محور عموديا على مجال مغناطيس شدته 0.02 تسلا ، إذا كان الملف يدور 1200 دورة فى الدقيقة فأوجد القوة الدافعة الكهربية فى الملف ؟

٧ - ملف طويل نصف قطره R به n لفات فى وحدة الأطوال . لف حوله سلك دائرى نصف قطره R وكان عدد لفاته 200 لفة .
ما هو مقدار الحث الذاتى ؟ وهل تتغير قيمته وفقا لشكل السلك ؟

٨ - ملف حلزونى طويل به 2000 لفة لكل متر ونصف قطره 2سم . ما هو حثه الذاتى

للمتر الطولى منه ؟ وما هي القوة الدافعة الكهربية الحثية على المتر من الملف إذا كان معدل تغير التيار 300 أمبير / ث ؟

٩ - إذا كان أكبر مغناطيس يمكن تحضيره فى المعمل هو 10^3 تسلا ، فما هى كثافة الطاقه فيه ؟

١٠ - أوجد الطاقة الكلية المختزنة فى ملف حلزونى طوله 40 سم وقطره 3 سم وعدد لفاته 1500 لفة ، عندما يمر فيه تيار كهربى 3 أمبير؟

١١ - بنى ملف حلقى كبير نصف قطره الخارجى 1.5 متر والداخلى 0.4 متر ليصلح لبحوث البلازما . فإذا كان المجال المغناطيسي داخل الملف 4 تسلا ، ما هى الطاقة المغناطيسية المختزنة فيه ؟

١٢ - ملف حلقى مساحة مقطعه 0.001 م٢ ومتوسط محيطه 0.6 متر ملفوف على قلب حديدى النفاذية النسبيه له 2000 . فإذا كان الملف الابتدائى يحتوى على 50 لفة من سلك سميك ، والثانى يحتوى على 400 لفة فأوجد معامل الحث المتبادل بين الملفين ، والقوة الدافعة الكهربية الحثية فى الملف الثانوى ، إذا تغيرت قيمة الجهد على طرفى الملف الابتدائى بمقدار 40 فولط ؟

١٣ - ملف حلقى مقطعه مربع الشكل - كما فى الشكل (٢٢- ١٠) - نصف قطره الداخلى R_1 والخارجى R_2 ، وبه N لفات ويمر فيه تيار I أمبير ، اعتبر أن N كبيرة جدا بحيث يمكن اعتبار أن التيار موزع بانتظام على سطح الملف .أوجد شدة المجال بدلالة نصف القطر المتوسط r . وأوجد الحث الذاتى للملف . وما هى كثافة الطاقة المغناطيسية بداخله؟

شكل (٢٢ - ١٠)

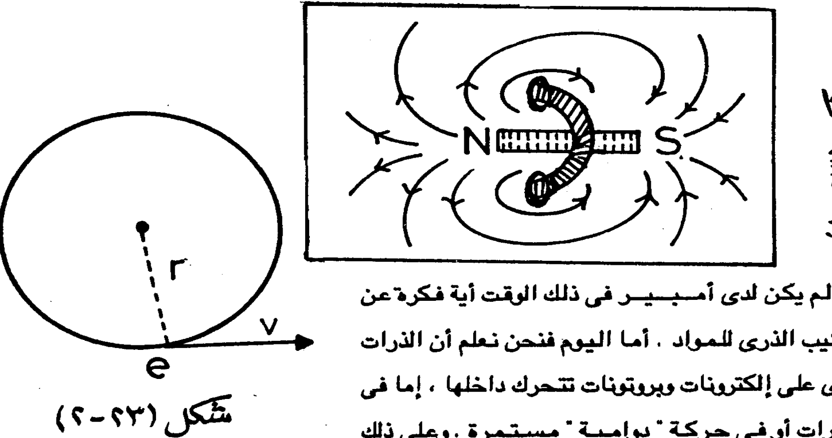
* * * *

الفصل الثالث والعشرون

المواد المغناطيسية (Magnetic Materials) :

٢٣ / ١ـ منشأ المغناطيسية في المواد

لاحظ أمبير التشابه الكبير بين المجال المغناطيسي لقضيب ، وذلك الذى لملف لولبى يمر به تيار ، وعلى هذا الأساس وضع نظرية على أن كل التأثيرات المغناطيسية هى نتيجة لتيارات سارية ، فالمجال الناشئ عن عروة واحدة يمر بها التيار يشبه تماما المجال المغناطيسي لمغناطيس قصير كما مبين بالشكل(٢٣ – ١) .



شكل (٢٣-١)

شكل (٢٣-٢)

لم يكن لدى أمبير فى ذلك الوقت أية فكرة عن التركيب الذرى للمواد . أما اليوم فنحن نعلم أن الذرات تحتوى على إلكترونات وبروتونات تتحرك داخلها ، إما فى مسارات أو فى حركة " دوامية " مستمرة . وعلى ذلك فحركة الإلكترون مثلا فى مساره حول النواة يمكن أن يشبه عروة دائرية يمر بها تيار كهربى شكل (٢٣ – ٢).

فإذا فرضنا أن الإلكترون يتحرك بسرعة v فى مسار نصف قطره r ، يكون زمن الدورة الواحدة هو $T = 2\pi r / v$. فإذا كانت e هى شحنة الإلكترون ، تكون شدة التيار I المار فى المسار هى حاصل ضرب الشحنة فى عدد دورات الإلكترون حول المسار فى

الثانـية .

أى أن :

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r} \qquad (23 - 1)$$

ويكون العزم المغناطيسي المصاحب لهذه الحركة هو شدة التيار فى مساحة المسار :

$$\mu = IA = \frac{ev}{2 \pi r} \pi r^2 = \frac{evr}{2} \qquad (23 - 2)$$

وباعتبار m هى كتلة الإلكترون تكون كمية حركته الزاوية هى L حيث :

$$L = m v r$$

ويكون بذلك العزم المغناطيسي للذرة ككل ، يساوى مجموع مثل هذه العزوم للإلكترونات

$$M = \frac{e}{2 m} L \qquad (23 - 3)$$

فى الذرة ، وسنعلم فيما بعد من النظرية الكمية quantum theory أن كمية الحركة الزاوية تكون دائما عددا صحيحا من المقدر $(h / 2 \pi)$ حيث h هـو ثابـت بلانـك وقيـمـتـه 6.630×10^{-34} جول . ث ، أى أنها تأخذ القـيم $n h / 2 \pi$ ، حـيث تأخـذ n القـيم $n = 0,1,2,3$ ..... وتسمى بالعدد الكمى .

ويجب ملاحظة أن الإلكترون يلف حول نفسه Spin فى حركة دوامية ، يكون لها أيضا تأثير مغناطيسي يضاف إلى تأثير الحركة المدارية ويكون العـدد الكـمى لـهذه الحركـة هو $n = \pm 1/2$ وفقا لاتجاه اللف . وبحـاسب العـزم المغناطيسي لحـركـة اللـف نجـد أن قيمته 9.27×10^{-24} $A m^2$

ويسمى هذا العزم المغناطيسي بماجنتون بوهر Bohr Magneton وهووحدة العزم المغناطيسي ، ويلاحظ أنه كمية متجهة لها مقدار واتجاه . وعند تحصيل العزوم المغناطيسية داخل الذرة يحدث أحيانا أن تتعادل هذه العزوم ، ويكون للذرة عزم مغناطيسي مساوى للصفر كما هو الحال بالنسبة لذرة الهيليوم مثلا .

٢٣ / ٢ – الخواص المغناطيسية للمواد :

تختلف الخواص المغناطيسية للمواد وفقا للتركيب الإلكترونى لذراتها ، فهناك مواد تنجذب بشدة إلى المناطق القوية للمجال المغناطيسي ، ومثل هذه المواد تعرف باسم الفيرومغناطيسية Ferromagetic ومن أمثلتها الحديد والكوبالت والنيكل. وهناك مواد تميل للحركة من المنطقة الضعيفة إلى المنطقة القوية ، ولكن بدرجة أقل كثيرا من المواد الفيرومغناطيسية ، وتعرف باسم المواد البارامغناطيسية Paramagnetic . ومن أمثلتها النحاس والبلاتين والألومنيوم ، أما النوع الثالث من المواد يسمى ديامغناطيسية dia - magnetic ، ويتنافر هذا النوع مع الأجزاء القوية من المجال المغناطيسي ومن أمثلته البزموت والرصاص والكوارتز .

تعرف شدة مغنطة المادة بأنها العزم المغناطيسي لوحدة الحجوم منها . وقد وجد أنه بوضع المادة فى مجال مغناطيسي شدته H تتمغنط المادة أى تكتسب عزما مغناطيسيا . فإذا كانت شدة المغنطة M تؤخذ النسبة M/H مقياسا لسهولة مغنطة المادة وتسمى هذه النسبة بالقابلية المغناطيسية magnetic susceptibility (χ) .

$$\chi = \frac{M}{H} \qquad (23 - 4)$$

والقابلية المغناطيسية قيمة موجبة بالنسبة للمواد البارامغناطيسية و الفيرومغناطيسية ولكن قيمتها سالبة للمواد الديامغناطيسية .

تعرف أى مادة مغناطيسيا بثابت يميزها يسمى بالنفاذية المغناطيسية ، Permeavitiy (μ) ولتعريف هذا الثابت نفرض حلقة من مادة مغناطيسية ملفوف حولها ملف حلقى يمر به تيار كهربى I كما فى الشكل (٢٣ – ٣) . ينشأ جزء من الفيض المغناطيسي الكلى B عن مرور التيار I فى الملف والجزء الآخر من مغنطة مادة الحلقة . أى أن :

$$B = B_0 + B_M \qquad (23 - 5)$$

ومن المعادله (5 - 23) نجد أن الفيض المغناطيسي B_o الناشئ عن تيار I يمر فى ملف عدد لفاته n لفة فى وحدة الأطوال هو :

$$B_0 = \mu_0 \, n I \tag{23 - 6}$$

وإذا فرضنا أن الفيض المغناطيسي B_M الناشئ من مغنطة قلب الملف ، ناشئ عن التيارات الدوامية ولف الإلكترونات داخل الذرات ، يمكن اعتبار أن هذا الفيض المغناطيسي ناشئ عن تيار اعتبارى I_M يمر فى الملف ويضاف تأثيره إلى تأثير التيار الأصلى I وعلى ذلك يمكن كتابه .

$$B_M = \mu_o \, n \, I_M \tag{23 - 7}$$

ويكون الفيض المغناطيسي الكلى هو :

$$B = \mu_0 \, n \, (I + I_M) \tag{23 - 8}$$

وإذا كانت مساحة مقطع الملف A يكون العزم المغناطيسي لكل لفة من السلك ، عند مرور هذا التيار الاعتبارى I_M منها هو $I_M \, A$ ، ويكون العزم الكلى المغناطيسي لقلب الملف هو $nA \, I_M$ ، حيث n عدد اللفات لوحدة الأطوال . وبقسمة هذه الكمية على مساحة المقطع نحصل على العزم المغناطيسي لمادة الملف لوحدة الحجوم، وتسمى هذه الكمية شدة المغنطة M . الفيض المغناطيسي الكلى فى قلب الملف تصبح :

$$B = \mu_0 n I + \mu_0 \, n \, I_M = \mu_0 \, (H + M) \tag{23 - 9}$$

ويلاحظ أن وحدات شدة المغنطة هى أمبير / متر وتكون وحدات العزم المغناطيسي لمادة أمبير .متر^2 .

وإذا اعتبرنا أن μ هى النفاذية المطلقة للمادة تكون :

$$\mu = B / H = \mu_0 \, (H + M) / H \tag{23 - 10}$$

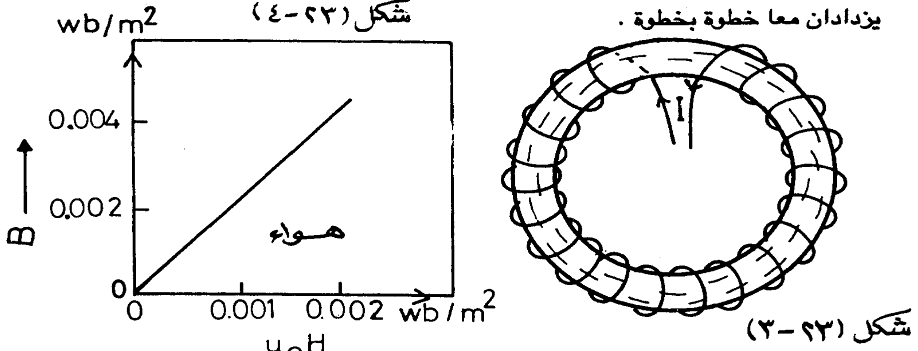
$$\therefore \; \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \frac{M}{H} = 1 + \chi = \mu_r \tag{23 - 11}$$

حيث μ_r هى النفاذية النسبية للمادة وتساوى النسبة بين نفاذية المادة μ إلى نفاذية الفراغ μ_0 ويلاحظ أن النفاذية النسبية لا أبعاد لها ولكن أبعاد النفاذية المطلقة هى هنرى / متر . وفى حالة المواد الفيرومغناطيسية تكون قيمة μ_r كبيرة جدا بحيث يمكن اعتبار

$\mu_r = \chi$ بدون خطأ يذكر .

٢٣/٣-منحني B - H لمادة مغناطيسية :

اعتبر الملف الحلقي المبين بالشكل (٢٣ - ٣) نفرض أولا أن قلب الملف هواء ولا توجد أى مادة مغناطيسية بداخله.يكون الفيض المغناطيسي حينئذهو $B = \mu_0 H$ ويكون منحنى B مقابل H عبارة عن خط مستقيم كما مبين بالشكل(٢٣ - ٤) وأن كلا من H & B يزدادان معا خطوة بخطوة .

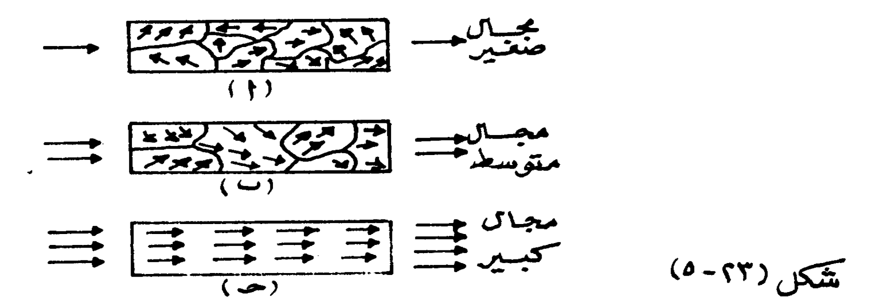


شكل (٢٣-٤)

شكل (٢٣-٣)

نفرض أن الملف بداخله قلب حديدى . عند مرور التيار بالملف تزداد قيمة الفيض المغناطيسي ، نتيجة لمغنطة القلب الحديدى الذى يساهم عندئذ بمجال مغناطيسي أكبر بكثير جدا من المجال الذى يساهم به التيار المار فى السلك .

عند زيادة التيار I وبالتالى شدة المجال H زيادة تدريجية ابتداء من الصفر ، تزداد تدريجيا كثافة الفيض المغناطيسي B، حتى يتشبع القلب الحديدى مغناطيسيا بمعنى أن تكون جميع المغناطيسيات الجزيئية بداخله قد ترتبت بانتظام فى اتجاه المجال المؤثر (شكل (٢٣ - ٥) جـ) ويلاحظ أن المغناطيسيات الجزيئية تحاول أخذ اتجاه المجال بقدر المستطاع فى المراحل الأولى من المغنطة أ ، ب شكل (٢٣ - ٥) إلى أن يتم التشبع المغناطيسي عند المجالات الكبيرة .



شكل (٢٣-٥)

وعلى ذلك يأخذ منحنى B - H الشكل المبين (٢٣ - ٦) وتظهر فيه ثلاث مراحل .

أ - عندما يحاول المجال صغيرا جدا ، وتكون المغنطة عندئذ انعكاسية أى أنها تزول تماما بزوال المجال المؤثر H .

ب - عندما يزداد المجال شدة وتتحرك المغناطيسيات الجزئية إلى مواضع أخرى ثابتة ، بحيث لا تعود إلى سابق وضعها عند زوال H . شكل (٢٣-٦)

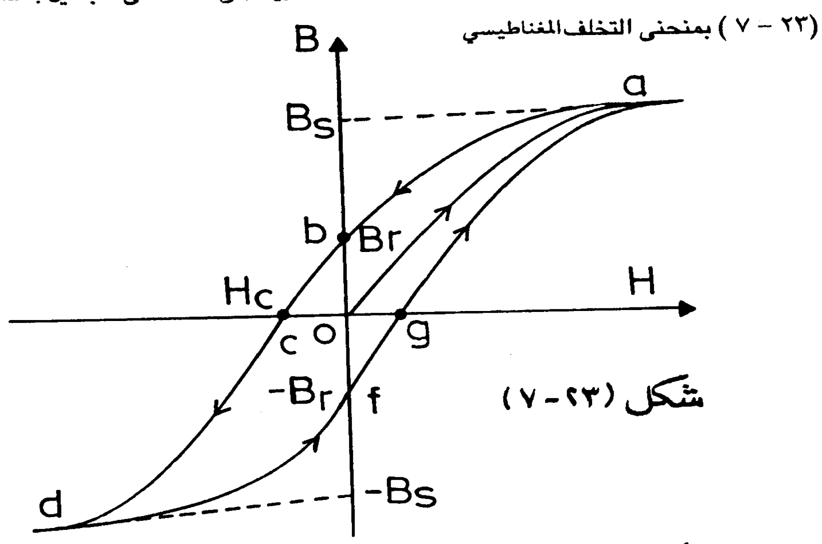
جـ - بعد زيادة مطردة فى المجال المغناطيسي تلتزم جميع المغناطيسيات الجزيئية باتخاذ اتجاه المجال المغناطيسي المؤثر H ، وتصل المادة المغناطيسية فى قلب الملف إلى حالة التشبع والوصول إلى أكبر عزم مغناطيسي لها ، وهذا يعنى أنه مهما ازداد المجال شدة بعد ذلك يظل العزم المغناطيسي لقلب الملف ثابتا لا يتغير .

٢٣ / ٤ - منحني التخلف المغناطيسي لمادة فيرومغناطيسية

إذا انقصنا تدريجيا شدة المجال H بعد الوصول إلى مرحلة التشبع المغناطيسي ، تسلك كثافة الفيض المغناطيسي B فى الملف مسارا آخر ab كالمبين فى الشكل (٢٣ - ٧)

- ويحتفظ القلب المغناطيسي عند b بقدر من المغنطة بالرغم من انعدام المجال المؤثر H . ويمثل هذا القدر من المغنطة الجزء ab بالشكل ويعرف بالمغناطيسية المتبقية B_r .

remanent magnetism . ولإزالة هذه المغناطيسية المتبقية يلزم تعريض المادة لمجال مغناطيسي فى عكس اتجاه المجال الأصلى قيمته H_c ، ويمثل فى الشكل بالجزء oc ويسمى بالمجال القهرى coercive field . إذا زيد التيار الكهربى فى الملف فى الاتجاه العكسى يصبح المجال H سالبا ، فتتحرك المغناطيسيات الجزيئية متابعة المجال ، حتى يحدث تشبع مغناطيسي فى الاتجاه العكسى عند النقطة d . وبخفض التيار مرة أخرى فإننا نتبع النقط dfga ونصل إلى نقطة البداية ثانية ، وتكون المادة المغناطيسية قد مرت خلال دورة كاملة من التغيرات تعرف بدورة التمغنط magnetization cycle ويسمى المنحنى المبين بالشكل (٢٣ - ٧) بمنحنى التخلف المغناطيسي



شكل (٢٣-٧)

ويلاحظ أنه عند تغير حالة القلب الحديدى للملف خلال الدورة ، استلزم فقد كمية من الطاقة بذلت فى دوران المغناطيسيات الجزيئية ، لتتبع التغير فى اتجاه المجال وتظهر هذه الطاقة على شكل طاقة حرارية فى الحديد ، ويمكن إثبات أن الطاقة المفقودة لوحدة الحجوم W تتناسب مع مساحة دورة التخلف .

لتعيين الشغل المبذول لعمل دورة تخلف لقلب حديدى لملف حلقى ، نتبع نفس طريقة حساب الطاقة المختزنة فى ملف يمر به تيار ، مع الأخذ فى الاعتبار القوة الدافعة الكهربية الحثية ، التى تنشأ عندما يتغير الفيض المغناطيسي .

إذا كان عدد لفات الملف N وطوله L والتيار المار فيه I يكون المجال المغناطيسي بداخله :

$$H = \frac{NI}{L} \qquad (23 - 12)$$

وإذا كان B هو كثافة الفيض المغناطيسي فى القلب الحديدى فى الملف ، A هو مساحة مقطعه ، فإن عدد خطوط القوى التى تقطع الملف هى :

$$\Phi = N A B \qquad (23 - 13)$$

نفرض أن التيار تغير فى الملف خلال فترة زمنية قصيرة t . ينشأ عن ذلك قوة دافعة كهربية حثية E ، تساوى معدل تغير قطع خطوط القوى للملف أى أن :

$$E = \frac{d\Phi}{dt} = N A \frac{dB}{dt} \qquad (23 - 14)$$

وللتغلب على هذه القوة الكهربية الحثية المعاكسة للتيار ، يجب بذل شغل كهربائى W بمعدل P يساوى E I أى أن :

$$\frac{dW}{dt} = P \qquad (23 - 15)$$

$$\therefore \; W = \int P \, dt = \int E I \, dt \qquad (23 - 16)$$

$$= \int I \, NA \, dB$$

وبالتعويض من المعادلة (12 - 23) نحصل على :

$$W = \int H \,(A L)\, d B \;\; \text{Joule} \qquad (23 - 17)$$

لكن (A L) تساوى حجم الملف . فبقسمة المعادلة (17 - 23) على الحجم ، نحصل على الشغل المبذول لوحدة الحجوم من المادة المغناطيسية لأخذها حول دورة تخلف كاملة على الصورة :

$$W = \oint H \, dB \;\; J/m^3 \qquad (23 - 18)$$

والدائرة المرسومة على علامة التكامل تدل على أنه أجرى على دورة تخلف كاملة ، ويعطى الطرف الأيمن من المعادلة مساحة دورة التخلف على منحنى B - H .

٥/٢٣ – البارامغناطيسية و الفيرومغناطيسية :

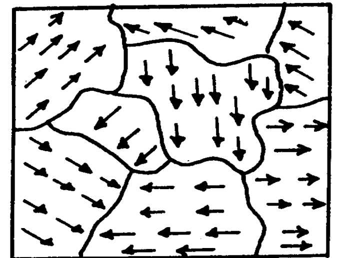
تتميز المواد البارامغناطيسية و الفيرومغناطيسية بأن قابليتها المغناطيسية موجبة ، وأن ذراتها تحتوى على ثنائيات قطب مغناطيسي دائمة . وفى حالتها الطبيعية تكون اتجاهات هذه الثنائيات عشوائية ، وعلى ذلك تكون محصلة المجال المغناطيسي الناشىء عنها مساويا للصفر ، وتسمى فى هذه الحالة غير ممغنطة ، أما عند وضع مثل هذه المواد فى مجال مغناطيسي خارجى ، فنجد أن ثنائيات القطب تترتب فى اتجاه المجال وتضيف إليه شدة فوق شدته . ويشبه ترتيب ثنائيات القطب المغناطيسي فى وجود مجال مغناطيسي – ترتيب ثنائيات القطب الكهربى فى وجود مجال كهربى ولكن هناك اختلاف جوهرى وهو أن الترتيب فى الحالة الأولى يزيد من شدة المجال المغناطيسي ، بينما الترتيب فى الحالة الثانية ينقص من شدة المجال الكهربى .

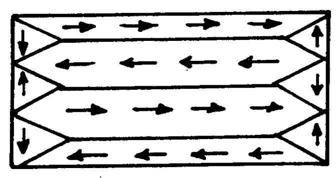
ويتأثر ترتيب القطب تأثرا كبيرا بدرجة الحرارة فمن المعروف أن المغنطة المتبقية فى مادة مغناطيسية تزول بالتسخين . ودرجة الحرارة التى عندها تختفى تماما هذه المغنطة من المادة ، تسمى درجة حرارة كورى Curie temperature ، وعندها تستطيع طاقة التهييج الحرارى أن تجعل الترتيب الاتجاهى لثنائيات القطب المغناطيسي عشوائيا ، ونتيجة لذلك يتلاشى العزم المغناطيسي للمادة .

وظهور عزوم مغناطيسية كبيرة جدا فى المواد الفرومغناطيسية الممغنطة ، يرجع سببه إلى ترتيب العزوم المغناطيسية لثنائيات القطب الناشئ عن حركة اللف الإلكترونى ، فى الذرات المتجاورة وتأخذ حركة اللف الإلكترونى اتجاها واحدا بتأثير الفعل البينى للف Spin-Spin interaction .

أما عن السبب فى عدم ظهور عزم مغناطيسي لقطعة من مادة فرومغناطيسية غير

ممغنطة، فذلك يعود لوجود مناطق مغناطيسية magnetic domains تترتب بداخل كل منها المغناطيسيات الجزيئية فى اتجاه واحد ، ولكن يختلف اتجاه الرص من منطقة إلى أخرى ، كما مبين فى الشكل (٢٣ – ٨) .





شكل (٢٣-٨)

وقد أمكن رؤية هذه المناطق تحت الميكروسكوب ، بوضع قطرة من محلول غروى معلق فيه مسحوق دقيق من الماجنتيت ، وهى مادة فرومغناطيسية لونها أسود على سطح مستو للمادة المغناطيسية. تنجذب ذرات المسحوق ويزداد تركيزها على حدود المناطق المغناطيسية ، التى تعمل عمل مغناطيسيات صغيرة وتظهر فى الميكروسكوب صورة بها خطوط سوداء تبين حدود هذه المنطقة وتسمى أشكال بيتر Bitter Patterns .

٢٣ / ٦- الديامغناطيسية :

توجد فئة من المواد قابليتها المغناطيسية سالبة ، وتتنافر مع الأجزاء القوية من المجال المغناطيسي إذا ما وضعت فيه . ومنشأ الديامغناطيسية هو ظهور ثنائيات قطب تأثيرية بفعل المجال المغناطيسي تعمل فى اتجاه يعاكسه ، كما تنص على ذلك قاعدة لنز . أى أن عزوم تلك المغناطيسيات الجزيئية الحادثة بالتأثير تعمل على إنقاص شدة المجال المغناطيسي الخارجي . وتوجد هذه الظاهرة فى ذرات جميع المواد ، ولكن لصغر تأثيرها على العزم المغناطيسي لا تظهر فعاليتها فى حالة المواد البارامغناطيسية و الفيرومغناطيسية، حيث يوجد ثنائيات قطب دائمة فى ذراتها .

نفرض مسارا إلكترونيا فى ذرة موجودة فى مجال مغناطيسي شدته B . تؤثر على الإلكترون قوة مغناطيسية $ev \times B$ – بالإضافة للقوة الكولومية بين الإلكترون والنواة $-eE$ حيث E هو المجال الكهربى للنواة – نفرض مسارا دائريا نصف قطره r لإلكترون يتحرك

حول نواة ذرة فى مجال مغناطيسي عمودى على مستوى المسار . تتزن القوة الكهربية والمغناطيسية مع القوة الطاردة المركزية .

$$eE + ev\,B = m_e\, v^2/r \qquad (23 - 19)$$

وباعتبار ω السرعة الزاوية ($v = \omega\ r$) للإلكترون فى وجود المجال المغناطيسي

$$eE + evB = m_e\, r\,\omega^2 \qquad (23 - 20)$$

عند اختفاء المجال المغناطيسي تختصر المعادلة إلى

$$e\,E = m_e\, r\,\omega_0^2 \qquad (23 - 21)$$

حيث ω_o هى السرعة الزاوية للإلكترون أصلا . ومن المعادلتين السابقتين :

$$\therefore\ \frac{e\,v\,B}{r} = e\omega B = m_e\,(\omega^2 - \omega_0^2) \qquad (23 - 22)$$

إذا كانت $\Delta\,\omega$ هى الزيادة فى السرعة الإلكترونية بإدخال المجال B

$$\therefore\ e\omega B = m\,((\omega_0 + \Delta\omega)^2 - \omega_0^2) \qquad (23 - 23)$$

ويمكن تقريب هذه المعادلة باعتبار أن ω تساوى ω_o تقريبا

$$\therefore\ e\,\omega\,B \cong 2\,m_e\,\omega_0\,\Delta\,\omega \qquad (23 - 24)$$

ويسمى التغير فى السرعة الزاوية الإلكترونية أو التردد الإلكترونى ω بتردد لارمور ، نسبة إلى مكتشفة ويساوى : Larmor frequency

$$\Delta\,\omega = \frac{eB}{2\,m_e} \qquad (23 - 25)$$

وكنتيجة لتغير السرعة الإلكترونية فى المجال المغناطيسي ، يحدث تغير فى العزم المغناطيسي المدارى للإلكترون μ ، ومن المعادلة (25 - 23) يكون :

$$\mu = \frac{evr}{2} = \frac{er^2\,\omega_0}{2} \qquad (23 - 26)$$

ويكون التغير فى العزم المغناطيسي هو

$$\Delta\,\mu = \frac{er^2}{2}\,\Delta\,\omega_0 \qquad (23 - 27)$$

وبقسمة المعادلتين (26 - 23) ، (27 - 23) نحصل على التغير النسبى فى العزم

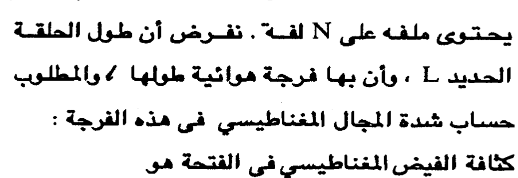
$$\Delta \mu / \mu = \frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{e\ B}{2\ m_e\ \omega_0} \qquad (23 - 28)$$

وبالتعويض بقيم هذه الكميات حتى مع إستخدام مجالات مغناطيسية B قوية جداً نجد أن التغير النسبى فى العزم المغناطيسي لا يزيد عن 0.01% .

٢٣ / ٧ - الدائرة المغناطيسية و المغناطيسيات الكهربية

إذا مر تيار كهربى I فى ملف تخترقه حلقة من الحديد ، تنثنى خطوط القوى المغناطيسية على نفسها فى مسارات مغلقة ، مكونة دائرة مغناطيسية ، الفيض المغناطيسي فيها يقابل التيار فى الدوائر الكهربية والملف يقابل البطارية . شكل (٢٣-٩)

وتظهر أهمية الدوائر المغناطيسية عند تصميم المغناطيسيات الكهربية .



(٢٣ / ٣٠)

نفرض مغناطيسا كهربيا كالمبين بالشكل (٢٣-٩).

يحتوى ملفه على N لفة . نفرض أن طول الحلقة الحديد L ، وأن بها فرجة هوائية طولها ℓ والمطلوب حساب شدة المجال المغناطيسي فى هذه الفرجة :

كثافة الفيض المغناطيسي فى الفتحة هو

$$B_g = \mu_0\ H_g \qquad (23 - 29)$$

كثافة الفيض المغناطيسي داخل حديد الحلقة هو :

$$B_m = \mu\ H_m \qquad (23 - 30)$$

حيث H_g ، H_m هما القوتان المغناطيسيتان داخل الفتحة الهوائية وداخل المادة الحديدية على الترتيب .

بتطبيق قاعدة أمبير :

$$H_g\ \ell + H_m\ L = N\ I \qquad (23 - 31)$$

$$\frac{B_g \ell}{\mu_0} + \frac{B_m L}{\mu} = NI \qquad (23-32)$$

لكن بما أن مساحة مقطع الحلقة الحديد والفتحة الهوائية واحد وكذلك أيضا الفيض المغناطيسي الكلى فى الدائرة المغناطيسية واحد لذلك فإن :

$$B_g = B_m \qquad (23-33)$$

$$B_g \left(\frac{\ell}{\mu_0} + \frac{L}{\mu} \right) = NI \qquad (23-34)$$

ويكون الفيض المغناطيسي الكلى فى فرجة المغناطيس هو :

$$\Phi = B_g A = \frac{NI}{(\ell/\mu_0 A + L/\mu A)} \qquad (23-35)$$

مسائل علي الفصل الثالث والعشرون

١ – إلكترونان يبعدان بعضهما عن بعض 10^{-10} متر ، ويتحدان فى محور واحد للف ، ما هو المجال المغناطيسي الذى يحدثه الإلكترون الأول على الثانى ؟

٢ – اشرح لماذا ينقص العزم المغناطيسي برفع درجة الحرارة ؟

٣ – لماذا لا تتغير الديامغناطيسية بدرجة الحرارة ؟

٤ – مغناطيس من الحديد شده المجال بداخل مادته 0.03 تسلا . إذا كان طول المغناطيس 15 سم احسب التيار السطحى المحدث لهذه المغنطة ، باعتبار أن المغناطيس يعمل كملف حلزونى طويل ؟

٥ – إلكترون ذرة هيدروجين نصف قطره مساره 0.53×10^{-10} متر ، يتحرك بسرعة 2.2×10^{6} م /ث وضع فى مجال مغناطيسي شدته 0.5 تسلا بحيث يكون المجال موازيا لمتجه كمية الحركة الزاوية المدارية . أوجد التغير فى السرعة الزاوية للإلكترون وهل تزيد أم تنقص ؟ وما هو التغير فى طاقة الإلكترون ؟

٦ – فى تجربة تعيين منحنى التخلف المغناطيسي كان طول ساق الحديد 15 سم ، وطول الملف الحلزونى 30 سم ومساحة مقطعه 1 سم^{2} وعدد لفاته 300 لفة ، وعندما مر تيار بالملف شدته 0.032 أمبير كان الفيض المغناطيسي الكلى داخل الملف 2×10^{-6} ويبر ، احسب :

١ – كثافة الفيض المغناطيسي داخل ساق الحديد ؟

٢ – شدة المجال المغناطيسي فى الملف الحلزونى ؟

٣ – النفاذية المغناطيسية للحديد ؟

٧ – قضيب أسطوانى من الحديد نصف قطره 1 سم وطوله متر ، ثنى على شكل حلقة مفتوحة بفرجة اتساعها 1 مم . وقد لفت الحلقة بألف لفة من سلك معزول يحمل تيارا

قدره 10 أمبير . احسب الفيض المغناطيسي بفرض أن نفاذية الحديد 1000؟

٨ – حلقة من الحديد المطاوع قطر مقطعها 8 سم وطول محيطها 200 سم ملفوف عليها 400 لفة من سلك . احسب شدة التيار الذى يجب أن يمر فى الملف ليحدث فيضا مغناطيسيا قدره 5×10^{-4} ويبر ، علما بأن النفاذية المغناطيسية للحديد 1800 ؟

٩ – كثافة الفيض المغناطيسي فى قطعة من الحديد تكون 0.3 تسلا عندما يكون المجال الممغنط لها 1000 أمبير / متر . أوجد :

١ – شدة المغنطة ؟

٢ – النفاذية النسبية ؟

٣ – القابلية المغناطيسية للمادة ؟

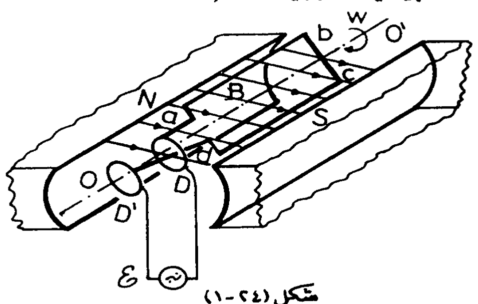
١٠ – حلقة من الحديد نصف قطرها 10 سم ومساحة مقطعها 5×10^{-4} م^{2} ، ملفوف حولها 2000 لفة من سلك يحمل تيارا قدره 2 أمبير ، وكان الفيض المغناطيسي فى الحديد 0.008 ويبر . أوجد النفاذية النسبية للحديد ؟

الفصل الرابع والعشرون
دوائر التيار المتردد

٢٤ / ١-مصادر التيار المتردد

يعتبر الدينامو من أهم مصادر التيار المتردد ، وتعتمد نظريته على دوران ملف مستطيل a b c d حول محور `0 0 عموديا على مجال مغناطيسي منتظم B .

ويتصل طرفا الملف بحلقتين ينطبق محورهما على محور دوران الملف ، وتتلامس معهما فرشتان `D D تصلان الملف بالدائرة الخارجية ، ويتم تحريك الملف بين قطبى المغناطيس الثابت NS بوسيلة خارجية شكل (٢٤ - ١)



شكل (٢٤-١)

نفرض أن مساحة الملف A وعدد لفاته N ، وأنه فى وضع يميل فيه العمود على مستوى الملف ، على اتجاه خطوط القوى المغناطيسية بزاوية قدرها θ .

الفيض المغناطيسي الذى يقطع الملف هو Φ حيث :

$$\Phi = N A B \cos\theta \qquad (24-1)$$

وإذا فرضنا دوران الملف بسرعة زاوية منتظمة ω ، تكون القوة الدافعة الكهربية الحثية المتولدة فى الملف هى :

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -NAB\frac{d}{dt}(\cos\theta)$$

$$\varepsilon = NAB\sin\theta\frac{d\theta}{dt} = NAB\sin\theta\ \omega \qquad (24-2)$$

وتكون هذه القوة أكبر ما يمكن عندما تكون $\theta = \pi / 2$ وتساوى عندئذ ε_o

$$\varepsilon_0 = NAB\ \omega \qquad (24-3)$$

ويكون مستوى الملف موازيا لخطوط القوى المغناطيسية . أما عندما يكون مستوى الملف عمودياً على خطوط القوى تكون $\theta = o$ ، ويكون $\sin\theta = o$ وتتلاشى القوة الدافعة الحثية فى تلك اللحظة .

تمثل المعادلة (2—24) معادلة منحنى جيبى sine curve ، وتعطى تغير القوة الدافعة عند أى لحظة من دوران الملف فى المجال المغناطيسي على الصورة

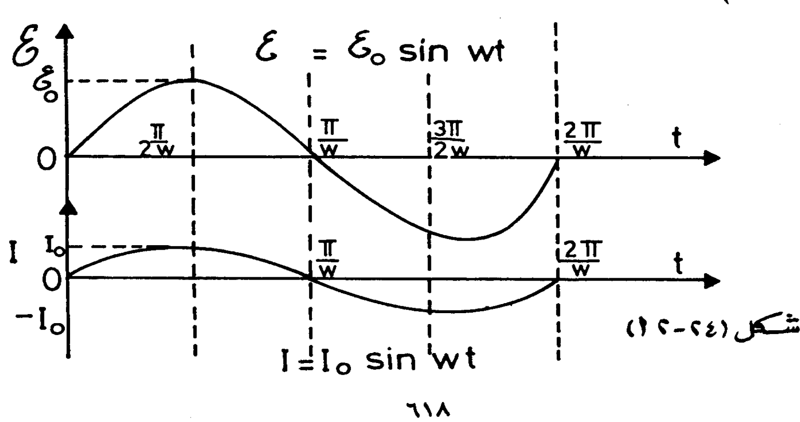
$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin\omega t \qquad (24-4)$$

وعند توصيل هذه القوة الدافعة الكهربية فى دائرة مقاومتها R يمر بها تيار I

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{\mathscr{E}_0}{R}\sin\omega t$$

$$I = I_0 \sin\omega t \qquad (24-5)$$

وتتغير قيمة التيار بين صفر ، I_o وفقا لمعادلة جيبية كالممثلة بيانيا فى الشكل (٢٤ - ١٢ أ)



شكل (٢٤-١٢أ)

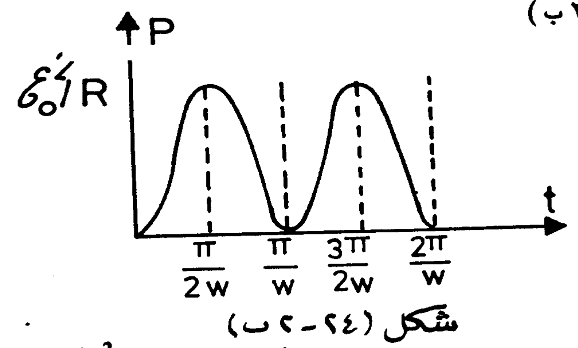
وإذا كانت T زمن الدورة الكاملة للملف حول محوره فى المجال المغناطيسي، تكون عدد الدورات الكاملة فى الثانية هى : $f = 1 / T$ وتعرف بالتردد ويمكن التعبير عن السرعة الزاوية ω بالعلاقة :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

يختلف هذا التيار المتردد عن التيار الثابت فى أن قيمته تتغير بين $\pm I_0$ وتكون القدرة الكهربية عند لحظة ما هى P حيث :

$$P = \mathscr{E} I = \frac{\mathscr{E}_0^2}{R} \sin^2 \omega t \qquad (24-6)$$

وتتذبذب القدرة فى الدوائر بين صفر وقيمتها العظمى $\mathscr{E}_0^2 / R$ ، كما مبين بالشكل (٢٤ / ٢ ب)



شكل (٢٤-٢ ب)

ويمكن تحديد القدرة المتوسطة كل دورة بأخذ متوسط $\sin^2 \omega t$ على مدى دورة كاملة . وبما أن :

$$\frac{1}{T}\int_0^T \sin^2 \omega t \, dt = \frac{1}{2} \qquad (24-7)$$

لذلك تكون القدرة المتوسطة هى :

$$\overline{P} = \frac{\mathscr{E}_0^2}{2R} = \frac{\mathscr{E}^2 r}{R}\ m\ s = I^2_{r\,m\,s} \qquad (24-8)$$

وقد وضعنا $\frac{1}{2}\,\mathscr{E}_0^2 = \mathscr{E}^2_{r\,m\,s}$ لتأخذ معادلة القدرة الصورة المألوفة لنا فى دوائر التيار المستمر . وتسمى الكمية $I_{r\,m\,s}$ جذر متوسط مربع التيار وتساوى أكبر شدة للتيار اللحظى I_0 مقسوما على $\sqrt{2}$ ، أى أن التيار الفعال هو :

$$I_{r\,m\,s} = I_0 / \sqrt{2} \qquad (24-9)$$

وكذلك يكون الجهد الفعال هو جذر متوسط مربع الجهد :

$$\mathscr{E}_{r\,m\,s} = \mathscr{E}_0 / \sqrt{2} \qquad (24-10)$$

وعندما يقال : إن جهد التيار المتردد فى المنزل هو 220 فولط ، يكون المقصود أن : $\mathscr{E}_{r\,m\,s} = 220$ ، وعلى ذلك يكون أكبر جهد لحظى فى الدائرة هو :

$$\mathscr{E}_0 = \sqrt{2}\ \varepsilon_{r\,m\,s} = \sqrt{2} \times 220 = 311\ \text{Volt}$$

مثال (٢٤-١) :

أضيئت لمبة كهربائية قدرتها 60 واط ، بمصدر جهد قدره 120 فولط تردده 60 ذبذبة فى الثانية . أوجد القيمة العظمى للتيار والقيمة الفعالة له $I_{r\,m\,s}$ ثم احسب مقاومة فتيل المصباح ؟

الحل :

القيمة الفعالة للتيار هى :

$$I_{r\,m\,s} = \frac{\text{Power}}{\text{voltage}} = \frac{60}{120} = 0.5\ \text{A}$$

مقاومة الفتيل هى :

$$R = \frac{\text{Power}}{I^2_{r\,m\,s}} = \frac{60}{(0.5)^2} = 240\ \Omega$$

أكبر قيمة للتيار هى :

$$I_0 = \sqrt{2}\ I_{r\,m\,s} = 0.707\ \text{amp}.$$

مثال(٢٤-٢) :

ملف عدد لفاته 25 يدور 30 دورة فى الثانية فى مجال مغناطيسي منتظم شدته 0.85 تسلا . فإذا كانت مساحة الملف 0.06 متر مربع فأوجد أكبر قوة دافعة كهربية تظهر فى الملف . وأوجد قيمة هذه القوة الدافعة ، عندما يكون مستوى الملف فى وضع يميل بزاوية 30° على اتجاه المجال ؟

الحل :

نحسب السرعة الزاوية ω من التردد $f = 30/s$

$$\omega = 2\pi f = 60\pi$$

أكبر قوة دافعة $\mathcal{E}_0$:

$$\mathcal{E}_0 = NAB\omega$$
$$= 25 \times 0.06 \times 0.85 \times 60\pi$$
$$= 240.4 \text{ volts}$$

القوة الدافعة عند الوضع 30° على اتجاه المجال :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin 30 = 120.2 \text{ volts.}$$

٢٤ / ٢- دوائر التيار المتردد :

تحتوى دوائر التيار عادة على مقاومة R أو مكثف C و/ أو ملف حث L . ففى حالة التيار المستمر لا يتأثر شدة التيار فى الدوائر سوى بالمقاومة R أما فى حالة التيار المتردد وهو متغير دائما فى شدته واتجاهه فإن المقاومة R تغير من شدة التيار ، ويغير الحث الذاتى L للملف من معدل تغير شدة التيار dI / dt ، كما تغير السعة الكهربية C من معدل تغير قيمة الجهد dE / dt فى الدائرة .

نعتبر أولا قوة دافعة كهربية مترددة $\mathcal{E}$ تؤثر فى دائرة مقاومة R . يكون شدة التيار فيها I حيث :

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{\mathscr{E}_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t \qquad (24 - 11)$$

يتغير فرق الجهد والتيار وفقا لمنحنيات جيبية – كما فى الشكل (٢٤ / ٢) – وتكون التغيرات متوافقة مع الزمن ، بمعنى أن فرق الجهد والتيار يتزايدان معا ويتناقصان معا بنفس المعدل ، أى أنهما يتفقان دائما فى الطور in phase . نعتبر ثانيا حالة دائرة كهربية تتركب من ملف معامل الحث الذاتى له L ، ويتصل بمصدر للتيار المتردد كما فى الشكل (٢٤ – ٣) .

L

a. c.

شكل (٢٤-٣)

نفرض أن الجهد المتردد للمصدر $\mathscr{E}$. عندما يتغير التيار فى الملف تتولد قوة دافعة كهربية حثية مقدارها $- L . dI / dt$ ، وتعمل فى اتجاه مضاد للقوة الدافعة الكهربية $\mathscr{E}$. وبتطبيق قانون كيرشوف يكون :

$$\mathscr{E} - L \frac{dI}{dt} = 0 \qquad (24 - 12)$$

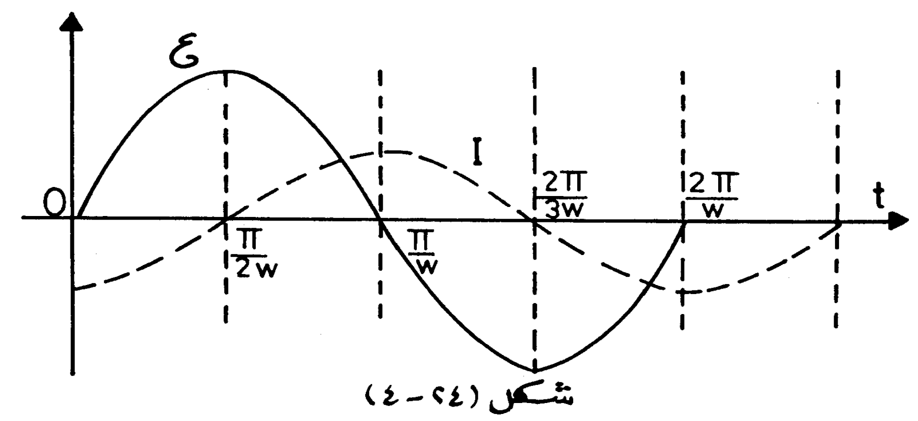
وتعطى هذه المعادلة :

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathscr{E}}{L} = \frac{\mathscr{E}_0}{L} \sin \omega t \qquad (24 - 13)$$

وبإجراء التكامل تكون شدة التيار هى :

$$I = - \frac{\mathscr{E}_0 \cos \omega t}{\omega L} = - \left(\mathscr{E}_0 / x_L\right) \cos \omega t \qquad (24 - 14)$$

وبمقارنة المعادلة (14 - 24) بالمعادلة (11 - 24) نجد التيار فى هذه الحالة يكون متأخرا فى الطور عن القوة الدافعة الكهربية بمقدار $\pi / 2$ ، كما فى الشكل (٢٤ – ٤) ، كما أن الكمية $x_L = \omega L$ وتسمى الممانعة الحثية inductive reactance ، تعمل عمل المقاومة R فى مقاومة مرور التيار المتردد ووحدتها هى الأوم .



شكل (٢٤ - ٤)

وواضح أن الممانعة الحثية ، وتساوى $2 \pi f L$ ، تتناسب طرديا مع تردد المصدر f ، ومعامل الحث الذاتى للملف L . وتكون القدرة اللحظية فى الملف هى :

$$P = \mathcal{E} I = - \frac{1}{\omega L} \mathcal{E}_0^2 \cos \omega t \sin \omega t \qquad (24 - 15)$$

وتكون القدرة المتوسطة مساوية للصفر .

نعتبر الحالة الثالثة التى يتصل فيها مصدر الجهد المتردد بمكثف سعته C كما فى الشكل (٢٤ – ٥) .

C

ℰ

a.c.

شكل (٢٤ - ٥)

فرق الجهد على لوحى المكثف يعطى بالمعادلة : $\mathcal{E} = Q / C$

حيث Q هى الشحنة على اللوحين . هذا الجهد متغير وكذلك تكون الشحنة Q . أى أن

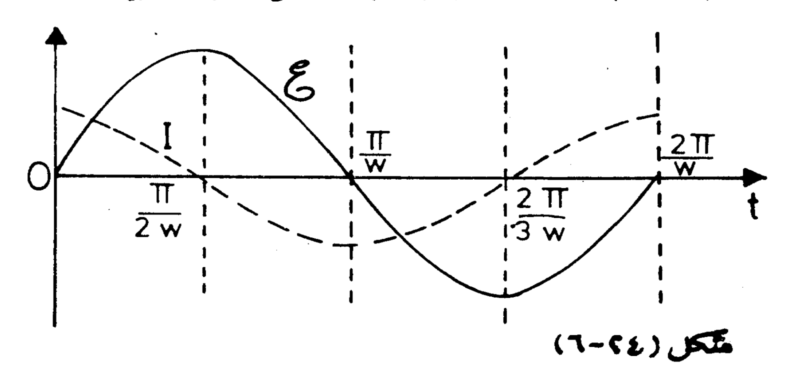
$$Q = C \mathcal{E} = C \mathcal{E}_0 \sin \omega t \qquad (24 - 16)$$

ويكون التيار I فى الدائرة هو :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \omega c \mathcal{E}_0 \cos \omega t \qquad (24 - 17)$$

ويلاحظ هنا أيضا أن التيار لا يساير فرق الجهد خطوة بخطوة ، فبينما يكون التيارعند قيمته العظمى عند $t = o$ ، لا يصل فرق الجهد إلى قيمته العظمى إلا متأخرا بمقدار $\pi / 2$ ويقال حينئذ : إن الجهد متخلف فى الطور عن التيار بمقدار $\pi / 2$. ويبين

الشكل (٢٤ - ٦) تغير الجهد والتيار بالنسبة للزمن فى الدائرة السعوية .



شكل (٢٤-٦)

يمكن وضع المعادلة (17 - 24) على صورة قانون أوم بالشكل الآتى :

$$I = \frac{\mathcal{E}_0 \cos \omega t}{X_c}$$

حيث

$$X_c = \frac{1}{\omega C}$$

وتسمى X_c بالممانعة السعوية capacitive reactance ، وتعمل عمل المقاومة فى دوائر التيار المستمر ووحداتها هى الأوم ، وتتوقف أيضا على تردد المصدر ω وسعة المكثف C .

وتكون معدل الطاقة الكهربية فى الثانية وهى القدرة اللحظية هى :

$$P = \mathcal{E} I = \omega C \mathcal{E}^2 \cos \omega t \sin \omega t \qquad (24 - 18)$$

ولكن متوسط القدرة فى الدائرة تساوى صفراً ، إذ أن المصدر يبذل شغلا كهربيا على المكثف خلال نصف دورة ، بينما يحدث العكس ويبذل المكثف شغلا كهربيا على المصدر خلال نصف الدورة الأخرى ، وتكون النتيجة أن متوسط القدرة على مدى دورة كاملة يساوى صفرا . وهذا صحيح فقط فى حالة المكثف المثالى الذى لا يبدد أى جزء من طاقته .

٢٤/٣-دائرة الحث والسعة (LC) :

عند توصيل مكثف مشحون بملف حث نجد أن الشحنات على المكثف لا تتعادل فى لحظة التوصيل ، ولكن يحدث عند بدء التفريغ أن يمر فى الملف تيار كهربى يتجه من اللوح الموجب للمكثف إلى اللوح السالب . وينشأ عن هذا التيار جهد حثى يبعث تيارا يعاكس اتجاه التيار الأصلى كما تنص عليه قاعدة لنز . هذا التيار الحثى يعمل على شحن المكثف فى عكس اتجاه الشحن الابتدائى . ولكن نظرا لوجود الملف متصلا بالمكثف لا تبقى تلك الشحنة التى نتجت بالتأثير ، ولكنها تفرغ داخل الملف محدثة تيارا يحدث هو الآخر تياراً حثياً فى عكس اتجاهه ، ليشحن المكثف مرة أخرى وهكذا تتذبذب الشحنة بين لوحى المكثف.

ويمكن تمثيل هذا الوضع ميكانيكا بسلك زنبرك معلق فى نهايته ثقل . عند جذب الثقل إلى أسفل ثم تركه حرا ، تستمر المجموعة فى التذبذب حول موضع الاتزان فى حركة توافقية بسيطة (انظر الشكل٢٤ – ٧) – طالما لا توجد مقاومة للحركة تعمل على تبديد الطاقة فى المجموعة .

شكل (٢٤ - ٧)

تناظر إزاحة الحركة فى النموذج الميكانيكى للشحنة فى الدائرة الكهربية . وباستخدام قانون كيرشوف نجد أن القوة الدافعة الكهربية الحثية فى الدائرة هى $L\ dI/dt$ ، وهذه القوة الدافعة تشحن المكثف بفرق جهد قدره Q/C أى أن :

$$L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \qquad (24 - 19)$$

لكن $I = dQ/dt$ لذلك تصبح المعادلة (19 - 24)

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} = 0 \qquad (24 - 20)$$

وهذه معادلة حركة توافقية بسيطة المتغير فيها هو الشحنة

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = -\omega^2 Q \qquad (24 - 21)$$

حيث $\omega = \sqrt{1/LC}$ هو التردد . وتكون قيمة الشحنة عند أى لحظة t هى :

$$Q = Q_0 \cos \omega t \qquad (24 - 22)$$

وقد اختيرت هنا دالة جيب التمام ، لتوافق الحالة الابتدائيــة وهى عــند بدء الزمــن

$t = o$ كانت الشحنة على المكثف $Q = Q_0$

نحصل على شدة التيار فى الدائرة بمفاضلة المعادلة (22 - 24) بالنسبة للزمن :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \omega Q_0 \sin \omega t \qquad (24 - 23)$$

وهذا يدل على أن كلا من الشحنة والتيار يتغيران دوريا بتردد ω ، يساوى $2 \pi f$

ويسمى f بتردد الرنين للدائرة التى يطلق عليها دائرة الرنين .

ويعطى التردد f بالمعادلة :

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \ Hz \qquad (24 - 24)$$

يمكن حساب الطاقة الكلية U الداخلية فى الدائرة من المعادلة :

$$U = \frac{1}{2} Q^2/C + \frac{1}{2} LI^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} + \frac{1}{2} L \frac{d^2Q}{dt^2} \qquad (24 - 25)$$

وبمفاضلة المعادلة (25 - 24) نجد أن :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} + L \frac{dQ}{dt} \quad \frac{d^2Q}{dt^2}$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} \left(\frac{Q}{C} + L \frac{d^2Q}{dt^2} \right) = 0 \qquad (24 - 26)$$

أى أن الطاقــة الداخلية U فى المجموعة تظل ثابتة دائما لا تتغير ، وهذا هو قانون

بقاء الطاقة ، وكما فى حالة الحركة الميكانيكية للسلك الزنبرك والثقل فإن طاقة الوضع + طاقة الحركة تساوى مقداراً ثابتاً . وتمثل طاقة الوضع $\frac{1}{2} Q^2/C$ وتمثل طاقة الحركة $\frac{1}{2} L I^2$ فى الدوائر الكهربية .

٢٤ / ٤-دائرة الحث والسعة والمقاومة مجتمعة (RLC)

يبين الشكل (٢٤ – ٨ أ) دائرة عامة للتيار المتردد ، حيث يوجد ملف حث L ومكثف C ومقاومة R تتصل جميعها على التوالى مع مصدر للتيار المتردد I حيث :

$$I = I_o \sin \omega t \tag{24 - 27}$$

L
C
R
I
$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin (wt + \phi)$

شكل (٢٤ - ٨ أ)

نعتبر الآن فرق الجهد على كل جزء من أجزاء هذه الدائرة ، ويكون مجموعها هو نفسه جهد المصدر $\mathcal{E}$ ، وسنتبع قاعدة الإشارة التى تجعل الجهد موجبا ، عندما يسبب فرق الجهد على أى عنصر من الدائرة مرور تيار موجب فيه .

فرق الجهد الحثى على طرفى الملف L عند لحظة ما هو :

$$V_L = L \frac{dI}{dt} = \omega L \, I_o \cos \omega t \tag{24 - 28}$$

فرق الجهد اللحظى بين لوحى المكثف C هو V_C حيث $V_C = Q / C$ ، ولما كان $I = dQ / dt$ لذلك يكون :

$$Q = \int I \, dt = \int I_0 \sin \omega t \, dt = - \frac{I_0}{\omega} \cos \omega t \tag{24 - 29}$$

وعلى ذلك يكون فرق الجهد على المكثف هو :

$$V_C = - \frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t \tag{24 - 30}$$

فرق الجهد اللحظى على المقاومة R يعطى من قانون أوم حيث :

$$V_R = IR = R\ I_0 \sin \omega t \qquad (24 - 31)$$

وبإضافة فرق الجهد على عناصر الدائرة ، ومساواة المجموع بجهد المصدر $\mathcal{E}$ يكون :

$$\mathcal{E} = V_L + V_C + V_R$$

$$\mathcal{E} = {}_0 \left((\omega L - \frac{1}{\omega c}) \cos \omega t + R \sin \omega t \right) \qquad (24 - 32)$$

ولاختصار هذه المعادلة رياضيا نعرف الزاوية ϕ بحيث يكون :

$$\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{(\omega L - 1/\omega c)}{R} \qquad (24 - 33)$$

وبذلك تصير المعادلة (24 - 32)

$$\mathcal{E} = I_0 \ (R \tan \phi \cos \omega t + R \sin \omega t)$$

$$= \frac{I_0\ R}{\cos \phi} (\sin \phi \cos \omega t + \cos \phi \sin \omega t)$$

$$\mathcal{E} = \frac{I_0\ R}{\cos \phi} \sin (\omega t + \phi) \qquad (24 - 34)$$

ولتعيين قيمة $\cos \phi$ باستخدام المعادله (24 - 33)

نرسم بيانيا مثلث متجهات قائم الزاوية ، تمثل فيه قاعدة المثلث المقاومة R ، ويمثل الضلع القائم الآخر $\left(\omega L - \frac{1}{\omega c} \right)$ وعلى ذلك يكون وتر المثلث كما فى الشكل (٢٤ - ٨ ب) هو

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c} \right)^2} \qquad (24 - 35)$$

شكل (٢٤-٨ ب)

وتكون بذلك

$$\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c} \right)^2}} \qquad (24 - 36)$$

وتصبح المعادلة (34- 24)

$$\mathscr{E} = I_0 \; Z \; \sin \; (\omega t + \phi)$$

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_o \; \sin \; (\omega t + \phi) \qquad (24 - 37)$$

حيث $Z = \mathscr{E}_0 / I_0$ وتسمى Z المعاوقة impedence فى دائرة التيار المتردد ، كما تسمى الزاوية ϕ بزاوية الطور phase angle بين الجهد والتيار ، وتكون زاوية الطور ϕ موجبة إذا كانت الكمية $(\omega L - 1/\omega c)$ موجبة وعندئذ يقال إن التيار متخلف Lags behind وراء الجهد ، بينما إذا كانت ϕ سالبة يقال ان التيار يقود leads الجهد .

٢٤/٥-فقد الطاقة في دائرة (RLC) :

يعطى قانون جول معدل الطاقة المتبددة فى الدائرة على الصورة :

$$P = \mathscr{E} I = \frac{\mathscr{E}_0^2}{Z} \; \sin \; (\omega t + \phi) \; \sin \omega t \qquad (24 - 38)$$

وذلك باستخدام معادلتى التيار (27- 24) والجهد (37 - 24)

وباستخدام مفكوك دالة الجيب نجد أن الطاقة اللحظية المبددة هى :

$$P = \frac{\mathscr{E}_0^2}{Z} \; (\sin^2 \; \omega t \cos \phi + \cos \; \omega t \; \sin \; \omega t \; \sin \phi) \qquad (24 - 39)$$

وبإجراء أخذ المتوسط على دورة كاملة للتيار نجد أن المتوسط الزمنى للمقـدار $\sin^2 \omega t$ ، على زمن دورى T $(T = 2\pi / \omega)$ هو :

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \; \omega t \; dt = \frac{1}{2}$$

كما أن المتوسط الزمنى للمقدار $\cos \; \omega t \; \sin \; \omega t$ يساوى صفرا ، أى أن :

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos \; \omega t \; \sin^2 \omega t \; dt = 0 \qquad (24 - 40)$$

وعلى ذلك يكون متوسط معدل فقد الطاقة فى الدائرة هو :

$$\overline{p} = \frac{\mathscr{E}_0^2}{2Z} \cos\phi$$

$$= \frac{\mathscr{E}_{rms}^2}{Z} \cos\phi = I_{rms}\ \mathscr{E}_{rms} \cos\phi \qquad (24 - 41)$$

حيث $I_{rms} = I_0/\sqrt{2};\ \mathscr{E}_{rms} = \mathscr{E}_0 / \sqrt{2}$ هما فرق الجهد وشدة التيار الفعالين فى الدائرة على الترتيب .

ونظراً لأن القدرة المفقودة $\overline{P}$ فى دائرة التيار المتردد أقل عادة من القدرة المفقودة فى دائرة تيار مستمر لها نفس الجهد والتيار ، لذلك تسمى $\cos\phi$ بمعامل القدرة Power factor .

مثال (٢٤ - ٣) :

وصل مكثف سعته 1 ميكروفاراد فى دائرة بها تيار متردد 2×10^{-3} أمبير . فإذا كان التردد 1000 هرتز فأوجد فرق الجهد على المكثف ؟

الحل :

مفاعلة المكثف reactance تساوى $(X_C = 1/\omega c)$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f c} = \frac{1}{2\pi \times 1000 \times 10^{-6}} \cong 159\ \Omega$$

فرق الجهد $V = I X_C = 0.32$ volts

مثال (٢٤ - ٤) :

ملف حث مقاومته 50 أوم معامل حثه 2 هنرى ، يتصل بمقاومة 450 أوم ومصدر جهد متردد 220 فولط تردده 50 هرتز . أوجد شدة التيار بالملف ؟

الحل :

مفاعلة الملف X_L

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 628 \quad \Omega$$

المقاومة الكلية بالدائرة $R = 50 + 450 = 500$

المعاوقـــة $Z = \left(X_L^2 + R^2\right)^{\frac{1}{2}}$ impedence Z

$$= 803 \text{ ohm}$$

شدة التيار $I = \frac{V}{Z} = \frac{220}{803} = 0.27 \text{ A}$

مثال (٢٤-٥) :

دائرة LRC تتصل بمصدر جهد 50 فولـــط تــردده 600 هرتـــز . إذا كـــان

$$L = 4 \text{ mH} \; ; \; C = 10\,\mu\text{F} \; , \quad R = 20\,\Omega$$

فـأوجد التـيار فى الدائرة وفرق الجهد على كل عنصر من عناصـر الدائرة ؟ ثم أوجد عامل القدرة .

الحل :

المعاوقـــة $Z = \sqrt{(R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2}$

$$R = 20$$

$$\omega L = 2\pi f L = 15.1 \quad \Omega$$

$$1/\omega c = 1/2\pi fc = 26.5 \quad \Omega$$

$$Z = \sqrt{(20)^2 - (15.1 - 26.5)^2} = 23 \quad \Omega$$

شـــدة التـــيار I : $I = \frac{V}{Z} = \frac{50}{23} \; 2.17 \text{ A}$

فرق الجهد عبر المقاومة R $V_R = IR = 43.4 \text{ V}$

فرق الجهد عبر المحاثة L $V_L = I\omega L = 2.17 \times 15.1 = 32.8 \text{ V}$

$V_C = I / \omega c = 2.17 \times 26.5 = 57.5 \ V$ فرق الجهد عبر المكثف C

معامل القدرة $\cos \phi$ ويستنتج من معرفة $\tan \phi$ حيث :

$$\tan \phi = \frac{\left(\omega l - \frac{1}{\omega c}\right)}{R} = \frac{15.1 - 26.5}{20} = - \frac{11.4}{20}$$

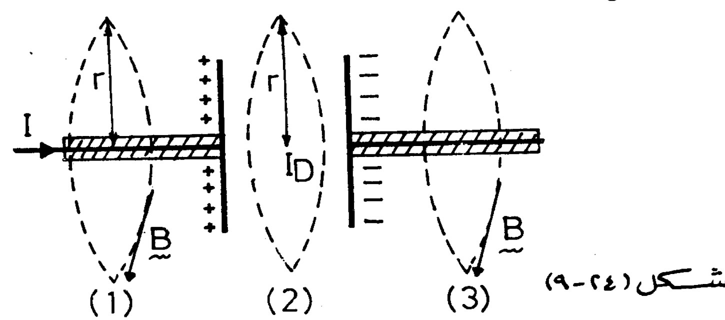
وبما أن زاوية الطور ϕ سالبة ، يتخلف الجهد وراء التيار

٢٤ / ٦ - تيار الإزاحة و الأمواج الكهرمغناطيسية :

وضع ماكسويل عام ١٨٧٦أساس نظريته الكهرمغناطيسية ، مستندا إلى فكرة عن كيفية مرور التيار المتردد بين لوحى مكثف فى دوائر التيار المتردد . فمن المعروف أن تيارا كهربيا يمر فى سلك يحدث حوله مجالا مغناطيسيا يعطى بالمعادلة :

$$\oint B \, d\ell = \mu_0 I \qquad (24 - 42)$$

حيث I هى شدة التيار الذى يخترق مساحة الحلقة المرسومة حوله (قاعدة أمبير) .



شكل (٢٤-٩)

وإذا اعتبرنا جزء الدائرة الذى يحتوى على المكثف كما فى الشكل (٢٤ - ٩)ورسمنا ثلاث حلقات : اثنين حول السلك الذى يمرر تيار الشحن للمكثف والحلقة الثالثة بين لوحى المكثف . وإذا ما طبقنا قاعدة أمبير على الحلقتين (١) ، (٢) نجد أن المجال المغناطيسي B يعطى بالمعادلة :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi r} \qquad (24 - 43)$$

حيث r نصف قطر الحلقة ، ويكون اتجاهه كما مبين بالشكل . ولكن عند تطبيق قاعدة أمبير على الحلقة رقم (٢) التى تحيط بالفراغ بين لوحى المكثف ، فإننا لا نجد أى تيار أو شحنات تمر بين اللوحين ، وعلى ذلك يكون تطبيق قاعدة أمبير غير ممكن فــى هــذا المكــان . ومن هنا جاءت الفكرة لماكسويل بوجوب وجود تيار أسماه تيار الإزاحة displacement current بين لوحى المكثف له نفس تأثير التيار الكهربى المعتاد فى مصاحبته لمجالات مغناطيسية .

وإن تيار الإزاحة I_D يساوى المعدل الزمنى لتغير الفيض الكهربائى الناشئ . بين اللوحين كنتيجة لعملية شحن المكثف .

$$I_D = \mathcal{E}_0 \frac{d\psi}{dt} \qquad (24 - 44)$$

وقد أثبتنا باستخدام قانون جاوس أن شدة المجال الكهربى بالقرب من سطح مشحون

المعادلة (25 - 16) هى :

$$E = \frac{\sigma}{\mathcal{E}_0} \qquad (24 - 45)$$

حيث σ هى كثافة الشحنة على السطح . وإذا كانت الشحنة الكلية Q على مساحة لوح المكثف A تكون الشحنة على السطح هى : $Q = \mathcal{E}_0 \ A \ E$

ويخرج من هذه الشحنة فيض كهربى يساوى $\mathcal{E}_0 \ \psi$ ، ويكون معدل تغير الفيض هو معدل تغير الشحنة على المكثف ، وهذه الأخيرة تساوى شدة التيار I_D ، أى أن :

$$\mathcal{E}_0 \ \frac{d\psi}{dt} = \frac{dQ}{dt} = I_D \qquad (24 - 46)$$

ويدل هذا على أن شدة التيار فى السلك ومعدل التغير فى الفيض الكهربى هما وجهان لنفس العملة . فبالنسبة للحلقتين (١) ، (٣) حيث يوجد تيار حقيقى I فى السلك المار داخل الحلقة يكون :

$$\oint B \ d\ell = \mu_0 I$$

أما بالنسبة للحلقة (٢) يمكن كتابة قانون أمبير على الصورة :

$$\oint B\, d\ell = \mu_0 \quad I_D$$

وعلى ذلك عمم ماكسويل قانون أمبير ليأخذ الصورة المعدلة :

$$\oint B\, d\ell = \mu_0 \ (I + I_D) \qquad (24 - 47)$$

ويجب ملاحظة أن تيار الإزاحة ليس تيارا حقيقيا ، ولكنه يحدث نفس التأثير المغناطيسي للتيار المعتاد . وتسمى المعادلة (47 - 24) بقانون ماكسويل / أمبير .

مثال (٢٤ - ٦) :

يتصل مكثف بدائرة تيار متردد . أوجد شدة المجال المغناطيسي داخل وخارج المكثف اعتبر لوح المكثف دائريا نصف قطرها R ؟

الحل : بين لوحى المكثف يكون المجال الكهربى E منتظما .

اعتبر دائرة نصف قطرها $r < R$.

الفيض الكهربى الذى يقطع الدائرة يساوى $\pi r^2 \ E$

معدل تغير الفيض الكهربى هو : $\pi r^2 \ (dE / dt)$

من قانون ماكسويل / أمبير :

$$\oint B\, d\ell = \mu_0 \ \varepsilon_0 \ \pi r^2 \ (dE / dt) \qquad (24 - 48)$$

خطوط القوى المغناطيسية تكون دوائر لها نفس المركز وعلى ذلك يكون

$$\oint B\, d\ell = 2 \pi r B \qquad (24 - 49)$$

حيث B هو شدة المجال المغناطيسي المصاحب لتيار الإزاحة

من معادلتى (48 - 24) ،(49 - 24) نحصل على :

$$2 \pi r B = \mu_0 \ \varepsilon_0 \ \pi r^2 \ (dE / dt)$$

ومنها :

$$B = \frac{\mu_0 \mathbb{E}_0}{2} r \, (dE/dt)$$

$$B = \frac{\mu_0 \mathbb{E}_0}{2} r \, (dE/dt) \tag{24 - 50}$$

لكـــن :

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t$$

لذلـك :

$$B = \frac{\mu_0 \mathbb{E}_0}{2} r \, \omega \, \mathscr{E}_0 \cos \omega t \tag{24 - 51}$$

وعند اعتبار المجال المغناطيسي خارج لوحى المكثف ، نعتبر دائرة نصـــف قطرهــا r ($r > R$) الفـيض الكهـربى المار فى هـذه الدائرة يســاوى $\pi R^2 \mathscr{E}$ ويلاحظ أن المجــال الكهربى خارج لوحى المكثف يساوى صفرا .

بتطبيق قانون ماكسويل / أمبير نحصل على شدة المجال خارج المكثف .

$$B = \frac{\mu_0 \mathbb{E}_0}{2} \frac{R^2}{r} \frac{d\mathscr{E}}{dt}$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 \mathbb{E}_0}{2} \frac{R^2}{r} \omega \mathscr{E}_0 \cos \omega t \tag{24 - 52}$$

ويلاحظ أن المجال المغناطيسي خارج المكثف يتناسب عكسيا مع بعد النقطة عن مركز المكثف ، وهو فى ذلك يشبه المجال المغناطيسي لسلك طويل يمر به تيار .

٧/٢٤ - قوانين ماكسويل

يمكننا الآن تلخيص القوانين الأساسية التى تحكم المجالات الكهربية والمغناطيسية فى أربعة قوانين تعرف باسم ماكسويل وهى :

١ - قانون كولوم فى الكهربية مكتوبا على الصورة التى أوجدها جاوس

$$\oint E \, dS = \frac{Q}{\mathbb{E}_0} \tag{24 - 53}$$

حيث Q هى الشحنة الموجودة داخل سطح جاوس ، وينص القانون على أن الفيض الكهربى الذى يقطع سطحاً مغلقاً يساوى الشحنة الكهربية داخله .

٢ – قانون جاوس للمغناطيسية وهو صورة لقانون جاوس فى الكهربية :

$$\oint B \; dS = 0 \qquad (24 - 54)$$

وينص على أن الفيض المغناطيسي الذى يقطع سطحا مغلقاً يساوى صفراً ، وذلك يدل على عدم وجود أقطاب مغناطيسية مفردة ، ولكن يوجد فقط ثنائيات قطب مغناطيسي .

٣ – قانون فاراداى للحث الكهربى :

$$\oint E \; d\ell = - \frac{d\phi}{dt} \qquad (24 - 55)$$

وينص على أن المجال الكهربى الحثى فى سلك يساوى معدل قطع خطوط القوى المغناطيسية .

٤ – قانون ماكسويل / أمبير

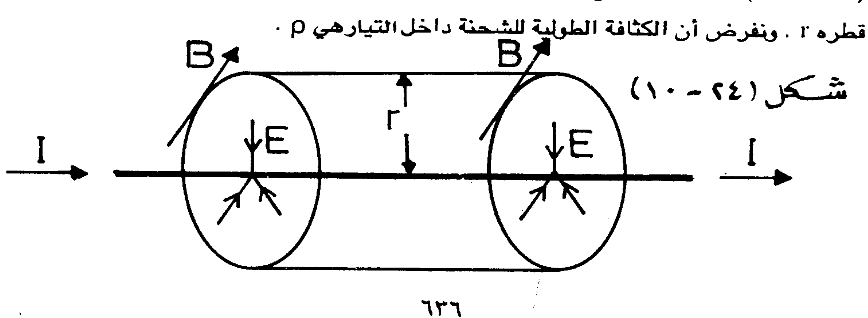
$$\oint B \; d\ell = \mu_0 \; (I + I_D) \qquad (24 - 56)$$

حيث تيار الإزاحة I_D هو $(\varepsilon_0 \; d\psi / dt)$ هو معدل تغير الفيض الكهربى .

منشأ الأمواج الكهرمغناطيسية :

وجدنا سابقا أن حركة الشحنات الكهربية يصاحبها مجال مغناطيسي ، ومن الطبيعى أن يصاحب حركة الشحنات مجال كهربى . وعلى ذلك يمكن اعتبار أن حركة المجال الكهربى يصاحبها مجال مغناطيسي .

نفرض أن تيارا I من شحنات موجبة تتحرك فى خط مستقيم كما فى الشكل (٢٤ – ١٠) ، ونعتبر سطح جاوس أسطوانى الشكل يحيط باتجاه التيار طوله ℓ ونصف قطره r . ونفرض أن الكثافة الطولية للشحنة داخل التيارهي ρ .



شكل (٢٤ – ١٠)

الفيض الكهربى الذى يقطع سطح جاوس ، والذى ينشأ عن حركة الشحنات يساوى $E2\pi r\ell$ حيث E شدة المجال الكهربى . ويساوى ذلك الفيض (Q / ε_0) .

لكن الشحنة على طول ℓ من المسار هى $\rho\,\ell$ لذلك يكون

$$2 \pi r \ell E = \rho \ell / \varepsilon_0$$

$$E = \frac{\rho}{2 \pi \varepsilon_0 r} \qquad (24 - 57)$$

لكن شدة التيار I هى الشحنة المارة فى مقطع المسار فى الثانية . أى أن : $I = \rho v$

حيث v سرعة الشحنات .

$$E = \frac{I}{2 \pi \varepsilon_0 r v} \qquad (24 - 58)$$

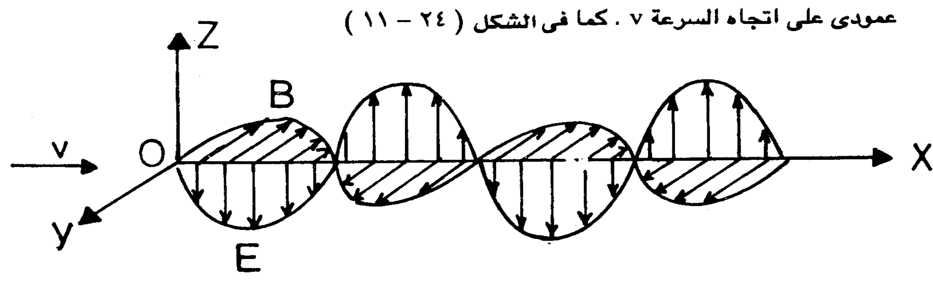
ومن قانون أمبير : المجال المغناطيسي الناشئ عن حركة الشحنات ومرور التيار I هو :

$$B = \mu_0 I / 2 \pi r \qquad (24 - 59)$$

من المعادلتين السابقتين نحصل على :

$$E = \frac{B}{\varepsilon_0 \mu_0 v} \qquad (24 - 60)$$

ويجب ملاحظة أن المجالين الكهربى و المغناطيسي متعامدان على بعضهما وكلاهما عمودى على اتجاه السرعة v . كما فى الشكل (٢٤ - ١١)



شكل (٢٤-١١)

وبالعودة إلى قوة لورنتز وتأثير مجالين متعامدين E , B على حركة شحنة بحيث تتحرك في اتجاه عمودى على كل منهما نجد من المعادلة (21 - 21)

إن الشرط اللازم لكى تتعامد v , E , B هو :

$$v = E / B \tag{24 - 61}$$

ومن معادلتى (60 - 24) ، (61 - 24)

نجد أن :

$$v^2 = \frac{1}{\mu_0 \mathcal{E}_0} \tag{24 - 62}$$

حيث v فى هذه الحالة هى سرعة الأمواج الكهرمغناطيسية .

وبالتعويض بدلا من $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ومن $\mathcal{E} = 8.85 \times 10^{-12}$ فى معادلة (62 - 24) نجد أن سرعة الموجات الكهرمغناطيسية تساوى : $v = 3 \times 10^8$ m / s

وهذه هى نفس سرعة الضوء فى الفراغ والتى نرمز لها عادة بالرمز c أى أن :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mathcal{E}_0}} \tag{24 - 63}$$

مسائل على الفصل الرابع والعشرين

١ – احسب معامل الحث لملف حلزونى طوله 50 سم ، ونصف قطره 5 سم وعدد لفاته 500 والنفاذية النسبية للوسط الملفوف عليه هى 1000 ؟

٢ – مكثف سعته 2.5 ميكروفاراد يتصل على التوالى بمقاومة 300 أوم ، و مصدر جهد قوته الدافعة الفعالة ($\mathscr{E}_{rms} = 50$ V) تساوى 50 فولط بتردد 1000/2ط هرتز . أوجد شدة التيار فى المكثف ؟

٣ – ملف حلزونى حلقى عدد لفاته 50 لفة ومساحة مقطعه 0.001 متر^{٢} ، ومتوسط طول محيطه 60 سم ملفوف على قلب حديدى نفاذيته 2000 لف حوله ملف ثانوى يحتوى 400 لفة . أوجد :

أ – معامل الحث التبادلى بين الملفين ؟

ب – القوة الدافعة الحثية المتولدة فى الملف الثانوى إذا وصل الملف الابتدائى بمصدر جهد متردد 40 فولط ؟

٤ – وصل ملف حث 2.5 هنرى ومكثف 2.5 ميكروفاراد ومقاومة 10 أوم على التوالى ، عبر مصدر جهد 100 فولط متردد 60 هرتز . أوجد مقدار التيار المسحوب من المصدر ، وما هى القدرة المتبددة فى الدائرة ؟ وما مقدار معامل القدرة ؟

٥ – ملف حلزونى طويل به 10 لفات فى كل سنتيمتر ، ويحمل تيارا تردده 50 هرتز وشدته الفعالة (r m s) 1 أمبير . يوجد فى مركز الملف ملف آخر ومتمحور معه به عدد 5 لفات وقطره 1 سم . أوجد الجهد الحثى الفعال (r m s) فى الملف الداخلى ؟

٦ – يتصل على التوالى مكثفان سعتهما 6 ، 9 ميكروفاراد بمصدر جهد متردد $\mathscr{E}$ ، حيث $\mathscr{E} = 1.8 \sin 120 \pi t$ وفيها $\mathscr{E}$ بالفولط ، t بالثانية . أوجد :

أ – تغير الشحنة على كل مكثف مع الزمن ؟

ب – متى تكون الشحنة عليها أكبر ما يمكن ومتى تكون أقل ما يمكن ؟

جـ - أوجد أكبر طاقة بالمكثفين وكذلك المتوسط الزمنى لهذه الطاقة ؟

٧ - مصدر جهاز فعال (r m s) قدره 120 فولط تردده 60 هرتز ، يتصل بمكثف 10 ميكروفاراد . أوجد مقدار التيار فى الدائرة ؟

٨ - يتصل ملف حث 0.1 هنرى بمقاومة 36 أوم عبر مصدر جهد 120 فولط وتردده ($180 / \pi$) هرتز . فما مقدار التيار الذى يسحب من المصدر ؟

٩ - احسب الممانعة الحثية لملف عند تردد 1000 هرتز ، إذا علم أن الملف يحتوى على 5000 لفة وطوله 5 سم ومتوسط قطره 2 سم ؟

١٠ - وصل مصدر لجهد متردد قيمته الفعالة (r m s) 110 فولط على طرفى مكثف سعته 0.05 ميكروفاراد . فإذا كان تردد المصدر 50 هرتز فماذا يكون التيار ؟ كرر الحساب عندما يكون تردد المصدر 5000 هرتز ؟

١١ - دائرة RLC فيها المقاومة 10 أوم والحث 5 هنرى والسعة 2.5 ميكروفاراد . وصلت بجهد متردد 100 فولط تردده $200/\pi$ هرتز . أوجد : أ - التيار المار فى الدائرة ؟

ب - القدرة المتبددة ؟ جـ - عامل القدرة ؟

١٢ - احسب الممانعة السعوية للمكثفات الآتية عند الترددات المذكورة :

أ - 2 ميكروفاراد عند 1000 هرتز ؟ ب - 2 ميكروفاراد عند 10^6 هرتز ؟

جـ - 0.01 ميكروفاراد عند 50 هرتز ؟ د - 300 ميكروفاراد عند 10^6 هرتز ؟

١٣ - يسحب ملف حث تيارا قدره 0.6 أمبير عندما يتصل ببطارية 12 فولط . بينما يسحب 3 أمبير عندما يتصل بمصدر جهد متردد 120 فولط ، 60 هرتز . أوجد القدرة المسحوبة من المصدر المتردد ؟ ثم أوجد معامل الحث الذاتى للملف ؟

١٤ - مصدر لجهد متردد قيمته الفعالة 10 فولط ، وصل بالتبادل على طرفى مقاومة أومية مجهولة القيمة ، فمر بها تيار 10 أمبير ثم وصل على طرفى ملف حثى مجهول القيمة ، فمر به تيار 4 أمبير ثم وصل على طرفى مكثف مجهول السعة فمر تيار 5 أمبير قارن بين المقاومة والممانعة لكل من الملف والمكثف . وإذا كان تردد المصدر 50

هرتز فأوجد قيمة معامل الحث الذاتي للملف وسعة المكثف ؟

١٥ – جهاز راديو يحتوي على دائرة LC ، ترددها الطبيعي يمكن ضبطه لاستقبال أمواج لا سلكية ، وذلك عن طريق تغيير سعة المكثف C . فإذا كان معامل الحث الذاتي للملف 15 ميكروهنري . فأوجد مدى التغير في سعة المكثف لتغطية أمواج لا سلكية في المدى من 530 كيلو هرتز إلى 1600 كيلو هرتز ؟

١٦ – احسب التردد الرنيني لدائرة LC فيها $C = 2.2 \times 10^{-6}$ F,
$L = 8 \times 10^{-2}$ H

١٧ – دائرة LRC فيها $L = 0.5$ H ; $C = 2 \times 10^{-5}$ F
$R = 10\ \Omega$ عند زمن $t = 0$ يكون المكثف مشحونا بتوصيل جهد قدره 24 فولط عبر لوحيه .

أ – أوجد الطاقة الابتدائية في الدائرة ؟ ب – ما نسبة الفقد في الطاقة كل دورة ؟
جـ – ما الزمن اللازم لكي تنقص قيمة الطاقة في الدائرة إلى نصف قيمتها الابتدائية ؟

١٨ – دائرة LR فيها $L = 2 \times 10^{-4}$ H , $R = 1.2\ \Omega$ ، تتصل بمصدر جهد متردد $\mathscr{E}$ ، حيث $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t$ فإذا كانت $\mathscr{E}_0$ 0.5 V , $\omega = 3000$ radian / s
فأوجد أكبر تيار في الدائرة ، وزاوية الطور للتيار ومتوسط الطاقة المتبددة في المقاومة R ؟

الجزء الرابع

الفيزياء الحديثة

Modern Physics

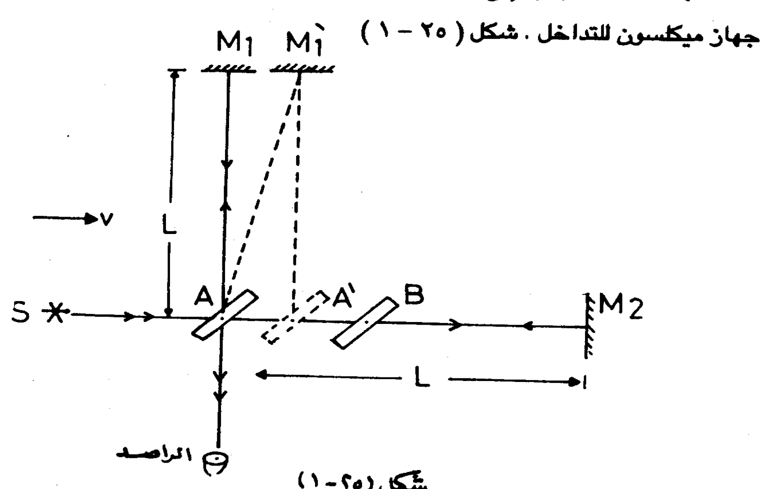
الفصل الخامس والعشرون
النظرية النسبية الخاصة (Special Relativity)

٢٥ / ١- تمهيد

وضع ألبرت إينشتين عام ١٩٠٥ نظريته الشهيرة للنسبية الخاصة ، وقد جاءت هذه النظرية تتويجا لبحوث فيزياء القرن التاسع عشر ، وخاصة ما توصل إليه ماكسويل من أن جميع الظواهر الكهربية والمغناطيسية تجمعها نظرية كهرمغناطيسية موحدة تدعو لوجود موجات كهرمغناطيسية تسير بسرعة الضوء . ، وكان يظن فى ذلك الوقت وجود وسط تام المرونة حامل لموجات الضوء يسمى بالأثير ، ولذلك افترض أيضا أنه الوسط الناقل للأمواج الكهرمغناطيسية . وقد جرت محاولات كثيرة لمعرفة كنه هذا الوسط ، وتأثيره على الأمواج الكهرمغناطيسية التى تنتشر بداخله ، وهل تتوقف سرعتها على هذا الوسط كما فى حالة الأمواج الصوتية ؟ لقد أثبت ماكسويل أن الإشعاع الكهرمغناطيسي هو نتيجة للحركة المعجلة لشحنة كهربية ، وتنبأ بأن سرعة الإشعاع تساوى 3×10^8 متر / ث وهى سرعة ثابتة . وهنا ينشأ التساؤل : ثابتة بالنسبة لأى شيء ؟ وهى بالقطع ليست ثابتة بالنسبة لأى نظام قصورى inertial system وإلا وجدناها تختلف فى القيمة من نظام إلى نظام . ولذلك استمرت الفكرة بأن الأثير يمثل نظاما مطلقا بالنسبة للحركة الموجية ، إلى أن جاءت تجربة ميكلسون ومورلى لتبين أن سرعة الضوء واحدة سواء أكان الراصد يتحرك مع الضوء أو لا يتحرك معه . وهذه نتيجة تعجز الديناميكا النيوتونية عن تفسيرها ، حيث إنها تنص على أن القوانين الفيزيائية التى تحكم الأشعة الكهرمغناطيسية يجب أن تتوقف على حركة النظام القصورى الذى تبحث فيه هذه القوانين ، وسوف نتناول فيما يلى بشيء من التفصيل تجربة ميكلسون ومورلى الشهيرة ، والتى بموجب نتائجها تم رفض فكرة وجود أثير أو وسط ناقل للأشعة الكهرمغناطيسية كما ثبت قطعا بأن سرعة الضوء لا تتأثر بحركة الراصد ، وأنها تختلف فى جوهرها عن سرعة الصوت التى تتأثر بالوسط الناقل . وعلى ذلك اعتبرت سرعة

٢٥/٢-تجربة ميكلسون ومورلي
(Michelson / Morely Experiment)

تهدف هذه التجربة إلى قياس التغيرات الصغيرة المحتملة فى سرعة الضوء بواسطة جهاز ميكلسون للتداخل . شكل (٢٥ - ١)



شكل (٢٥ - ١)

ويتركب من قطعتين متماثلتين من الزجاج (A , B) على شكل متوازى مستطيلات ، السطح الخلفى للقطعة A مغطى بطبقة خفيفة من الفضة لتكون نصف منفذة للضوء ، بحيث إذا سقط عليها شعاع من الضوء من مصدر S ينفذ منها جزء وينعكس جزء ، وبذلك ينقسم الشعاع إلى اثنين يتحركان فى اتجاهين متعامدين ، ليقطعا مسافتين متساويتين ثم يسقطا على مرآتين M_1 , M_2 فينعكسا مرتدين على نفس المسار ويصلا معا إلى نفس النقطة التى سبق أن انفصلا عندها . والغرض من وضع قطعة الزجاج B فى مسار الضوء المتجه للمرآة M_2 هو أن يكون المسار الضوئى optical path لكلا الشعاعين

$A\,M_1\,A$ & $A\,M_2\,A$ واحدا ، بحيث يحدث تداخل بينهما وتظهر هدب فى عينية الميكروسكوب .

إذا اختلف طول أحد المسارين عن الآخر تحدث إزاحة لهذه الهدب ، وتكون إزاحة الهدبة الواحدة مساوية لطول موجة الضوء الأحادى اللون المستخدم والصادر من المصدر S .

وضع ميكلسون ومورلى الجهاز على نضد يمكن إدارته بزاوية 90° ، وضبط الجهاز بحيث كانت سرعة الأرض v فى نفس اتجاه الشعاع $A\,M_2$ وعمودية على اتجاه الشعاع AM_1 . نفرض أن المسافة بين A وكل من المرآتين هى L الزمن الذى يأخذه الضوء ليقطع المسافة $A\,M_2\,A$ يساوى :

$$t_1 = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v}$$

ومنها

$$t_1 = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} \qquad (25 - 1)$$

أما شعاع الضوء AM_1 فإنه يأخذ المسار المبين بالخطوط المتقطعة . ويرجع سبب ذلك إلى حركة الجهاز بسرعة الأرض v . وتكون بذلك سرعة الضوء فى المسار $A\,M'_1\,A'$ مساوية $\sqrt{c^2 - v^2}$ من تحصيل السرعات .

الزمن t_2 الذى يأخذه الضوء فى قطع المسار $AM_1\,A$ هو :

$$t_2 = \frac{2Lc}{(c^2 - v^2)^{\frac{1}{2}}} \qquad (25 - 2)$$

وعلى ذلك يحدث فرق فى طول مسار الضوء فى اتجاه سرعة الأرض وفى الاتجاه العمودى بمقدار ΔL ، حيث $\Delta L = 2c\,(t_1 - t_2)$ وبإجراء التقريب نجد أن مقدار التغير هو $\Delta L \cong 2L\,v^2/c^2$ ، ويمكن ظهور ذلك الاختلاف فى طول المسار على شكل إزاحة لهدب التداخل ، إذا ما أدير الجهاز بزاوية 90° على اتجاه حركة الأرض ، بحيث يصير اتجاه الضوء $A\,M_2\,A$ عموديا وليس موازيا للحركة .

لقد كانت نتيجة التجربة سلبية ولم يشاهد ميكلسون ومورلى أى تغيير فى نموذج التداخل ، مما أظهر الحقيقة بأن سرعة الضوء واحدة لجميع الراصدين ، سواء كانوا فى حالة سكون أو حركة وأنه لا يوجد ما يسمى بالأثير .

٢٥/٣ - فروض النظرية النسبية :

استندت الفيزياء الكلاسيكية على افتراض أن المسافات والأزمنة لا تتأثر بحركة الراصد ، ولم يجرؤ أحد على التشكيك فى ذلك قبل أن يتأمل إينشتين فى التضارب بين الديناميكا النيوتونية ، وبين مقتضيات نظرية ماكسويل فى الكهرمغناطيسية بشأن ثبوت سرعة الضوء والأمواج الكهرمغناطيسية لقد اقتنع إينشتين بصحة النتائج السلبية لتجربة ميكلسون ومورلى ، ليس باعتبارها مثالا للاختلاف بين انتقال الضوء وحركة الأجسام المادية ، ولكن كبرهان بأنه لا يوجد نظام قصورى مفضل بالنسبة لأمواج الضوء . والنظام القصورى هو نظام للإحداثيات ينطبق فيه قانون القصور ، الذى ينص على أن الجسم الساكن يظل ساكنا مالم تؤثر فيه قوة غير متوازنة تكسبه عجلة وتنطبق أيضا قوانين الفيزياء المعروفة فى هذا النظام .

تقوم نظرية إينشتين للنسبية الخاصة على فرضين أساسيين هما :

١ - تكون قوانين الظواهر الفيزيائية واحدة فى جميع الأنظمة القصورية وتأخذ نفس الصورة الرياضية . فمثلا يمكن التعبير عن قانون نيوتن الثالث بالمعادلة $F = m a$ فى أى نظام ، ولكن قد لا يكون للقيم a , m, F نفس القيم فى كل نظام .

٢ - سرعة الضوء فى الفراغ ثابتة دائما وقيمتها 3×10^{8} متر . ث ، بغض النظر عن سرعة المصدر الضوئى نفسه أو سرعة الراصد .

نتيجة للفرض الأول نجد أنه لا يمكن قياس السرعات المطلقة ، وإنما تتحدد فقط السرعات بالنسبة لجسم آخر . فإذا تكلمنا مثلا عن سرعة السيارة فإنها تكون بالنسبة للأرض . وإذا ذكرنا سرعة الأرض تكون بالنسبة للشمس . والشمس أيضا تتحرك فى

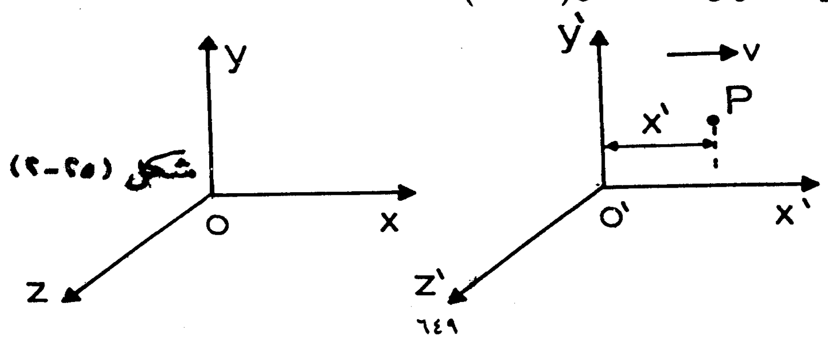
مجرتنا درب التبانة ، ومركز المجرة أيضا يتحرك بالنسبة لمجرات أكثر بعدا ، وهكذا لا توجد أبدا سرعة مطلقة لجسم ما ، وإنما تكون سرعته نسبية بالنسبة لجسم آخر .

وكنتيجة لفروض إينشتين يمكننا بواسطة المنطق إثبات أن سرعة الضوء هى الحد الأعلى للسرعات جميعها ، وأنه لا يمكن لأى جسيم يحمل طاقة أن يعجل لسرعة الضوء .

٢٥ / ٤ – تحويلات لورنتز (Lorentz Transformations) :

نبدأ أولا بتعريف التحولات الجاليلية بين النظم القصورية . فى الحركة النسبية تعتمد قيم السرعة والعجلة لأى نقطة مادية على محاور الإسناد التى تعين فيها هذه القيم . نفرض للراصديين يتحركان بالنسبة لبعضهما ويرصدان فى نفس الوقت جسما متحركا . نجد أنهما يصفان الجسم نفسه متحركا بسرعات مختلفة ومسارات مختلفة . ولكن يمكن أن يتفق الوصفان إذا أجريت تحويلات فى معادلة أحد الراصدين تأخذ فى الاعتبار الحركة النسبية للراصدين . وتعرف هذه بالتحويلات الجاليلية نسبة إلى جاليليو أول من حل تحولات الحركة من نظام قصورى إلى نظام آخر .

أهم فرض فى التحويلات الجاليلية هو ثبوت المسافة والزمن بالنسبة للراصديين فى النظامين القصوريين، ونعبر عن ذلك رياضيا باعتبار محاور إحداثيات (x` , y` , z` ) , ( x, y, z ) يعرفان نظامين قصوريين ، يتحركان معا فى الاتجاه الموجب للمحور السينى بسرعة نسبية v ، ونفرض أن نقطتى الأصل o , o` للمحورين كانا منطبقين عند الزمن $t = 0$. شكل (٢٥ – ٢) .



شكل (٢٥-٢)

بعد فترة زمنية t ترتبط إحداثيات نقطة مثل P بالنسبة للنظام الأول ، بإحداثيات نفس النقطة P بالنسبة للنظام الثانى ، بالمعادلات

$$x` = x - vt \; ; \; y` = y \; ; \; z` = z \qquad (25 - 3)$$

ونعبر عن انطباق الزمن فى المجموعتين بالمعادلة :

$$t = t` \qquad (25 - 4)$$

تسمى هذه المعادلات بالتحويلات الجاليلية Galilean transformations ، وتتبنى كل فروضها على أساس قوانين نيوتن ، وعلى ذلك فهى صحيحة فقط طالما اعتمدت صحة هذه القوانين ، وذلك فى حالة السرعات الصغيرة بالنسبة لسرعة الضوء ، وسنرى فيما بعد أنه يلزم نوع آخر من التحويلات النسبوية عند معالجة سرعات كبيرة جدا .

يمكن الحصول على تحويلات فى السرعة وفى العجلة بمفاضلة تحويلات جاليليو كما يأتى :

$$V` = \frac{dx`}{dt} = \frac{dx`}{dt`} = \frac{d}{dt}(x - vt)$$

$$V` = \frac{dx}{dt} - v = V - v \qquad (25 - 5)$$

حيث V , `V هما السرعتان المطلقتان للنظامين الأول والثانى على الترتيب ، ومن ذلك نرى أن السرع تتحول بموجب التحويلات الجاليلية إلى مجرد إضافة أو طرح السرعة النسبية للنظامين .

وبالنسبة للعجلة نفاضل المعادلة (5 - 25) فنحصل على المعادلة :

$$a = \frac{dV`}{dt`} = \frac{dV`}{dt} = \frac{d}{dt}(V - v)$$

$$\therefore\; a = \frac{dV}{dt} = a` \qquad (25 - 6)$$

أى أن عجلة الحركة تكون واحدة بالنسبة للنظامين إذا كانت السرعة النسبية v بينهما

ثابتة . أما إذا كانت متغيرة فإن العجلتين a ، `a تختلفان بمقدار (dv / dt) .

اعتبر لورنتز ما يحدث للتحويلات الجاليلية فى ضوء فروض النظرية النسبية لإينشتين ، حيث تكون سرعة الضوء c ثابتة . نفرض موجة ضوئية تنتقل بين النظامين بشكل (٢٥ - ٢) . بعد زمن t يكون موقعها بالنسبة للنظام الأول : $x = c\ t$

ونظرا لثبوت سرعة الضوء يكون موقع هذه الموجة بالنسبة للنظام الثانى هو $x` = c\ t`$

حيث $t`$ هى الفترة الزمنية بين لحظة انطلاق الموجة ولحظة رصدها فى النظام الثانى . ولا يشترط هنا أن تكون $t = t`$.

هنا يظهر تناقض مع التحويلات الجاليلية ، التى تتطلب اختلاف سرعة الضوء فى المجموعتين بسبب السرعة النسبية . ولتعديل هذا الوضع تعدل معادلات التحويل لجاليليو ، لتأخذ الصورة الآتية التى نحتفظ بواسطتها بسرعة ثابتة للضوء بالنسبة لكل النظم القصورية .

$$\left[\begin{array}{l} x` = \beta\ (x - vt) \\ y` = y \\ z` = z \\ t` = \alpha t + \gamma x \end{array}\right. \qquad (25 - 7)$$

حيث α ، β ، γ ثوابت نعمل على تعيينها .

معادلة الموجة الضوئية الكرية كما ترى من النظام الأول هى :

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2\ t^2 \qquad (25 - 8)$$

ومعادلة نفس الموجة كما ترى من النظام الثانى هى :

$$x`^2 + y`^2 + z`^2 = c^2\ t`^2 \qquad (25 - 9)$$

وبالتعويض من المعادلة (7 - 25) فى المعادلة (9 - 25) ومقارنة الناتج بالمعادلة (8 - 25) ومساواة معاملات الحدود المتماثلة نحصل على

$$\begin{cases} \beta^2 \quad - \gamma^2 c^2 = 1 \\ \alpha^2 c^2 - \beta^2 v^2 = c^2 \\ \alpha \gamma c^2 + \beta^2 c^2 = 0 \end{cases} \qquad (25 - 10)$$

وبحل هذه المعادلات نجد أن :

$$\beta = \alpha = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \qquad (25 - 11)$$

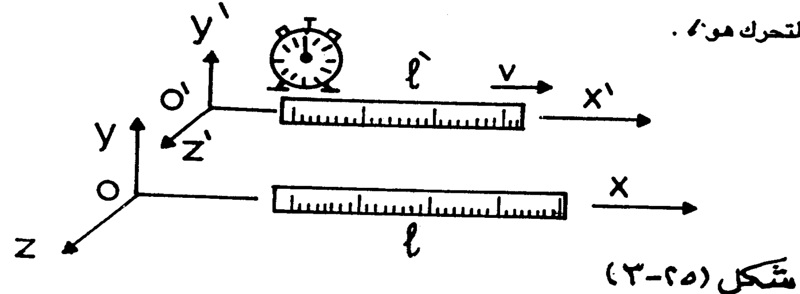
$$\gamma = - \frac{v}{c^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

وعلى ذلك تصبح معادلات لورنتز للتحويل النسبوى هى :

$$\begin{cases} x` = b \ (x - v t) \\ y` = y \\ z` = z \\ t` = \beta \left(t - \frac{x v}{c^2}\right) \end{cases} \qquad (25 - 12)$$

٢٥/٥-تمدد الزمن وانكماش الطول

تظهر تحويلات لورنتز مفاهيم جديدة تماما بالنسبة للطول والزمن . فإذا أخذنا قضيبا طوله ℓ موازيا لمحور `x ويتحرك مع نظام `O محاور إسناده (`x` y` z ) بسرعة نسبية v بالنسبة لراصد فى نظام آخر O ( xy z ) ، شكل ( ٢٥ - ٣ ) . نفرض أن طول القضيب كما يبدو لراصد فى النظام الثابت هو $\ell$ . ونفرض أن طوله كما يبدو لراصد فى النظام المتحرك هو`ℓ .



شكل (٢٥-٣)

$$l' = x'_2 - x'_1 \qquad (25 - 13)$$

حيث x'_2 , x'_1 هما إحداثيات نهايتى القضيب .

طول القضيب نفسه بالنسبة لراصد فى النظام الآخر هو :

$$l = x_2 - x_1 \qquad (25 - 14)$$

وباستخدام تحويلات لورنتز معادلة (25/7) نجد أن :

$$x'_2 - x'_1 = \beta \; (x_2 - x_1) \qquad (25 - 15)$$

أى أن

$$l' = \beta l \qquad (25 - 16)$$

ولكن :

$$\beta = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \; l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad (25 - 17)$$

ونظرا لأن السرعة النسبية v تكون دائما أصغر من سرعة الضوء c ، لذلك تكون القيمة المقيسة لطول القضيب عندما يكون متحركا فى اتجاه طوله ، تكون أقل منها عندما يكون ساكنا بالنسبة للراصد . ويسمى ذلك النقص فى الطول بانكماش لورنتز Lorentz contractrion .

أما إذا اعتبرنا مسالة قياس الزمن والفترات الزمنية بواسطة راصدين يتحركان بالنسبة لبعضهما فإننا نستخدم تحويل لورنتز للزمن :

$$t' = \beta \left(t - \frac{xv}{c^2}\right) \qquad (25 - 18)$$

ونفرض ساعة مثبتة فى نقطة ما فى نظام متحرك `o ( شكل ٢٥ – ٣ ) بالنسبة لنظام آخر 0 . نفرض أن الفتره الزمنية بين وقتين متتالين كما يراها الراصد فى النظام الثابت 0 هى $\Delta t = t_2 - t_1$ ، أما إذا كان الراصد متحركا مع النظام `o المحتوى على الساعة فإنه يجد أن نفس هذه الفترة الزمنية هى $\Delta t' = t'_2 - t'_1$. وباستخدام تحويل لورنتز للزمن (معادلة 18 - 25) نجد أن :

$$\Delta t' = \beta \; \Delta t \qquad (25 - 19)$$

ونظرا لأن β أكبر من الواحد الصحيح دائما ، حيث إن v أصغر من سرعة الضوء ، لذلك نجد أن الزمن الذى تسجله الساعة يكون أطول إذا قيس بمعرفة راصد ساكن بالنسبة للساعة . أى أن الساعة المتحركة تؤخر الزمن كما تبدو لراصد ساكن ، بمعنى أن الزمن يتحدد بالنسبة إليه .

وتظهر أهمية تمدد الزمن فى عمليات انبعاث الإشعاع ، والتفتت النووى وتفاعلات الجسيمات الأولية ، وذلك لأن سرعاتها تكون كبيرة جدا وقريبة من سرعة الضوء ، مما يجعل التغير فى قيمة β كبيرا .

مثال(٢٥-١) :

العمر الزمنى لجسيم نووى قبل أن يتحول إلى صورة أخرى هو $10^{-8}X1.8$ ثانية ، وذلك حين يكون ساكنا فى المعمل . ما عمر هذا الجسيم إذا أطلق بسرعة تساوى 0.95 من سرعة الضوء ؟ .

الحل :

يبطىء الزمن فى الساعة الداخلية للجسيم المتحرك وفقا للمعادلة (19 - 25) وبذلك يكون عمره الزمنى وهو متحرك بسرعة 0.59 c هو :

$$\Delta t' = \frac{1.8 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - (0.95)^2}}$$

$$= 5.76 \times 10^{-8} \; s$$

اى أن العمر الزمنى للجسيم المتحرك يصبح حوالى ثلاثة أمثال عمره الزمنى وهو ساكن .

٢٥/٦- تغير الكتلة مع السرعة :

ربما يكون أهم نتائج النظرية النسبية هو تأثير السرعة على كتلة الجسم المتحرك . فمن المعروف من الميكانيكا النيوتونية أن سرعة أى جسم كتلته m تتزايد بدون حدود ، إذا ما عجل بواسطة قوة F طالما استمر تأثير القوة عليه وفقا لمعادلات نيوتن :

$$v_t = v_0 + at = v_0 + \frac{F}{m} t \qquad (25 - 20)$$

حيث v_t سرعة الجسم النهائية بعد زمن t . وواضح أن v_t تؤول إلى ما لا نهاية بعد زمن لا نهائى . وهذه النتيجة غير صحيحة إذا اعتبرنا الفرض الأساسى للنظرية النسبية بأن هناك حدا أقصى للسرعات هو سرعة الضوء .

وللتغلب على هذه الصعوبة يجب اعتبار أن كتلة الجسم تتغير بسرعته وفقا للمعادلة :

$$m = \beta m_0 \qquad (25 - 21)$$

حيث m_0 هى كتلة الجسم عندما يكون ساكنا بالنسبة للراصد ، m هى كتلته عندما يتحرك بسرعة v بالنسبة للراصد . أى أن الكتلة الظاهرية للجسم تكون :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (25 - 22)$$

ويلاحظ أنه كلما اقتربت سرعة الجسم v من سرعة الضوء تزداد كتلته زيادة كبيرة ، وتقترب قيمتها من ما لا نهاية عندما تقترب v من c .

ويدهى أن الكتلة اللانهائية تحتاج لقوة لا نهائية لتعجيلها . وطالما أن القوى اللانهائية غير موجودة فى الطبيعة ، لذلك فلا يمكن تعجيل أى جسيم ليتحرك بسرعة تساوى سرعة الضوء .

كمية الحركة النسبوية للجسم المتحرك بسرعة v تصبح :

$$P = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (25 - 23)$$

ولتعيين طاقة الحركة النسبوية للجسم نحسب الشغل المبذول W لزيادة سرعته من الصفر إلى v ، عندما تؤثر قوة F على الجسم فى اتجاه مواز لإزاحته x .

$$dW = F\ dx$$

$$F = \frac{d}{dt}(mv)$$

$$\therefore\ dW = \left(\frac{d}{dt}(mv)\right) dx = v\, d(mv)$$

وبالتعويض بدلا من الكتلة m من المعادله (22 - 25) وإجراء التكامل نحصل على طاقة الحركة النسبوية للجسم K E :

$$K\ E = \int_0^v v\, d\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)$$

$$= m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right)$$

$$\therefore\ K\ E = m_0 c^2 (\beta - 1) = (m - m_0)\, c^2 \qquad (25 - 24)$$

ويلاحظ أن جميع المعادلات النسبوية تؤول إلى المعادلات النيوتونية المألوفة ، عندما تكون السرعات صغيرة بالنسبة لسرعة الضوء .

٢٥ / ٧–الكتلة والطاقة :

عندما نبذل شغلا على جسم ما لتحريكه فإننا نعطيه طاقة الحركة . وفى الميكانيكا النيوتونية تظل كتلة الجسم ثابتة . أما فى الميكانيكا النسبوية فتزداد كتلة الجسم مع زيادة سرعته ، بخاصة عندما يقترب بالسرعة من سرعة الضوء . وعلى ذلك فإن جزءاً من الشغل المبذول على الجسم يتحول إلى زيادة فى كتلته . ويكون عندئذ التمييز بين الكتلة والطاقة أمرا غير واضح . ويجب لذلك اعتبار أن الكتلة ما هى إلا صورة مقيدة من صور الطاقة .

ومن المعادله (24- 25) وجدنا أن طاقة الحركة لجسيم يتحرك نسبويا هى :

$$K\ E = m_0\ c^2\ (\beta - 1)$$

$$= m\ c^2 - m_0 c^2 \qquad (25 - 25)$$

وعليه يكون

$$m c^2 = E + m_0 c^2 \qquad (25 - 26)$$

وتسمى الكمية $m_0\ c^2$ (طاقة كتلة السكون وتؤدى هذه المعادلة إلى مبدأ تكافؤ المادة

والطاقة ، الذى توصل إليه إينشتين من نظرية النسبية ، وينص على أن أى كتلة m تكافئ قدرا من الطاقة E حيث :

$$E = m c^2 \qquad (25 - 27)$$

ويعتبر مربع سرعة الضوء هو عامل التحويل من كتلة بالكيلو جرامات مثلا إلى طاقة بالجول .

مسائل على الفصل الخامس والعشرين

١ – يقترب إلكترونات أحدهما من الآخر . فإذا كانت سرعة كل منهما 2.5×10^{8} متر/ث فأوجد السرعة النسبية بينهما باستخدام الديناميكا النيوتونية ثم باستخدام الديناميكا النسبوية ؟

٢ – أثبت أن سرعة جسيم نسبوى v تحدد بالمعادلة

$$v = c \left[1 - \left(\frac{m_0 C^2}{E} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

حيث E هى طاقته الكلية ؟

٣ – زيدت سرعة إلكترون من 2.7×10^{8} متر / ث إلى 2.97×10^{8} متر / ث أوجد نسبة الزيادة فى كتلته ؟

٤ – طاقة إلكترون 1 مليون إلكترون فولط . أوجد كتلته النسبوية وسرعته ؟

٥ – أوجد سرعة الجسيم النسبوى الذى كتلته تساوى ضعف كتلة سكونه وأوجد كمية حركته ؟

٦ – ما مقدار الطاقة التى تظهر بفناء إلكترون فى حالة سكون ؟ عبر عن الجواب بالإلكترون فولط . كتلة الإلكترون 9.1×10^{-31} كيلو جرام ؟

٧ – ما هى نسبة انكماش لورنتز لطول سيارة تتحرك بسرعة 60 ميل / ساعة ؟

٨ – طول سفينة فضاء 200 متر . ماذا يجب أن تكون سرعتها بالنسبة للأرض حتى يراها راصد من على الأرض بطول 100 متر ؟

٩ – سرعة إلكترون فى ذرة الهيدروجين 2.2×10^{6} متر / ث . أوجد النسبة المئوية لاختلاف طاقة حركته النيوتونية عن طاقة حركته النسبوية ؟

١٠ – يحتاج حدث معين إلى زمن قدره 3 ميكروثانية ، لكى يحدث داخل ذرة فإذا تحركت

الذرة بسرعة 10^{8} متر / ث فما هو الزمن الذى يقيسه راصد فى المعمل لذلك الحدث ؟

١١ – عجل إلكترون فى فرق جهد 2.04×10^{5} فولط . أوجد طاقة حركته النسبوية وكذلك سرعته النسبوية . ماذا تزيد كتلته النسبوية عن كتلة السكون ؟

١٢ – ينشأ الضوء المشاهد على شاشة التليفزيون من الإلكترونات التى تنطلق عن فتيل الأنبوبة ، وتصدم الحاجز الفلورى عند نهايتها وتصل سرعة هذه الإلكترونات إلى ثلث سرعة الضوء – ما هى نسبة زيادة الكتلة الظاهرية للإلكترونات فى الأنبوبة عن كتلة السكون لها ؟

١٣ – المسافة بين الأرض ونجم معين هى 4.3×10^{16} مترا . أوجد الزمن الذى تستغرقه سفينة فضاء ذهابا وإيابا لهذا النجم إذا كانت سرعتها 0.999 من سرعة الضوء ؟ وما هو الزمن إذا قيس بساعة مثبتة فى المركبة ذاتها ؟

١٤ – وجبة من غذاء كتلتها 100 جم وقيمتها الغذائية 100 سعر . أوجد نسبة الطاقة المستفادة إلى الطاقة الكلية للوجبة لو فرض تحولها كلية إلى طاقة (المكافئ الميكانيكى الحرارى 4.2 جول / سعر) ؟

١٥ – أوجد الكتلة الظاهرية لإلكترون يتحرك بسرعة تساوى ثلث سرعة الضوء . (الكتلة الساكنة للإلكترون 9.1×10^{-31} كجم) ؟

١٦ – شوكة رنانة ترددها 1000 هرتز على الأرض . ماذا يكون ترددها داخل سفينة فضاء تسير بسرعة تساوى 0.9 سرعة الضوء ؟

١٧ – فى جهاز تعجيل البروتونات أمكن إعطاء البروتونات طاقة 1.6×10^{-7} جول . ماذا يكون اختلاف سرعة البروتون عن سرعة الضوء ؟ وماذا تكون كمية حركته ؟

١٨ – حدث انفجاران فى مكانين على سطح الأرض يبعدان عن بعضهما 150 كيلو مترا ، وحدث الأول الساعة 11 صباحا وحدث الثانى بعده بزمن قدره 0.0003 من الثانية ، أثبت أنه بالنسبة لسفينة فضاء تتحرك حول الأرض بسرعة 0.6 من سرعة الضوء ،

وتتجه من الموقع الأول إلى الموقع الثانى . يحدث الانفجار الثانى قبل الأول ؟

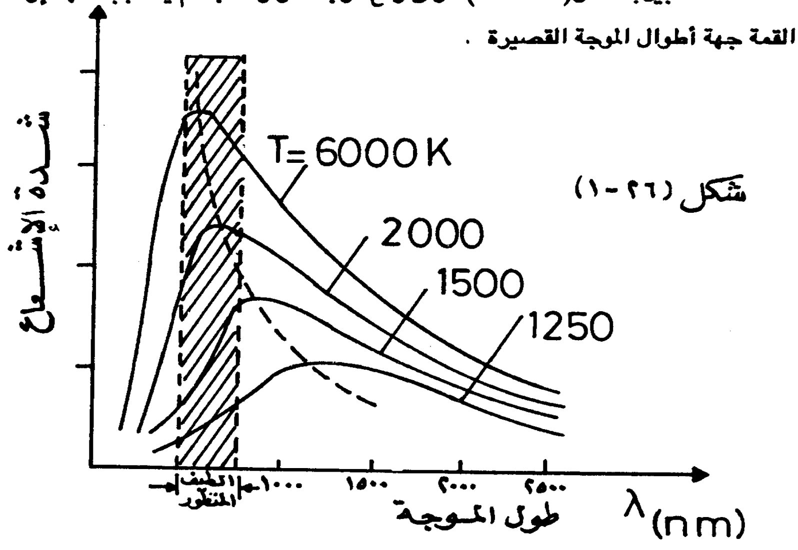
١٩ – تتحرك ذرة مثارة بسرعة 10^7 / متر ث . فإذا أطلقت الذرة إلكترونا للأمـام بسرعـة 2×10^8 م / ث بالنسبة لها . أوجد سرعة الإلكترون كما يقيسها راصد فى المعمل ، باستعمال التحولات الجاليلية مرة والنسبوية مرة أخرى ؟

الفصل السادس والعشرون
نظرية الكم لبلانك

٢٦/١- إشعاع الجسم الأسود :

سبق أن ذكرنا أن رفع درجة حرارة جسم صلب يؤدى إلى أن تنبعث منه إشعاع حرارى يمكن أن نحسه بمجرد تقريب اليد من الجسم . وإذا ما استمر رفع درجة حرارة الجسم فإنه يحمر ثم يتوهج مرسلا ضوءاً أبيض اللون ، أى أن الجسم يبدأ بإرسال الأشعة الحمراء ، ثم تتوالى جميع ألوان الطيف ، حتى اللون البنفسجى ، وعندئذ تختلط ألوان الطيف المنظور كلها لتعطى وهجا أبيض للجسم الساخن . وقد كان ماكس بلانك فى مطلع القرن العشرين مهتما بتفسير هذا الإشعاع ، الذى تصدره الأجسام الساخنة غير العاكسة ، وهى ما تسمى بالأجسام السوداء .

توصل العلماء إلى أن إشعاع الجسم الأسود عبارة عن طيف مستمر ، له نهاية عظمى للطاقة كما مبين بالشكل(٢٦ - ١) . وأن رفع درجة حرارة الجسم يتسبب عنها إزاحة هذه القمة جهة أطوال الموجة القصيرة .



شكل (٢٦-١)

وقد وجد فين عمليا من قياسات النهاية العظمى للطاقة ، أن الطول الموجي عند نقطة القمة يتناسب عكسيا مع درجة الحرارة المطلقة ، وهو ما يعرف بقانون الإزاحة لفين Wien's displacement law ، ثم جاء بلانك واضعا نهاية لكل البحوث عن إشعاع الجسم الأسود ، وأوجد العلاقة الصحيحة بين الطاقة المشعة E_λ عند طول موجة معينة λ على امتداد الطيف على الصورة :

$$E_\lambda = \frac{2 \pi c^2 h}{\lambda^3} \left(\frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1} \right) \qquad (26 - 1)$$

حيث T درجة الحرارة المطلقة للجسم ، c سرعة الضوء ، k ثابت بولتزمان ، h ثابت بلانك . ومن خلال تفكير بلانك لوضع الأساس الرياضي للمعادلة السابقة توصل إلى فكرة كمة الطاقة energy quantum ، وأن الجسم الساخن لا ينفث طاقته الإشعاعية بشكل متصل دائما ، تخرج الطاقة من الجسم إشعاعا متقطعا على شكل نبضات منفصلة ، لكل منها طاقة محددة سميت كل نبضة منها " كمة " وهي غير قابلة للتجزئة . وأن كمية الطاقة التي تحتويها هذه الكمة تتناسب طرديا مع ترددها υ . أي أن كمة الإشعاع لا تمتلك طاقة فحسب وإنما تتميز أيضا بتردد معين .

وأما عن كيفية خروج هذه الكمات من المتذبذبات التي اعتبرها بلانك ذرات الجسم الساخن ، فلا يسمح المجال هنا بذكر تفصيلات نظرية بلانك ، ونكتفي هنا بذكر الفرض الأساسي للنظرية الكمية وهو ما قلب الفيزياء الكلاسيكية رأسا على عقب .

٢٦ / ٢ – الفرض الكمي :

افترض بلانك أن أي متذبذب أو نظام مهتز لا يمكنه الاهتزاز بأية طاقة فإذا كان تردده الطبيعي υ فإنه يهتز فقط عند طاقات قدرها E وليس عند غيرها ، حيث :

$$E = n h \upsilon \qquad (26 - 2)$$

ويسمى n بالعدد الكمي quantum number ويأخذ القيم ، $n = 0 , 1 , 2 , 3 , \ldots$

أما الثابت h والذى سمى بثابت بلانك فقد وجد أنه لكى تتفق النظرية مع التجربة ، ولكى يتطابق طيف الإشعاع المستنتج نظريا مع الطيف المناظر له والمقاس عمليا ، يجب أن يكون مقدار الثابت h هو :

$$h = 6.26 \times 10^{-34} \quad J\ s$$

وبالرغم من نجاح فكرة بلانك فى حل مشكلة الإشعاع الحرارى ، إلا أنه لم يجد أى نظام مهتز معروف يمكن أن تطبق عليه هذه الفكرة ، فإذا اعتبرنا مثلا بندولا تردده الطبيعى $\upsilon = 1$ هرتز وكتلة كرته $m = 0.1 \quad K_g$

تكون الطاقة الكلية للبندول mgH حيث H هو الارتفاع الذى يصل إليه ثقل البندول . وباعتبار نظرية بلانك تكون هذه الطاقة مكماة ، أى أنها يجب أن تكون $h\upsilon$, $2h\upsilon$, $3h\upsilon$ ، ولا شىء بين هذه الكميات ، وعلى ذلك تتأرجح كرة البندول بين الارتفاعات :

$$H_1 = \frac{h\upsilon}{mg} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 1}{0.1 \times 9.8} = 6.7 \times 10^{-34}\ m$$

$$H_2 = \frac{2h\upsilon}{mg} = 13.4 \times 10^{-34}\ m\ , \ ......$$

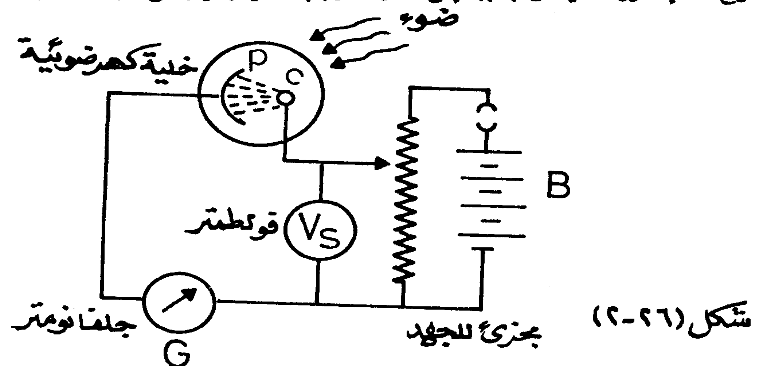
ويجب ملاحظة أن الفروق بين الارتفاعات المتتالية للذبذبات أصغر من أن يقاس بالأجهزة المعملية . وعلى ذلك ففكرة بلانك بأن الطاقة عبارة عن كمات لا تصلح للتطبيق فى الفيزياء الكلاسيكية ، إذ لا يوجد فى قوانين نيوتن ما يمنع أى متذبذب من أن يكتسب أو يفقد طاقة بأى قدر كان . هذا وإن كنا سنرى مدى أهمية فرض بلانك عند معالجة ميكانيكا الكم والفيزياء الحديثة .

٣/٢٦- ظاهرة الانبعاث الكهرضوئي :

استنادا إلى النظرية الكمية لبلانك استطاع إينشتين أن يعطى تفسيرا لظاهرة الانبعاث الكهرضوئى ، التى اكتشفها هرتز والذى كان يجرى تجارب على إنتاج الأمواج اللاسلكية عن طريق إحداث شرارة بين قطبين ، فلاحظ أن إسقاط ضوء على أى قطب منها

يساعد على حدوث الشرارة بينها . وأثبتت التجارب الدقيقة بعد ذلك أن سقوط الضوء على سطح جسم يمكنه من إخراج إلكترونات من الجسم ، وأن طاقة الحركة لهذه الإلكترونات تزداد بزيادة تردد الضوء الساقط .

ويبين الشكل (٢٦ - ٢) الجهاز المستخدم عادة لدراسة ظاهرة الانبعاث الكهرضوئى ، فعندما يسقط ضوء على اللوح المعدنى P داخل الخلية الكهرضوئية المفرغة من الهواء ، تخرج منه إلكترونات يمكن جذبها إلى الأنود الموجب C ليمر تيار فى الجلفانومتر G .

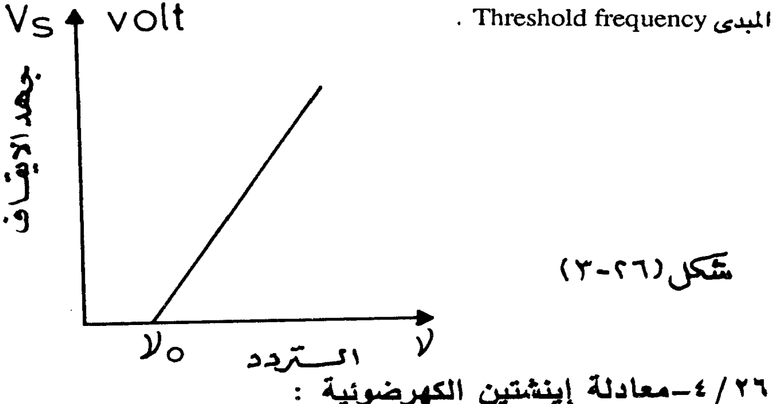


شكل (٢٦-٢)

ولتعيين طاقة حركة الإلكترونات المنبعثة من اللوح المعدنى P . يعكس قطبى البطارية B بحيث يكون القطب السالب متصلا بالأنود C والقطب الموجب متصلا باللوح P . وجود جهد سالب على C يؤثر على الإلكترونات المنبعثة من P بقوة تنافر تعمل على إعاقة حركة التيار الإلكترونى ، ويمكن إيقاف الإلكترونات تماما مع عدم ظهور أى انحراف فى الجلفانومتر إذا أصبح للجهد قيمة معينة تسمى بجهد الإيقاف V_s Stopping potential وتحسب طاقة الإلكترون حينئذ عند انبعاثه من السطح بالكمية eV_s .

وقد وجد بالتجربة أن جهد الإيقاف V_s لا يعتمد على الشدة الضوئية ، وإنما يعتمد على التردد الموجى υ للضوء الساقط ، وبتغيير التردد مع إعادة قياس جهد الإيقاف وجدت زيادة طردية للجهد مع زيادة التردد كما مبين بالشكل (٢٦ - ٣). ويلاحظ أنه بالنسبة

لترددات أقل من υ_0 لا يمكن للضوء أن يخرج إلكترونات من المادة ويسمى هذا التردد بتردد المبدى Threshold frequency .



شكل (٢٦-٣)

٢٦ / ٤-معادلة إينشتين الكهرضوئية :

استخدم إينشتين النظرية الكمية لبلانك ، واعتبر أن الضوء مكون من كمات من الطاقة سميت فوتونات ، وأن طاقة الفوتون وفقا للنظرية الكمية هى $h\upsilon$ حيث υ هو تردد الضوء الساقط .

عندما يصطدم فوتون بسطح فلز فإنه يعطى طاقته كلها لأحد الإلكترونات ، الذى يستطيع عندئذ أن يقفز حاجز الجهد السطحى ويصير حرا . وتسمى الطاقة اللازمة لتحرير الإلكترون من ذرات المادة بدالة الشغل الكهرضوئى Photoelectric work function .

أما ما يتبقى من الطاقة التى يكون الإلكترون قد اكتسبها من الفوتون ، فإنها تظهر على شكل طاقة حركة وتساوى $\frac{1}{2} m v^2$ حيث v هى السرعة التى ينطلق بها الإلكترون عند خروجه من السطح .

ويمكن وضع ذلك فى معادلة رياضية أحد طرفيها طاقة الفوتون $h\upsilon$ وطرفها الآخر دالة الشغل الكهرضوئى مضافا إليها طاقة حركة إلكترون . أى أن :

$$h\upsilon = \varnothing + \frac{1}{2} m v^2 \qquad (26 - 3)$$

وهى معادلة إينشتين الكهرضوئية .

إذا كانت طاقة الفوتون $h\upsilon$ تكاد تكفى لإخراج الإلكترون من السطح دون أن تعطيه أى طاقة تصير المعادلة (3 - 26)

$$h\,\upsilon_0 = \emptyset \tag{26 - 4}$$

وهذا يوضح سبب وجود تردد مبدى υ_0 للضوء الساقط ، إذا نقص تردد الفوتون عنه لا يستطيع الإلكترون مغادرة المادة . وتكتب المعادلة (3 - 26) على الصورة :

$$h\upsilon = h\,\upsilon_0 + \frac{1}{2}\,m\,v^2 \tag{26 - 5}$$

أو على الصورة :

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}\,m\,v^2 \tag{26 - 6}$$

مثال(٢٦-١) :

يسقط ضوء طوله الموجى 5000 إنجستروم على سطح مادة جهد الإيقاف لها 0.6 فولط . أوجد دالة الشغل ؟

الحل :

من المعادلة (4 - 26) وبوضع طاقة حركة الإلكترون $\frac{1}{2}\,m\,v^2$ مساوية eV

$$\frac{hc}{\lambda} = \emptyset + e\,V \tag{26 - 7}$$

$$\frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{5 \times 10^{-7}} = \emptyset + 0.6 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\therefore\ \emptyset = 1.9\ e\,V$$

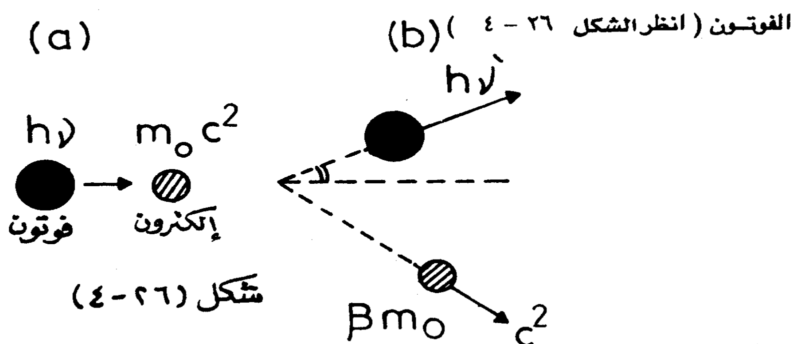
٢٦ / ٥- ظاهرة كومتون :

تعد ظاهرة كومتون أول إثبات عملى لكمة الضوء ووجود فوتونات بها طاقة كل منها $h\upsilon$. كان كومتون يدرس تشتت الأشعة السينية على هدف من الجرافيت . ونظرا لأن الضوء

وأشعة x كلاهما من الموجات الكهرمغناطيسية ، لذلك يمكن اعتبار أن هذه الأشعة مكونة من فوتونات ، ويمكن معاملتها كجسيمات كتلة كل منها $h\upsilon / c^2$ وفقا لمعادلة إينشتين لتكافؤ المادة والطاقة ، وتكون كمية حركة كل فوتون $h\upsilon / c$.

عند تصادم فوتون وإلكترون تطبق قوانين التصادم المرن ، مع مراعاة صحة قانونى بقاء المادة أو الطاقة وكمية الحركة .

نفرض أن الفوتون $h\upsilon$ يصطدم مع إلكترون ساكن كتلته الساكنة m_0 . يتشتت الفوتون ويقل تردده من υ إلى υ' ، بينما يكتسب الإلكترون طاقة حركة استمدها من طاقة الفوتون (انظر الشكل ٢٦ - ٤)



شكل (٢٦ - ٤)

ونطبق هنا قواعد النظرية النسبية على حركة الإلكترون ، إذ أن سرعته تكون كبيرة وبذلك يعطى قانون بقاء المادة أو الطاقة قبل وبعد التصادم المعادلة :

$$h\upsilon + m_0 c^2 = h \upsilon' + \beta m_0 c^2 \qquad (26 - 8)$$

حيث : $\beta = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ، v هى سرعة الإلكترون بعد التصادم . أما إذا طبقنا القانون كلاسيكيا فيكتفى بمساواة الطاقة المفقودة من الفوتون بالطاقة المكتسبة من الإلكترون ، أى أن

$$\frac{1}{2} mv^2 = h (\upsilon - \upsilon') \qquad (26 - 9)$$

تطبيق قانون بقاء كمية الحركة يستلزم تساوى المتجه الابتدائى لكمية حركة الفوتون مع متجهى كمية حركة الإلكترون والفوتون بعد التصادم . ويبين الشكل (٢٦ - ٥) رسم

متجهات كمية الحركة .

شكل (٢٦ - ٥)

وبتطبيق قاعدة جيب التمام على مثلث المتجهات نحصل على :

$$(m_0 v)^2 = \left(\frac{h\upsilon}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\upsilon`}{c}\right)^2 - 2\,\frac{h\upsilon}{c}\cdot\frac{h\upsilon`}{c}\cos\theta \qquad (26 - 10)$$

وبوضع :

$$\upsilon` = \upsilon - \Delta\upsilon \qquad (26 - 11)$$

وفك المعادلة واختصار الحد فى $(\Delta\upsilon / \upsilon)^2$ لأنه كمية صغيرة من الدرجة الثانية نحصل على :

$$\frac{1}{2}\, m_0 v^2 = \frac{1}{m_0}\left(\frac{h\upsilon}{c}\right)^2\left(1 - \frac{\Delta\upsilon}{\upsilon}\right)(1 - \cos\theta) \qquad (26 - 12)$$

ولكن باستخدام معادلة (9 — 26) نجد أن :

$$\Delta\upsilon = \frac{h\upsilon^2}{mc^2}\left(1 - \frac{\Delta\upsilon}{\upsilon}\right)(1 - \cos\theta) \qquad (26 - 13)$$

ويمكن وضع هذه المعادلة على الصورة :

$$\frac{c\,\Delta\upsilon}{\upsilon(\upsilon - \Delta\upsilon)} = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \qquad (26 - 14)$$

$$\frac{c}{\upsilon - \Delta\upsilon} - \frac{c}{\upsilon} = \frac{c\,\Delta\upsilon}{\upsilon(\upsilon - \Delta\upsilon)} = \frac{c}{\upsilon`} - \frac{c}{\upsilon} = \lambda` - \lambda \qquad (26 - 15)$$

حيث λ , $\lambda`$ هما طولا موجة الفوتون قبل وبعد التصادم .

وعلى ذلك استنتج كومتون أن تصادم الفوتون مع إلكترون يسبب نقصا فى طول

موجته بمقدار $\Delta\lambda$ حيث :

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \qquad (26 - 16)$$

ويمكن إثبات أنه باستخدام السرعات النسبوية مع تطبيق النظرية النسبية ، تظل المعادلة (16 - 26) صحيحة ولا تتغير .

مثال(٢٦-٢) :

يتصادم فوتون طاقته 1.6×10^{8} إلكترون فولط مع بروتون ساكن فينحرف بزاوية 45°، ما هى طاقة الفوتون بعد التصادم ؟

الحل :

نوجد التغير فى طول موجة الفوتون بعد التصادم باستخدام المعادلة(16 - 26) مع التعويض بدلا من m كتلة البروتون . ونوجد بعد ذلك التردد الجديد للفوتون ومنه نوجد طاقته $h\upsilon'$ وبالحساب نجد أن طاقة الفوتون بعد التصادم = 1.5×10^{8} إلكترون فولط ؟

٦/٢٦ – فرض دي برولي للأمواج والجسيمات

(De Broglie Assumpsion)

رأينا من ظاهرة كومتون ومن الخاصية الكهرضوئية أن فوتونات الضوء يمكن أن تتصرف تحت ظروف معينة ، كما لو كانت جسيمات . وقد يكون غريبا بعض الشىء فرض وجود طبيعة ثنائية للموجات الكهرمغناطيسية ، فهى عند التعامل مع المادة تبدو كجسيمات ، وعندما تنتشر وتتداخل تبدو كأمواج .

يميز الأمواج الكهرمغناطيسية فى حالتها الموجية طول موجى λ وتردد υ يرتبطان بسرعة الأمواج c بالمعادلة :

$$c = \lambda\,\upsilon \qquad (26 - 17)$$

وعندما نصف الضوء بالجسيمية يكون لكل جسيم طاقة E وكمية حركة P حيث :

$$P = mc = \frac{E}{c} \qquad (26 - 18)$$

وتعبر m عن الكتلة المكافئة لطاقة الجسيم وتساوى $h\upsilon / c^2$ حيث طاقة الجسيم هى :

$$E = h\,\upsilon \qquad (26 - 19)$$

من المعادلات السابقة ، وجد دى برولى أن جسيما كتلته m ويتحرك بسرعة v ، يمكن معاملته كموجة ترددها υ وطولها الموجى λ يعطيان بالمعادلتين :

$$\upsilon = \frac{mc^2}{h} \qquad (26 - 20)$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} \qquad (26 - 21)$$

ومن الواضح أنه لا يمكن تطبيق فروض دى برولى هذه على حركة الأجسام الكلاسيكية ، إذ بالحساب نجد أن طول الموجة المصاحبة لحركة كرة بندول مثلا تكون من الصغر ، بحيث لا يمكننا تصور أى جهاز يستطيع قياسها .

أما إذا اعتبرنا إلكترونا مثلا سقط فى فرق جهد V ، فإنه يكتسب طاقة E حيث :

$$E = \frac{1}{2}\, m\, v^2 = eV \qquad (26 - 22)$$

وتكون كمية حركته :

$$P = mv = (2\, e\, m\, V)^{\frac{1}{2}} \qquad (26 - 23)$$

وتكون طول موجة دى برولى المصاحبة للإلكترون هى :

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \frac{h}{\sqrt{2\, m\, e\, V}} \qquad (26 - 24)$$

فإذا كان فرق الجهد $V = 100$ volt تكون طول موجة دى برولى للإلكترون هى :

$$\lambda = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{(2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 100)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= 1.23 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

وهذا الطول يقارب الأطوال الموجية للأشعة السينية :

٢٦/٧- تجربة دافيسون وجيرمر

(Davison and Germer Experiment)

تعد تجربة دافيسون وجيرمر على حيود الإلكترونات أول دليل عملى على الطبيعة المزدوجة للجسيمات ، وأول تحقيق لفرض دى برولى .

يوضح الشكل (٢٦ - ٦) رسما تخطيطيا للتجربة : حيث تنبعث الإلكترونات من فتيل ساخن، ثم تعجل الإلكترونات بواسطة فرق جهد V يوضع على ألواح المدفع الإلكترونى . تخرج حزمة من الإلكترونات طاقتها e V لتسقط عموديا على سطح بلورة من النيكل ، فتتشتت الإلكترونات فى جميع الاتجاهات .

نعين شدة شعاع الإلكترونات المستطارة فى اتجاه معين بالسماح لهذا الشعاع بدخول غرفة تأين ، فيحدث فيها تيار كهربى يمكن قياسه بواسطة جلفانومتر حساس . ويمكن دوران غرفة التأين زاوياً لتغيير الزاوية θ ، مع قياس شدة الاستطارة كدالة لزاوية الاستطارة θ . كما يمكن تغيير فرق الجهد الذى تسقط خلاله الإلكترونات فى المدفع الإلكترونى وذلك لتغيير كمية حركتها . وقد وجد بالتجربة أنه عند فرق جهد معين (54 فولط) يحدث انعكاس قوى للإلكترونات عند زاوية استطارة 50° ، وبحساب سرعة الإلكترونات من المعادلة :

فتيل
مدفع إلكترونى
e^-
جلفانومتر
غرفة تأين
θ
بلورة من النيكل

شكل (٢٦ - ٦)

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V$$

نوجد كمية حركة الإلكترونات

$$P = mv = \sqrt{2 m e V} \qquad (26 - 25)$$

وباعتبار بلورة النيكل محزوز حيود المسافة بين مستوياته الذرية

$$d\ (hk\ell) = 2.15\ A^0$$

وباعتبار الطبيعة الموجية للإلكترونات وأن طول الموجة المصاحب لها هو λ_e ، وبتطبيق قانون براج للتداخل الضوئى نجد أنه فى حالة السقوط العمودى للأشعة يكون القانون :

$$d\ (hk\ell)\ \sin\theta = n\ \lambda_e \qquad (26 - 26)$$

وبالحساب وجد أن طول الموجة الإلكترونية بتطبيق قانون براج لحيود الأشعة هو :

$$\lambda_e = 2.15\ \sin 50^0 = 1.65\ \text{Å}$$

وبتطبيق فرض دى براولى

$$\lambda_e = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{(2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 54)^{\frac{1}{2}}}$$

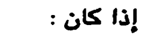
نحصل على $\lambda_e = 1.67\ \text{Å}$ وهذه القيمة تطابق ما تم قياسه بطول موجة الإلكترونات باستخدام قانون براج مما يحقق فرض دى براولى .

٢٦/٨- مبدأ عدم التحديد لهيزنبرج

(Heisenberg Uncertainty Principle)

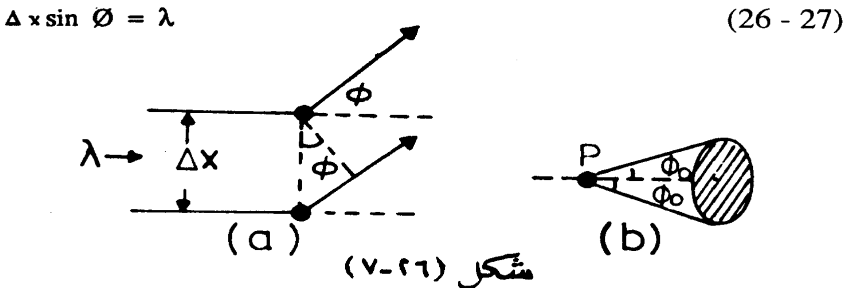
عندما عالجنا مسألة المكان وكمية حركة جسم فى الميكانيكا النيوتونية ، كنا نفترض دائما إمكان تحديدهما بدقة بالغة . ولكن وجد هيزنبرج أن ذلك غير ممكن فى ميكانيكا الكم عند معالجة حركة الجسيمات الصغيرة . فإذا أردنا مثلا أن نحدد مكان جسيم ما فإننا نسقط عليه بعض فوتونات من الضوء تصطدم بالجسيم، وترتد منه إلى أداة تحديد المكان ، كالعين مثلا وبذلك يمكن تحديد مكان الجسيم .

وإذا أردنا التمييز بين جسيمين يبعدان عن بعضهما مسافة Δx ، يجب أن نستخدم ضوءا له طول موجة λ قصيرة بدرجة تسمح برؤية حيود الضوء بين الجسيمين . ومن الشكل (٢٦ - ٧)، وبتطبيق قانون الحيود داخل فتحة فإننا نحصل على تداخل تقوية،



إذا كان :

$$\Delta x \sin \varnothing = \lambda \qquad (26 - 27)$$



شكل (٢٦-٧)

وإذا كانت زاوية الرؤية للجسيم عند النقطة P هى $2\varnothing_o$ فإننا سوف نرى الجسيم فقط إذا ما كانت $\sin \varnothing \leq \sin \varnothing_o$. أى عندما تكون :

$$\Delta x \geq \frac{\lambda}{\sin \varnothing_o} \qquad (26 - 28)$$

تعطى هذه المعادلة الشرط اللازم لكى نرى بوضوح المسافة Δx بين الجسيمين . وهى تبين أيضا مقدار عدم التحديد فى موضع جسيم عند النقطة P داخل المسافة Δx .

يتضح من طريقة تحديد مكان جسيم ضرورة اصطدام فوتون به ليرتد إلى جهاز الرؤية أى أننا وفقا لظاهرة كومتون ننقل جزءا من طاقة الفوتون إلى الجسيم المراد تحديد مكانه . فإذا كانت كمية الحركة الكلية للفوتون P_o تكون أكبر كمية حركة يمكن نقلها للجسيم أثناء عملية القياس هى :

$$\Delta P = P_o \sin \varnothing_o \qquad (26 - 29)$$

وعلى ذلك فلقياس موقع جسيم بدرجة دقة Δx نكون قد أحدثنا تغيرا فى كمية حركته بمقدار ΔP . ومن معادلتي (28 - 26) ، (29 - 26) وباستخدام فرض دى برولى $P_o = h / \lambda$ نحصل على :

$$\Delta x \quad \Delta P \geq h \qquad (26 - 30)$$

وتبين المعادلة (30 - 26) قاعدة عدم التحديد لهيزنبرج ، وتنص على أنه كلما ازداد التحديد فى قياس موضع الجسيم (Δx صغيرة) كلما ازداد عدم التحديد فى قياس كمية حركته (ΔP كبيرة) ويساوى حاصل ضربهما ثابت بلانك h .

٢٦ / ٩-الموجات الجسيمية ونظرية الاحتمال :

بعد أن ثبت عدم تحديد مكان وسرعة أى جسيم بدرجة كبيرة من الدقة ، كما هو الحال فى الميكانيكا الكلاسيكية ، وجب إدخال فكرة الاحتمال لوصف حالة الجسيم بكل الدقة الممكنة . فمن المعلوم من النظرية الموجية أن شدة الضوء عند نقطة ما ، تتناسب مع مربع سعة المركبة الكهربية عند هذه النقطة ، بينما إذا أردنا تعين هذه الشدة، من خلال النظرية الجسيمية للضوء فإن شدة الضوء تتعين بعدد الفوتونات التى تمر خلال وحدة المساحة العمودية على اتجاه الحركة فى وحدة الزمن . فللربط بين الطبيعتين الموجية والجسيمية لجسيم ما ، نفرض أن ψ هى سعة موجة دى برولى المصاحبة للجسيم . يتناسب مربع السعة مع احتمال مرور الجسيم فى وحدة المساحة العمودية على اتجاه الشعاع فى وحدة الزمن . وعلى ذلك يكون حاصل ضرب دالة الاحتمال فى المدى الواقع بين $(x+\Delta x)$, x هو احتمال وجود الجسيم فى المدى Δx. وواضح أن مجموع المقدار $(\psi^2 \ . \ \Delta x)$ لجميع قيم x يساوى الوحدة وبذلك نكون قد أوجدنا رابطة بين الطبيعتين الموجية والجسيمية للفوتون على الصورة " الشدة الموجية للفوتون عند نقطة ما تحدد احتمال وجوده عند هذه النقطة " ويعود ذلك الاكتشاف إلى ماكس بورن عام ١٩٢٦ ثم جاء شرودنجر بعد ذلك ليضع أساس الميكانيكا الموجية على شكل معادلته الشهيرة ، التى تعالج أمواج الاحتمال للفوتونات أو الجسيمات المختلفة ، وحينما تكون سعة الموجة كبير ، يكون احتمال وجود الجسيم كبيرا . وتلعب معادلة شرودنجر بالنسبة للإلكترونات نفس الدور الذى تلعبه معادلات ماكسويل بالنسبة للفوتونات .

ولهذه المعادلة أهمية كبرى عند معالجة التصرف الإلكترونى فى الذرات فعدم التحديد لموضع إلكترون الذرة يكون من الكبر ، بحيث يعادل تقريبا حجم الذرة كلها . وهذا يعنى أنه لا يوجد مسار محدد للإلكترون فى الذرة كما كانت تمليه النظريات الكلاسيكية . ولذلك فشلت نظرية بوهر (وسيأتى ذكرها فى الباب القادم) فى محاولة حل مسألة حركة الإلكترونات فى ذرات غير ذرة الهدروجين .

وخلاصة القول يمكن اعتبار أن الميكانيا الكلاسيكية هى تقريب جيد للميكانيكا الموجية ، طالما كان عدم التحديد فى المكان وكمية الحركة ليس كبيرا . فمثلا إذا اعتبرنا شعاع الإلكترونات فى أنبوبة تليفزيون، نجد أن عدم التحديد الكمى فى كمية حركتها صغير ، لدرجة تمكننا من وصف حركة هذه الإلكترونات بواسطة الميكانيكا الكلاسنيكية .
وأيضا من الناحية الأخرى فحركة جسم كبير - كسيارة مثلا نجد أن عدم التحديد الكمى لمكان السيارة المتحركة ، قد لا يصل إلى 10^{-18} مترا وهذه الكمية صغيرة جدا ، بحيث تصف المكيانيكا الكلاسيكية مثل هذه الأجسام وصفا كاملا .

مسائل على الفصل السادس والعشرين

١ - يصل للأرض من الشمس فيض من الطاقة قدره 10^3 واط/م٢ . أوجد عدد الفوتونات التى تسقط كل ثانية على متر مربع من سطح الأرض . (اعتبر طول موجة متوسطة للفوتونات 5000 إنجستروم) ؟

٢ - ما مقدار الطاقة الفوتونية للضوء الأخضر ؟ (طول موجته $\lambda = 5000 \ A^{o}$) .

٣ - الدالة الكهرضوئية لجسم ما 4.25 إلكترون فولط . ما أقصى طول موجى للضوء الذى يولد فوتو إلكترونات ؟

٤ - ما هى طاقة الحركة بالإلكترون فولط التى تصاحب الإلكترونات المنبعثة من مادة تظهر كهرضوئية عند الطول الموجى 5000 إنجسترم ، إذا سقط عليها ضوء طوله الموجى 3000 إنجستروم ؟

٥ - احسب كمية تحرك فوتون أشعة سينية طاقته 5×10^{4} إلكترون فولط ؟

٦ - أوجد طول موجة فوتون مشتت بزاوية 90^{o} نتيجة تصادمه مع إلكترون ، علما بأن طول موجة الفوتون قبل التصادم 0.1 إنجستروم ؟

٧ - أثبت أنه إذا كان الخطأ فى تحديد موقع جسيم مساوياً طول موجته فإن الخطأ فى سرعة الجسيم يساوى متوسط السرعة . أى أن الخطأ فى قياس السرعة يساوى 100% ؟

٨ - متذبذب تردده 2×10^{15} هرتز يتكون من كتلة 9.1×10^{-31} كيلو جرام تتصل بزنبرك . ماذا تكون سعة الذبذبة إذا كانت طاقة المتذبذب كمة واحدة ؟ وماذا تكون السعة إذا كانت الطاقة كمتين ؟

٩ - الفيض الكهربى لضوء ساقط على العين هو 1.2×10^{-8} واط/م٢ . أوجد عدد الفوتونات التى تدخل العين إذا كان قطر إنسان العين 0.7 سم اعتبر طول الموجة

المتوسطة للضوء 5000 إنجستروم) ؟

١٠ - فوتون طاقته الابتدائية 1.6×10^{8} إلكترون فولط ، يتصادم مع بروتون ساكن فينحرف البروتون بزاوية 45° . أوجد الطاقة النهائية للفوتون ؟

١١ - نبضة موجة راديو تستمر 0.001 ثانية ماذا يكون طول النبضة إذا كانت سرعة الضوء 3×10^{8} متر / ث ؟ وإذا اعتبرنا فوتوناً موجودا فى أى مكان داخل هذه النبضة فماذا يكون عدم التحديد فى كمية حركته ؟ وماذا يكون عدم التحديد فى تردد الفوتون ؟

الفصل السابع والعشرون
النظرية الذرية
(Atomic theory)

٢٧ / ١ - التركيب الذري للمادة :

ربما يكون اكتشاف الحركة البراونية عام ١٨٢٧ هو بدء الإشارة إلى ذرية المادة ، فقد لاحظ براون تحت الميكرسكوب حركة مستمرة لبعض حبوب اللقاح المعلقة فى الماء ، وأن هذه الحركة عشوائية ولاتعتمد على الزمن ، وتزداد عنفا برفع درجة الحرارة . وعلى ذلك فقد فسرت هذه الحركة بافتراض أن السائل يتكون من جزيئات صغيرة دائمة الحركة عشوائيا ، وتزداد طاقة حركتها برفع درجة الحرارة .

ثم جاء الدعم الثانى لذرية المادة من قوانين فارادای فى الكيمياء الكهربية ، والتى نصت على أن كمية العنصر المترسب على الإلكترود فى خلية التحليل الكهربى ، تتناسب مع كمية الكهرباء المارة فى الخلية . كما أن الكميات الكهربية المتساوية ترسب أعداداً متساوية من الجرامات المكافئة للعناصر المختلفة . وقد دفعت هذه القوانين فارادای إلى افتراض وجود كمية محددة من الكهرباء ، تصاحب ترسيب كل ذرة أحادية التكافؤ فى عملية التحليل الكهربى . فإذا فرضنا أنه فى زمن t ترسبت كمية من عنصر أحادى التكافؤ كتلتها W عندما يمر تيار كهربى I ، وإذا كان M هو الوزن الذرى للمادة فإن عدد الجرامات الجزيئية المرسبة فى هذا الزمن تكون W / M ، وإذا كان N عدد أفوجادرو يكون عدد الجزيئات المرسبة N (W / M) ، وإذا فرضنا أن وحدة شحنة e تكون الشحنة الكلية المارة فى الزمن t هى N e (W / M) وتساوى شدة التيار المار مضروبا فى الزمن I t وعلى ذلك يكون

$$N\ e = \frac{MI\,t}{W} \qquad (27 - 1)$$

ويمكن تحديد قيمة وحدة الشحنة e من المعادلة السابقة بمعرفة عدد أفوجادرو . وقد تحددت قيمة e بدقة كبيرة بعد ذلك بتجربة قطرة الزيت لمليكان .

اكتشف بعد ذلك النشاط الإشعاعى لبعض العناصر ، فكان دليلا مباشرا على ذرية

المادة ، ولم يبق شك فى مطلع القرن العشرين على أن ذرات المادة تتركب من شحنات موجبة وسالبة ، وأن التجاذب والتنافر بين هذه الشحنات هو أساس الخواص الفيزيائية والكيميائية للمواد . ونظراً لأن الإلكترونات توجد دائما فى جميع أشكال المادة ، لذلك فإن افتراض حركة تذبذبية للإلكترونات داخل الذرات تفسر انبعاث ضوء وأمواج كهرمغناطيسية من الذرات . ولكن ظل ترتيب الشحنات الموجبة والسالبة فى الذرة لغزا محيرا إلى أن أعلن رذرفورد عن اكتشاف الذرة النووية .

٢٧ / ٢- ذرة رذرفورد ذات النواة (Rutherford nuclear atom) :

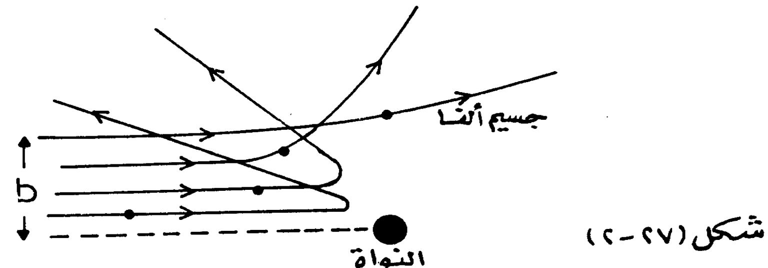
بعد أن اكتشف تومسون الإلكترون وضع نموذجا للذرة يعرف باسمه ، يفترض فيه أن الذرة كتلة كروية متجانسة من المادة عليها الشحنة الموجبة للذرة $+Ze$ حيث Z هو العدد الذرى . ويتوزع بداخلها الإلكترونات Ze – وهى الشحنات السالبة التى تحدث تعادلا مع الشحنات الموجبة للذرة . وافترض تومسون أن الإلكترونات تتواجد فى مواضع اتزان داخل السحابة من الشحنات الموجبة . وعندما تثار الذرة تتذبذب الإلكترونات حول مواضع اتزانها فتبعث ضوءا . ولكن لم يصادف هذا النموذج الذرى نجاحا ، إذ أنه لم يستطع تفسير ظهور خطوط الطيف لها مواقع محددة تماما فى طيف هذه المواد .

ثم جاء بعد ذلك رذرفورد معلنا الطبيعة النووية للذرة وأن كتلة الذرة مركزة تماما فى نواتها التى تحتوى أيضا على شحناتها الموجبة . كان رذرفورد يدرس تشتت جسيمات ألفا عند تصادمها برقائق من الذهب بجهاز كالمبين بالشكل (٢٧ – ١) ويتركب من مصدر مشع لجسيمات ألفا S . يخرج منه حزمة من الجسيمات لتصدم رقيقة من الذهب F . تتشتت الجسيمات بعد خروجها من الرقيقة F فى جميع الاتجاهات ، ويمكن بواسطة جهاز كشاف

شكل (٢٧-١)

D تحديد اتجاهات الجسيمات المشتتة وكذلك عددها . وبدهى أن إجراء التجربة يجب أن يتم فى الفراغ حتى لا تتشتت جسيمات ألفا بتصادمها مع جزيئات الهواء .

وجد رذرفورد أن معظم الجسيمات مرت خلال ذرات الذهب دون أن تعانى انحرافا كبيرا ولكن يوجد دائما بعض الجسيمات تنحرف بزوايا كبيرة يصل بعضها إلى أكبر من 90° أى أن الجسيم يرتد فى عكس اتجاه حركته الأصلية ، كما فى الشكل (٢٧ – ٢) .



شكل (٢٧ - ٢)

ونظرا لأن جسيم ألفا هو فى حقيقته نواة ذرة هيليوم وأن كتلته بضعة آلاف من المرات كتلة الإلكترون ، لذلك لايمكن أن يحدث هذا الانحراف الكبير للجسيم بمجرد تصادمه مع إلكترونات الذرة ، وأيضا فإن السمك الصغير جدا – لرقيقة الذهب التى يخترقها الجسيم – لا يسمح بافتراض حدوث تصادمات متتابعة تحدث هذا الانحراف الكبير ، الذى قد يصل إلى حد الارتداد الكامل . وعلى ذلك وضع رذرفورد نموذجه للتركيب الذرى مستندا إلى الفروض الآتية :

١ – إن الذرة عبارة عن فراغ بداخله نواة تتركز فيها كتلة الذرة ، وهى التى تسببت فى ارتداد جسيم ألفا عندما اصطدم بها .

٢ – كل الشحنة الموجبة فى الذرة توجد فى نواتها .

٣ – تحيط الإلكترونات بالنواة وتتحرك فى مسارات حولها ، حتى لاتسقط فيها بفعل القوى الكولومية .

٤ – يمكن تشبيه النواة بالنظام الشمسى ، حيث تلعب النواة دور الشمس وتلعب

٢٧/٣- طيف الهيدروجين والخطوط الطيفية

(Hydrogen Spectrum)

عند دراسة أطياف الانبعاث لذرات العناصر المختلفة ، وجد أن كل مادة يميزها مجموعة من خطوط الطيف ذات ألوان مختلفة . ونظرا لكون الهيدروجين أبسط العناصر جميعها – إذ يحتوى على إلكترون واحد فى ذرته – لذلك تعرض لبحوث طيفية مستفيضة ، ثبت بعدها أن طيف الهيدروجين يحتوى على مجاميع من خطوط الطيف ، يبدو لكل مجموعة نوع محدد من النظام يمكن وصفه بعلاقة رياضية بسيطة ، وقد كان بالمر أول من اكتشف علاقة بين طول الموجة λ لخطوط الطيف والمسافات بين الخطوط فى أحد هذه المجموعات الطيفية ، ولذلك سميت هذه المجموعة بمسلسلة بالمر Balmer series والتى أمكن وصفها بالمعادلة :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \qquad (27 - 2)$$

حيث R_H ثابت يعرف بثابت رايدبرج قيمته $10^7 x 1.0974$ / متر

أما n فهو عدد صحيح أكبر من ٢ ويأخذ القيم ...... $n = 3, 4, 5$ ، وبالتعويض عن n بأى من قيمها نحصل على خط طيفى فى مجموعة بالمر . وتقترب الخطوط من بعضها كلما كبرت قيمة n ، وتصل إلى نهاية السلسلة عند طول موجة 3647 إنسجترم عندما تؤول n إلى مالا نهاية . ويوضح الشكل(٢٧ – ٣)متسلسة بالمر فى طيف الهيدروجين. وقد وجد فيما بعد متسلسلات أخرى فى طيف الهيدروجين تقع مثلا متسلسلة باشن فى منطقة تحت الحمراء ، ومتسلسلة ليمان فى منطقة فوق البنفسجي

شكل (٢٧-٣)

وقد أمكن وضع جميع هذه المتسلسلات في علاقة رياضية واحدة هى :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \qquad (27 - 3)$$

حيث m , n أعداد موجبة صحيحة ، m أكبر من n .

وليس من قبيل المصادفة أن تنطبق هذه المتسلسلات على صورة فرق بين حدين . وسنرى فيما بعد أن الفرق بين أى من هذين الحدين يعطى فرقا بين مستويى طاقة إلكترونية فى الذرة . فإذا اعتبرنا $E = h\upsilon$, $C = \upsilon\lambda$ يمكن كتابة المعادلة (3 - 27) على الصورة :

$$E_{n \to m} = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} = R_H h c \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \qquad (27 - 4)$$

حيث $E_{n \to m}$ هو طاقة الفوتون المشع من الذرة ، عندما تنتقل من مستوى الطاقة n إلى المستوى m . وعلى ذلك استخلص بوهر فيما بعد أن طاقة المستوى n للطاقة هو

$$E_n = - R_H \frac{hc}{n^2} \qquad (27 - 5)$$

٢٧ / ٤-نظرية بوهر : Bohr theory

لم يعط نموذج رذرفورد للذرة النووية أية بيانات عن ترتيب إلكتروناتها أو تحركاتها ، وكانت المشكلة هى كيف تتزن الشحنات السالبة والموجبة فى النواة . فإذا كانت الإلكترونات ساكنة فإن القوى الكولومية لابد وأن تؤدى إلى سقوط الإلكترونات بالنواة وإذا كانت تتحرك حركة دائرية حول النواة ، لكى يحدث اتزان حركى بين القوة الكولومية والقوة الطاردة المركزية ، فإننا بتطبيق الميكانيكا الكلاسيكية نحصل على :

$$\frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad (27 - 6)$$

حيث v سرعة الإلكترون فى مساره الدائرى ، r نصف قطر المسار .

ولكن تطبيقا للنظرية الكهرمغناطيسية فإن حركة الإلكترون يصاحبها عجلة ثابتة نحو

مركز الحركة ، وعلى ذلك لابد للطاقة من أن تشع فتتناقص لذلك سرعة الإلكترون ، الذى يتحرك حينئذ فى مسار حلزونى ينتهى به آخر المطاف للسقوط فى النواة . وواضح أن ذلك لايحدث .

هناك إذن خطأ فى تطبيق الميكانيكا الكلاسيكية فى هذه الحالة وهذا ماصححه بوهر بوضع بعض الفروض تعرف باسمه وهى :

١ - مسارات الإلكترونات وطاقتها فى الذرة النووية مكماة quantized ، بمعنى أن الإلكترون لايستطيع أن يتحرك إلا فى واحد من مجموعة مسارات تسمى بالمسارات الموقوفة stationary orbits ، ولايشع الإلكترون طاقة كهرمغناطيسية أثناء وجوده فيها ، بخلاف ماتمليه النظرية الكلاسيكية .

٢ - يمكن تطبيق قوانين الميكانيكا الكلاسيكية على حركة الإلكترون فى مساره الموقوف فقط ، ولكنها لاتنطبق عندما يقفز الإلكترون من مسار إلى آخر .

٣ - عندما يقفز الإلكترون من مداره الموقوف إلى مدار آخر طاقته أقل ، ينبعث كم من الطاقة على شكل فوتون ضوئى طاقته تساوى الفرق بين مستويى طاقة المدارين E_2 & E_1 . أى أن :

$$E_1 - E_2 = h\upsilon \qquad (27-7)$$

وقد وضع بوهر هذا الفرض استنادا إلى ماتم اكتشافه من متسلسلات فى طيف ذرة الهيدروجين ، واعتباره أن الخطوط الطيفية تنشأ عن انتقال الإلكترون من حالة موقوفة إلى حالة أخرى .

٤ - افترض بوهر أن مسارات إلكترون ذرة الهيدروجين دائرية حول النواة ، وأن كمية الحركة الزاوية L هى دائما عدد صحيح من الكمية الطبيعية $h/2\pi$ ، أى أن

$$L = nh/2\pi \qquad n = 1, 2, 3 .....$$

وقد استند بوهر فى هذا الفرض على النظرية الكمية لبلانك ، وبذلك تعتبر نظرية بوهر نصف كلاسيكية ، حيث إنه استخدم فيها جانبا كلاسيكيا وجانباً حديثاً .

٢٧ / ٥ - مستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين

يتحرك الإلكترون الوحيد فى ذرة الهيدروجين فى مسار دائرى حول النواة ، التى تتكون من بروتون واحد، بسرعة v ، نفرض أن نصف قطر المسار r . شكل (٢٧ – ٤) .

شكل (٢٧-٤)

كمية الحركة الزاوية للإلكترون هى :

$$mvr = m r\omega^2 = \frac{nh}{2\pi} \qquad (27 - 8)$$

حيث n عدد كمى يأخذ القيم 1 ، 2، 3 ، .... ، h ثابت بلانك

تتزن القوة الكولومية بين الإلكترون والبروتون ، مع القوة الطاردة المركزية الناتجة عن الحركة الدائرية للإلكترون .

$$\therefore \frac{mv^2}{r} = m r\omega^2 = \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \qquad (27 - 9)$$

من المعادلتين (8 - 27) ، (9 - 27) نحصل على نصف قطر مسار الإلكترون .

$$r_n = \frac{4\pi \varepsilon_0 n^2 h^2}{m e^2} \qquad (27 - 10)$$

حيث $h = h / 2\pi$ وتساوى $10^{-34} \times 1.06$ جول . ثانية ، وتسمى عادة " h - bar "وتستخدم كثيرا على هذه الصورة فى ميكانيكا الكم .

وعند وضع $n = 1$ فى المعادلة (10 - 27) نحصل على نصف قطر المسار الداخلى للإلكترون ويسمى نصف قطر بوهر r_0 حيث بالتعويض بقيم الثوابت فى المعادلة نجد أن :

$$r_0 = 0.5293 \text{ Å}$$

ولإيجاد الطاقة الكلية للإلكترون فى المسار نوجد طاقة حركته وطاقة موضعه :

طاقة الحركة باستخدام المعادلة(9 - 27) هى :

$$KE = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{e^2}{8 \pi \varepsilon_0 r} \qquad (27 - 11)$$

طاقة الموضع هى $-eV$ حيث :

$$V = \frac{e}{4\pi \varepsilon_0 r} \qquad (27 - 12)$$

وعلى ذلك تكون الطاقة الكلية للإلكترون فى مسار نصف قطر r هى :

$$E = \frac{e^2}{8 \pi \varepsilon_0 r} - \frac{e^2}{4 \pi \varepsilon_0 r} = - \frac{e^2}{8 \pi \varepsilon_0 r} \qquad (27 - 13)$$

وبالتعويض من المعادلة (10 - 27) تكون طاقة المسار E_n هى :

$$E_n = - \frac{m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2 n^2} \qquad (27 - 14)$$

وبوضع $n = 1$ والتعويض بقيم باقى الثوابت ، نحصل على قيمة الطاقة E_1 لأول مسار أى أول مستوى طاقة إلكترونية فى ذرة الهيدروجين .

$$E_1 = -2.18 \times 10^{-18} \text{ J}$$

$$= - 13.6 \text{ ev}$$

وعلى ذلك تكون طاقة المستويات الأخرى هى :

$$E_n = - \frac{13.6}{n^2} \text{ ev} \qquad (27 - 15)$$

٢٧/٦– طيف ذرة الهيدروجين أو ذرة الإلكترون الواحد :

تبعا لفروض بوهر يمكن للإلكترون أن ينتقل من مساره الداخلى إلى مسار خارجى مع امتصاص بعض الطاقة ، ويقال للذرة عندئذ : إنها مثارة . وإذا عاد الإلكترون لمساره الابتدائى تشع الذرة كمية من الطاقة على شكل فوتون تردده υ حيث تنطبق معادلة إينشتين :

$$h \upsilon = E_1 - E_2 \qquad (27 - 16)$$

ويرمز هنا بالكميتين E_1 ، E_2 لمستويى الطاقة الإلكترونية اللذين يميزهما العددان الكميان n، m . وباستخدام المعادلة (4 - 27) نحصل على تردد الفوتون المنبعث من الذرة

المثارة على الصورة :

$$\upsilon = \frac{E_1 - E_2}{h} = \frac{me^4}{8\,\varepsilon_0^2\,h^3}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (27 - 17)$$

ويصير العدد الموجى للفوتون :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\upsilon}{c} = \frac{me^4}{8\,\varepsilon_0^2\,h^3\,c}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (27 - 18)$$

وتتشابه رياضيا هذه المعادلة تماما مع المعادلة (3 - 27) التى تعطى المتسلسلات الطيفية ، ويمكن التثبت من وجه الشبه بمقارنة القيمة العددية لثابت رايدبرج R_H فى المعادلة (3 - 27) مع القيمة العددية للمعامل فى المعادلة (18 - 27)، وقد وجد أنهما متساويان ، حيث إن :

$$\frac{me^4}{8\,\varepsilon_0 h^3 c} = R_H \qquad (27 - 19)$$

$$= 1.09737 \times 10^7\ m^{-1}$$

عند تغير قيم الأعداد الكمية m ; n فى المعادلة (18 - 27) نحصل على جميع الخطوط الطيفية فى المتسلسلات . ويمكن توضيح كيفية انبعاث خطوط الطيف من الذرة المثارة ، باعتبار مستويات الطاقة الإلكترونية فى الذرة ، كما مبين بالشكل (٢٧ – ٥) .

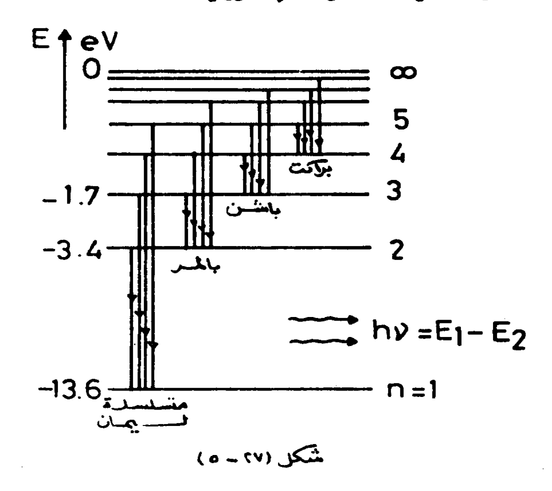
وجدنا من المعادلة (15 - 27) أن طاقة المسار بالإلكترون فولط هى :

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \qquad (27 - 20)$$

عند وضع $n = \infty$ تكون الطاقة الإلكترونية مساوية للصفر وعندها يتحرر تماما الإلكترون من قبضة النواة ، وينطلق الإلكترون ويترك الذرة في حالة تأين .

أما إذا وضعنا $n = 1$ فإننا نحصل على طاقة إلكترونية قدرها 13.6- إلكترون فولط ، ويلاحظ أن جميع الطاقات هنا بالسالب حيث أن الإلكترون يكون ساقطا فى بئر جهد النواة . وعند التعويض بقيمة $n = 2$ نحصل على طاقة إلكترونية قدرها 3.4- إلكترون

فولط . وهكذا تبين مجموعة الخطوط الأفقية فى الشكل (٢٧ – ٥) الطاقات المختلفة التى يمكن للذرة أن تتخذها ، وتمثل أيضا المدارات الإلكترونية المختلفة .



شكل (٢٧ – ٥)

عندما يقفز الإلكترون من مستوى طاقة مرتفع إلى مستوى منخفض ، يوضح سهم الانتقال فى الشكل (٢٧ – ٥) مقدار الطاقة المتضمنة فى الفوتون الضوئى المنبعث .

مثال (٢٧ – ١) :

الهليوم وحيد التأين هو ذرة هليوم فقدت إلكتروناً من إلكترونيها الاثنين وأصبحت تشبه ذرة الهيدروجين، باستثناء أن عددها الذرى ($Z = 2$) اثنان . أوجد مستويات الطاقة بأيون الهليوم ؟

الحـــل :

فى حالة ذرة الهليوم نضع الشحنة $+Ze$ على النواة ، حيث $Z = 2$ بدلا من الشحنة $+e$ فى حالة ذرة الهيدروجين، وباتباع نفس المعالجة الرياضية نحصل على معادلة مستويات الطاقة على الصورة :

$$E_n = -\frac{m Z^2 e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2 n^2} \qquad (27 - 21)$$

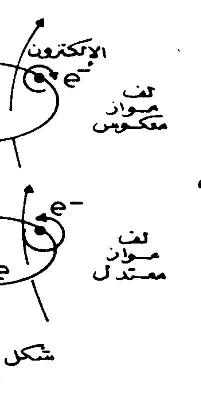
وبالحساب نجد أن :

$$E_n = -\frac{54.4}{n^2} \qquad (27 - 22)$$

وبوضع .... , 3 , 2 , 1 = n نحصل على طاقة المستوى الأول $E_1 = -54.4$ eV وطاقة الثانى $E_2 = -13.6$ eV والثالث $E_3 = -6.04$ eV وهكذا .

٢٧ / ٧ – لف الإلكترون (Electron spin) :

كان معروفا قبل ظهور نظرية بوهر بزمن طويل أن خطوطا طيفية كثيرة تظهر فى مطياف التحليل الدقيق ، مكونة من مركبتين قريبتين جدا من بعضهما . فخط الصوديوم مثلا يتكون من مركبتين بينهما مسافة 6 إنجستروم .



شكل (٢٧-٦)

وقد فسرت ظاهرة ازدواج الخطوط هذه بخاصية جديدة للإلكترون هى اللف . فالإلكترون يدور حول نفسه فى نفس الوقت الذى يدور فيه فى مساره . ونتيجة لهذا اللف يتولد مجال مغناطيسي يكافئ ثنائى قطب مغناطيسي منطبق على محور الدوران . ويؤثر هذا المجال على المجال المغناطيسي الناشئ عن الحركة المدارية للإلكترون . ويتوقف على ذلك مستوى الطاقة الإلكترونى . ولما كان من الممكن أن يشغل كل مستوى للطاقة إلكترونين لفهما مختلف بالنسبة للمجال المغناطيسي المدارى كما فى الشكل(٢٧ – ٦) لذلك تزدوج كل حالة طاقة إلكترونية نتيجة للف الإلكترونين بها ، وينشأ عن ذلك ازدواج الخطوط الطيفية التى تنتج عن انتقال الإلكترون بين هذه الحالات .

وقد أثبت شتيرن وجيرلاخ عمليا عام ١٩٢١ وجود هذا اللف المتعاكس للإلكترونات ، وذلك بإمرار تيار من ذرات الصوديوم المتعادلة فى مجال مغناطيسي غير منتظم كما مبين بالشكل(٢٧ – ٧). تمر ثنائيات القطب المغناطيسي الناشئة عن اللف الإلكترونى ، فى المجال الخارجى غير المنتظم الذى يؤثر عليها بقوة تسبب انحرافها . فإذا كان اتجاه ثنائيات القطب إلى أعلى مثلا ، فإنها تنحرف فى عكس اتجاه ثنائيات القطب التى يكون اتجاهها إلى أسفل . وعلى ذلك ينشق تيار ذرات الصوديوم بمروره فى المجال ويصير جزأين، وقد أمكن تسجيل ذلك بوضوح على لوح من الزجاج يستقبل الذرات الخارجة من المجال .

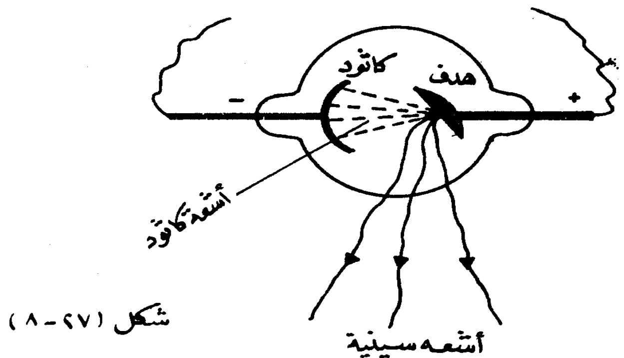
شكل (٢٧ - ٧)

٢٧ / ٨ – الأشعة السينية :

كان رونتجن يدرس طبيعة الأشعة الكاثودية فى أنابيب التفريغ الكهربى ، حينما اكتشف انبعاث أشعة نفاذة مصدرها أنود أنبوبة التفريغ الكهربى ، مما دفعه إلى استنتاج أن تصادم الإلكترونات السريعة التى يتكون منها أشعة الكاثود مع هدف صلب ينتج عنه تلك الأشعة المجهولة التى أسماها الأشعة السينية X - rays .

ولكى نحصل على مصدر نقطى للأشعة السينية ، يجب تجميع أشعة الكاثود لتصدم الهدف فى نقطة . وكانت المحاولة الأولى لعمل ذلك هو صنع الكاثود على صورة جزء من

كرة ، حتى تتجمع الأشعة الكاثودية فى مركزها ، حيث يوضع الهدف لإيقاف الإلكترونات وإنتاج الأشعة السينية ، كما مبين بالشكل(٢٧ - ٨) وتعتمد شدة تيار الإلكترونات فى هذه الحالة على ضغط الغاز فى أنبوبة التفريغ ، وبالتالى تتأثر الأشعة السينية الناتجة على زمن تشغيلها ، مما يجعلها غير صالحة للاستعمالات القياسية .



شكل (٢٧ - ٨)

ولذلك تصنع حاليا أنبوبة الأشعه السينية بحيث تعتمد على إلكترونات ابتعثت بتسخين فتيل بواسطة تيار كهربى . وفى هذه الحالة تفرغ الأنبوبة تماما من أى غاز وبذلك لايتغير أداؤها مع الزمن .

ومن أهم خواص الأشعة السينية تأثيرها الفوتوغرافى وقدرتها على النفاذ مما يجعلها صالحة لاستخدامات طبية كثيرة ، كتصوير بعض أعضاء داخلية فى جسم الإنسان . وبالرغم من الفائدة الجمة لهذه الخاصية للأشعة ، إلا أن تكرار استعمالها وامتصاص الجسم لها دون هدف طبى ، يكون له تأثير مدمر للخلايا الحية فى الجسم .

ومن خواص الأشعة السينية أيضا حدوث الظاهرة الفلورية ، عند سقوطها على بعض الأجسام مثل كبريتيد الزنك ، وتستخدم لذلك حواجز متفلورة فى التطبيقات العملية للأشعة السينية لإظهارها للعين المجردة .

ويحدث مرور الأشعة السينية فى الأجسام بكافة أنواعها تأينا يختلف باختلاف

كثافتها ، ولذلك تقاس شدة الأشعة بدرجة التأين التى تحدثها فى غرفة تأين قياسية .

وقد وجد أن الأشعة السينية لاتنحرف بمرورها فى المجالات الكهربية أو المغناطيسية مما يجعلنا نستبعد كونها جسيمات مشحونة . وبعد ذلك اعتبرت أشعة كهرمغناطيسية نظرا لقدرتها على تكوين تداخل إنشائى أو إتلافى عند مرورها فى بلورة فقد وجد فون لاو أن الترتيب المنتظم لذرات بلورة يصلح كمحزوز حيود . ولكن نظرا لأن مراكز الحيود فى البلورة هى الذرات بدلا من خطوط المحزوز ، لذلك فإن نموذج الحيود يتكون من نقط بدلا من خطوط . وقد سميت نماذج النقط التى تظهر نتيجة حيود الأشعة السينية على بلورات المواد المختلفة بنماذج لاو " Laue patterns "

٢٧/٩ـ مطياف الأشعة السينية :

بعد تجارب لاو لاختبار طبيعة الأشعة السينية ، جاء وليم براج واقترح طريقة بسيطة يفسر بها حيود الأشعة السينية على شبيكة بلورية . افترض براج أن المجال الكهرمغناطيسي المتردد للأشعة السينية يحدث فى ذرات البلورة استقطابا مترددا. وتعمل الذرة حينئذ كمتذبذب كهربى له نفس تردد الأشعة الساقطة ، ويصير قادرا على إرسال مويجات كرية لها نفس طول الموجة للأشعة السينية .

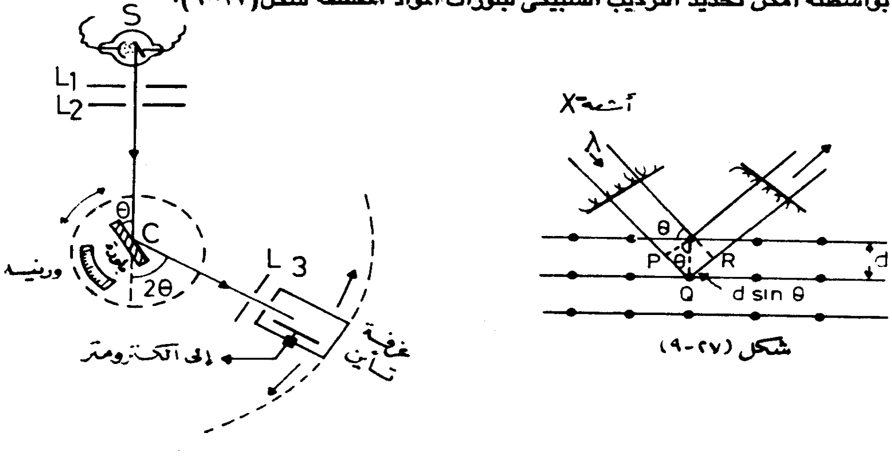
فإذا اعتبرنا بلورة مكونة من مجموعة مستويات ذرية متوازية ، المسافة العمودية بين كل اثنين منها هى d ، كما فى الشكل (٢٧ -٩)، ثم اعتبرنا أشعة سينية طول موجتها λ تسقط على سطح البلورة بزاوية قدرها θ ، تنعكس مويجات الأشعة السينية على المستويات الذرية المتعاقبة ، ويحدث تداخل بناء بينها فى اتجاهات محددة ، يكون عندها فرق طول مسار مويجتين منعكستين على طبقتين متتاليتين من الذرات هو عدد صحيح لطول الموجة λ.

وبالنظر إلى الشكل (٢٧ - ٩)نجد حدوث تقوية عندما يكون : $PQ + QR = n\lambda$

حيث n عدد صحيح يأخذ القيم ..... $n = 1, 2, 3,$ وعلى ذلك يكون شرط حدوث تقوية عند الانعكاس هو :

$$2 d \sin \theta = n \lambda \qquad (27 - 23)$$

ويسمى هذا بقانون براج Bragg's law ويعتبر حجر الأساس فى علم البلورات ، إذ بواسطته أمكن تحديد التركيب الشبيكى لبلورات المواد المختلفة شكل(٢٧-٩).



شكل (٢٧-٩)

شكل (٢٧-١٠)

تحقق براج من صحة افتراضية بالتجربة . فقد صمم مطيافا للأشعة السينية يتركب – كما – مبين بالشكل(٢٧ – ١٠)– من مصدر للأشعة السينية S ، يرسل شعاعا ضيقا يمر خلال فتحتين صغيرتين فى حائلين L_1 ، L_2 ، ثم يسقط على بلورة C مثبتة على منضدة يمكن تحريكها دورانيا حول محور رأسى ، كما يمكن قياس زاوية الدوران بواسطة ورنية . وبذلك نستطيع تعيين الزاوية θ بين اتجاه الشعاع وسطح البلورة ، ويتعين اتجاه الشعاع المنعكس بواسطة غرفة تأين تتصل بالكترومتر ، كما يمكن تحريك الغرفة دورانيا حول محور البلورة والمنضدة .

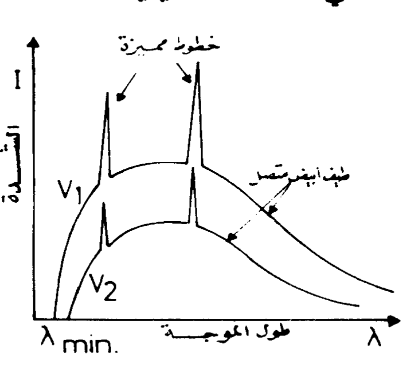
تقاس شدة الأشعة السينية التى تدخل غرفة التأين عن طريق قياس تيار التأين ، الذى يتناسب طرديا مع شدة الأشعة . عند قياس تيار التأين مع الزاوية θ وجدت انعكاسات قوية للأشعة عند زوايا معينة يتحقق معها قانون براج . وعند تغيير البلورة

وإعادة التجربة ، وجد أن المسافة العمودية بين المستويات الذرية d تتناسب دائما مع مقلوب جيب الزاوية θ ، التي يكون عندها أقوى انعكاس

$$d \; \alpha \; \frac{1}{\sin \theta} \qquad (27 - 24)$$

٢٧ / ١٠– الطيف المستمر والطيف الخطي للأشعة السينية :

إذا حللنا حزمة من الأشعة السينية الصادرة من أنبوبة -كالمبينة بالشكل(٢٧ – ٨) – نجد أن شدة الأشعة تتغير مع طول الموجة كما مبين بالشكل (٢٧ – ١١) فتظهر مركبتان لطيف الأشعة . الأولى إشعاع متصل continuous وأحيانا يسمى إشعاعا أبيض white radiation ، ويكون الخلفية للطيف حيث تتغير طول الموجه تغيرا تدريجيا . والثانية خطوط طيفية تظهر فى شكل قمم فى الشدة عند أطوال موجات محددة .



شكل (٢٧ - ١١)

عند دراسة كل مركبة من هذا الطيف ، وجد أن الطيف المستمر لا يتوقف على نوع مادة الهدف الذى يكون الأنود ، وإنما يتوقف علي فرق الجهد V بين الكاثود والأنود . أى أنه يتوقف على سرعة الإلكترونات وطاقة حركتها عند اصطدامها بالأنود .

وتطبيقا لنظرية الكم نجد أن الإلكترون المعجل عندما توقفه مادة الأنود ، تتحول معظم طاقته إلى حرارة ويتحول الجزء الباقى إلى إشعاع كهرمغناطيسي .

فإذا فرض أن طاقة الإلكترون قبل تصادمه مباشرة هى eV ، وأن كل هذه الطاقة تحولت إلى فوتون من أشعة سينية فإن :

$$eV = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda\, min} \qquad (27 - 25)$$

حيث λ min هى أقصر طول موجة يمكن أن تنتجها أنبوبة الأشعه السينية ، عندما يكون فرق الجهد بين قطبيها هو V . ولذلك فإن نقطة النهاية فى الطيف المتصل ، مثل A أو B فى الشكل (٢٧ – ١١) تعتمد فقط على الجهد الكهربى الواقع على الأنبوبة .

أما بالنسبة للطيف الخطى فانه ينشأ بنفس الكيفية التى ينشأ بها الطيف الضوئى ، أى عن طريق قفزات إلكترونية بين مستويات الطاقة الداخلية فى الذرة الهدف .

لقد رأينا فى حالة ذرة الهليوم (مثال ٢٧ – ١) أنه عندما تضاعفت الشحنة على النواة Z = 2 ازدادت فروق الطاقة بين المستويات زيادة كبيرة . ولنا أن نتصور كم تصبح هذه الفروق ، عندما نعتبر حالة ذرة تكون فيها قيمة Z كبيرة ، فعلى سبيل المثال عندما تكون Z = 100 ، تصير الطاقات المتضمنة فى الذرة أكبر عشرة آلاف مرة عما هى لذرة الهيدروجين. وتبعا لذلك فعند هبوط الإلكترون من القشرة n = 2 إلى القشرة n = 1 فى عنصر ثقيل نجد أن طول موجة الفوتون المنبعث عندئذ صغير ، ويقع فى مدى الطول الموجى للأشعة السينية .

نستنتج من ذلك أن الطيف الخطى للأشعة السينية يساعد على معرفة مستويات الطاقة الداخلية للذرة الهدف ، والتى تستثار بواسطة تصادم الإلكترونات المعجلة معها فى أنبوبة الاشعة .

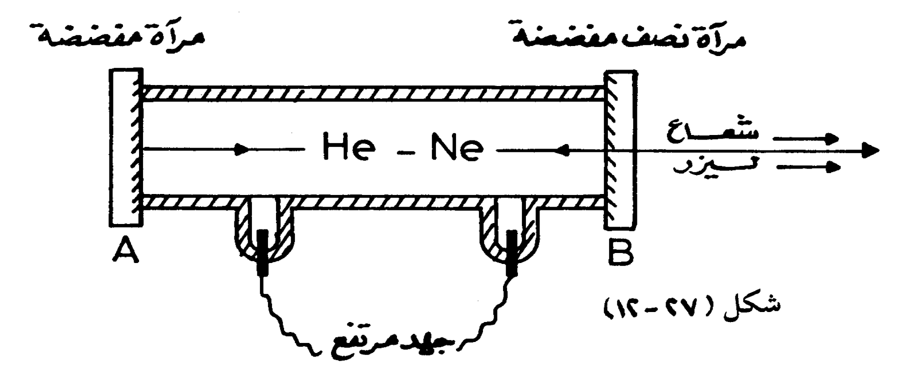
٢٧ / ١١– أشعة الليزر (Laser radiation) :

رأينا مما سبق أن الإلكترون داخل أى ذرة إذا مكث فى مساره لايشع طاقة ، وإذا قفز من مدار خارجى إلى آخر داخلى ينبعث فوتون ، طاقته تساوى الفرق بين مستويى طاقة المدارين . نجد فى مصادر الضوء المعتادة – كالمصابيح مثلا – أن ذراتها تستثار وتشع بطريقة عشوائية ، فيكون الضوء المنبعث خليطا من موجات ليس لها اتجاه انتشار محدد ، وكذلك لايربط بينها طور واحد .

يوصف شعاع الضوء بأنه أحادى اللون غير مترابط non coherent ، إذا تكون من كمات لها نفس الطول الموجى لكنها تختلف فى الطور ، لأنها وإن كانت قد نشأت من نفس الانتقال الإلكترونى ، إلا أن كل منها ابتعث من ذرة مختلفة فى أزمنة مختلفة . ولذلك يحدث بينها ظاهرة التداخل فهى تقوى بعضها ، إذا تطابقت فى الطور وتلغى إحداهما الأخرى إذا اختلفتا فى الطور بزاوية 180° .

يختلف شعاع ضوء الليزر عن الضوء العادى فى أن جميع ذرات المادة التى يخرج منها الضوء تشع فوتوناتها بنظام in unison . فالإلكترونات فى الذرات المختلفة تقفز معا فى نفس الوقت ، أو على فترات بينها زمن دورى واحد أو مجموعة أزمنة دورية كاملة لذبذبة موجة الضوء المشع . كما أن الفوتونات تخرج جميعها فى نفس الاتجاه . وتكون نتيجة ذلك حدوث تداخل تقوية بين جميع الفوتونات ، فى الشعاع الذى يقال عنه حينئذ بأنه مترابط coherent . حيث تتطابق كل قمة وكل قاع فى الموجات المختلفة ، وتكون عندئذ السعة الكلية متناسبة مع عدد الذرات ، وعلى ذلك تكون شدة الضوء متناسبة مع مربع عدد الذرات ، مما يجعل للشعاع المترابط طاقة ضخمة جداً بالنسبة للشعاع غير المترابط .

يمكن إنتاج أشعة الليزر بطرق مختلفة ، ولكنها جميعا تعمل بنفس المبدأ الذى اشتق اسمها منه ، وهو تكبير الضوء بواسطة الانبعاث المستثار للإشعاع " LASER "
Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
وقد بنى أول جهاز لإطلاق أشعة ليزر عام ١٩٦٠ ، باستخدام بلورة من الياقوت Ruby . وكانت الأشعة تخرج منه على شكل نبضات متقطعة . ثم استخدم بعد ذلك بكثرة ليزر الهليوم / نيون ، وهو يعطى شعاعا ضوئيا متصلا . ويتركب كما فى الشكل(٢٧ – ١٢) من أنبوبة زجاجية تحتوى على غازى الهليوم والنيون تحت ضغط منخفض نسبيا . يثبت عند طرفى الأنبوبة لوحان مستويان ومتوازيان . اللوح الأول A مفضض يعمل كمرآة تعكس كل الضوء الساقط عليها ، بينما اللوح الثانى B فهو نصف مفضض ليسمح بمرور جزء من الضوء الساقط عليه من الداخل ، لكى ينفذ من خلاله ويغادر الأنبوبة .



شكل (٢٧ - ١٢)

عند توصيل قطبى الأنبوبة بفرق جهد مرتفع ، يحدث فى الغازات بداخلها، تفريغ كهربى ويمر تيار فى الأنبوبة . تتصادم الإلكترونات مع ذرات الهليوم وتسبب إثارة إلكتروناتها إلى مدارات خارجية ، وتتصادم أيضا ذرات الهليوم المثارة بذرات النيون ، فتنتقل كمية من الطاقة إلى النيون الذى تقفز إلكتروناته بدورها لمدارات مثارة ، أى أن ذرات الهليوم تكون بمثابة مصدر للطاقة بالنسبة لذرات النيون .

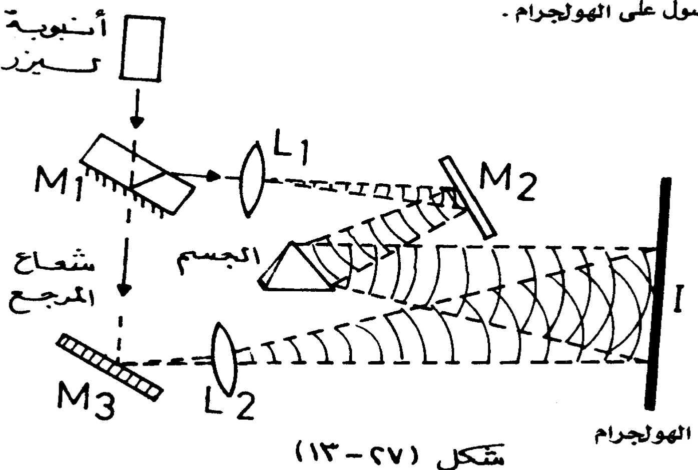
وقد وجد أن هناك لذرة الهليوم حالة مؤقتة الاستقرار ، يقاوم فيها الإلكترون المثار هبوطه إلى المدارات الداخلية ، وذلك عندما تكون الطاقة أعلى بما قيمته 20.6 إلكترون فولط عن الحالة الداخلية $n = 1$. وعندما تصطدم هذه الذرة المثارة بذرة النيون ، تأخذ هذه الأخيرة الطاقة من ذرة الهليوم ، وتصبح فى حالة مستثارة هى فى الواقع أكثر استقرارا من حالة ذرة الهليوم ، ولذا لا يهبط الإلكترون فيها إلى حالة أدنى دفعة واحدة . وبمرور الوقت تستمر إثارة ذرات النيون التى تصبح فى حالة انتظار حتى تشع طاقاتها . وحين تفعل ذلك تخرج كل ذرة فوتونا ضوئيا طوله الموجى 6328 إنجستروم ، يقع فى المدى الأحمر من الطيف وتكون جميع الفوتونات فى نفس الطور ، وتخرج فى نفس اللحظة لتكون شعاع الليزر .

ويحدث انطلاق كل هذه الفوتونات مرة واحدة ، عندما تنطلق كمة كهرمغناطيسية

(فوتون) يكون لها نفس الطول الموجى، فتحدث حالة رنين بين المجال الكهرمغناطيسي المتذبذب للفوتون وذرات النيون المستثارة ، فتنطلق فوتوناتها متحدة تماما فى الطور مع الإشعاع الأصلى الذى أحدث الرنين .

لأشعة الليزر حاليا استخدامات كثيرة فى الحياة ، فى الطب مثلا فى جراحات العيون واستئصال الأورام ، كما تستخدم الليزرات القوية فى لحام المعادن أو قطعها عن طريق الحرارة الهائلة التى تتولد عن امتصاص الشعاع داخل المادة . وتستخدم أيضا فى الاتصالات وفى البحث العلمى .

ويوجد تطبيق لأشعة الليزر فى مجال التصوير ، وإظهار صور للأجسام فى ثلاثة أبعاد ، وتسمى الطريقة بالتصوير الهولوجرافى Holography ، ويبين الشكل(٢٧ - ١٣) كيفية الحصول على الهولجرام .



شكل (٢٧ - ١٣)

تسقط أشعة الليزر على مرآة M_1 مفضضة لتقسيم الشعاع إلى قسمين . يسقط القسم الأول منها ، بعد انعكاسه على مرآة M_2 ، على الجسم الذى تنبعث منه عندئذ أمواج كرية تقابل الجزء الثانى من الشعاع الأصلى ، الذى يسمى شعاع المرجع ، بعد سقوطه

على مرآة M_3 ليصل إلى موضع الهولجرام . يتداخل جزء الشعاع فيحدث هدب تداخل تتشكل وفقا لشكل الجسم ، وتظهر كذلك فى الصورة التى يسجلها لوح فوتوغرافى حساس موضوع عند I . وإذا ما أضيئت صورة تلك الهدب بشعاع ليزر ونظر إليها من بعيد ترى صورة الجسم مجسمة . ولكنها صورة تقديرية طبعا . والسبب فى ظهور صورة الجسم هكذا ، هو أن صورة الهدب تعمل كمحزوز حيود ، بالنسبة لأشعة الليزر الساقطة عليها ، فتعيد إنشاء صدر الموجة الأصلى الذى انبعث من الجسم ، وأحدث تلك الهدب عندما تداخل مع شعاع المرجع .

* * * *

مسائل علي الفصل السابع والعشرين

١ – احسب السرعة المدارية للإلكترون فى مداره الأول $n = 1$ فى ذرة الهيدروجين ؟

٢ – احسب جهد التأين بالإلكترون فولط لذرة الهيدروجين ؟

٣ – أوجد طاقة المستوى الإلكترونى الأول $n = 1$ لذرة ليثيوم ($Z = 3$) ثنائى التأين، وما هو الطول الموجى لفوتون يستطيع إطلاق إلكترون من هذا المستوى ؟

٤ – تعجل الإلكترونات فى أنبوبة تليفزيون بجهد 20000 فولط . ما هو أقصر طول موجى للأشعة السينية المتولدة فى الجهاز ، عندما تصطدم هذه الإلكترونات بشاشة التليفزيون ؟

٥ – أوجد طول موجة دى برولى لنيوترون طاقته إلكترون فولط واحد . كتلة النيوترون 1.67×10^{-27} كجم ؟

٦ – أنبوبة أشعة سينية تعمل بجهد 30000 فولط يمر بها تيار 0.01 أمبير . أوجد الطاقة الحرارية المتولدة كل ثانية عند الأنود نتيجة لتصادم الإلكترونات به ؟
وإذا كان وزن الأنود 200 جرام وحرارته النوعية 0.1 سعر / جم / درجة فما هو الارتفاع الناتج فى درجة حرارته ، خلال دقيقة واحدة بفرض عدم تبريد الأنود ؟

٧ – انعكست أشعة سينية بقوة على سطح بلورة من الكالسيت ، عند سقوطها فى اتجاه يصنع زاوية $14^{\circ}\ 42'$ مع سطح البلورة ، الذى يتكون من المستويات ذرية المسافة العمودية بين كل اثنين منها هى 3.03×10^{-10} متر . احسب طول موجة الأشعة السينية . وما هى الزوايا الأخرى التى تحدث انعكاسا قويا آخر ؟

٨ – إذا فرض أن نظرية بوهر تنطبق على الإلكترون الداخلى جدا فى ذرة الذهب $Z = 79$ ، وذلك بإهمال جميع الإلكترونات الأخرى فاثبت أن الطاقة اللازمة لإزالة هذا الإلكترون من الذرة هى $13.6 \times (79)^2$ إلكترون فولط ؟
أوجد أيضا نصف قطر أول مدار لهذه الذرة ؟

٩ - عندما تتأين ذرة الهليوم تصبح ذرة أحادية الإلكترون . بتطبيق عليها نظرية بوهر أوجد نصف قطر المدار الداخلى للأيون H_e^+ ؟

١٠ - عندما سقطت أشعة فوق بنفسجية - طول موجتها 800 إنجستروم - على غاز هيدروجين انبعثت منه إلكترونات . احسب طاقة حركة الإلكترونات التى تنبعث من ذرات الهيدروجين ؟

الفصل الثامن والعشرون
النكلونـــات والطاقـــة النوويـــة
(Nucleons and atomic energy)

٢٨ / ١ - النشاط الإشعاعي (Radioactivity) :

اكتشف بيكرل عام ١٨٩٦ ظاهرة النشاط الإشعاعي الطبيعي ، حينما كان يدرس الخاصية الفوسفورية للمواد التي تمتص الضوء ثم تعيد إشعاعه بعد فترة وكان يعرض مواده لأشعة الشمس ، ثم يقربها من لوح فوتوغرافي حساس مغلف بورق أسود ، لمعرفة ما إذا كانت هذه المواد ترسل أشعة نفاذة كالأشعة السينية . وجد بيكرل أن موادا مثل اليورانيوم تؤثر على اللوح الحساس في كل مكان وزمان دون الاستعانة بأي عامل خارجي . وكان معنى ذلك أن هناك أشعة نفاذة تصدر عن اليورانيوم ، ويكون انبعاثها ذاتيا ومستمرا ، ولا يمكن لتغير الضغط أو درجة الحرارة أن يؤثر عليها . وسميت الظاهرة بالنشاط الإشعاعي الطبيعي ، الذي وجد بعد ذلك أنه ينشأ عن تحولات داخل النواة تسبب خروج هذه الأشعة التي تتكون من ثلاثة أنواع تعرف باسم أشعة ألفا α - rays وأشعة بيتا β وأشعة جاما γ .

يمكن الفصل بين هذه الأنواع الثلاثة من الأشعة بواسطة المجالات الكهربية والمغناطيسية . فإذا وضعت كمية من المادة المشعة كالراديوم مثلا في ثقب قالب من الرصاص - كما في الشكل (٢٨ - ١) - تخرج الأشعة من الثقب في اتجاه واحد يسهل معه دراستها . فإذا أثرنا عليها بمجال كهربائي E نجد أن الشعاع قد انقسم إلى ثلاث مركبات إحداها موجبة لشحنة - وينحرف جهة اللوح السالب التكهرب وقد أطلق عليها جسيمات α ، والثانية سالبة التكهرب وتنجذب إلى اللوح الموجب

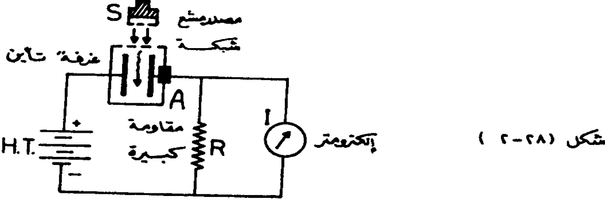
شكل (٢٨-١)

التكهرب وأطلق عليها أشعة β ، أما المركبة الثالثة من الشعاع وكانت خالية من الشحنة ولم تنحرف فى مجال كهربى أو مجال مغناطيسي وسميت أشعة جاما γ .

وبدراسة هذه الأشعة وجد أن أشعة ألفا هى نوى ذرات هليوم ، يحمل كل جسيم منها شحنة بروتونين وكتلته تساوى أربعة أمثال كتلة البروتون وأن أشعة بيتا هى إلكترونات سريعة . أما أشعة جاما فهى أمواج كهرمغناطيسية تظهر حيودا على سطح بعض البلورات ، كما يحدث للأشعة السينية فهى فوتونات ذات طاقة عالية جدا .

٢٨ / ٢- القدرة علي التأيين ومدي الأشعة :

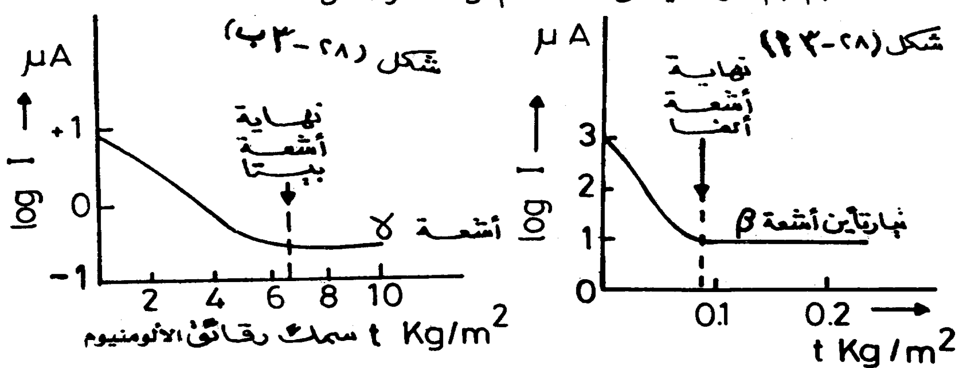
للإشعاعات α , β , γ قدرة على تأين الهواء ، وقد لوحظ أن هذه القدرة تختلف من نوع إلى آخر من الأنواع الثلاثة اختلافا بينا . وأقدرها على التأين هى جسيمات ألفا ذات المدى القصير ، الذى يبلغ بضعة سنتيمترات فقط فى الهواء . ولإظهار هذه القدرة على التأين نستخدم جهازا -كالمبين بالشكل (٢٨ - ٢)- ويتركب من غرفة تأيين A تغطى نافذتها شبكة ، تسمح للجسيمات بالنفاذ لداخل الغرفة حيث يوجد مكثف مشحون عليه جهد مرتفع من بطارية H . T . ونصل المكثف بدائرة إلكترومتر حساس لقياس تيار التأين عند مرور الجسيمات بين لوحيه . ولقياس مدى الأشعة يبعد المصدر S تدريجيا من غرفة التأين ، فينقص تبعا لذلك تيار الإلكترومتر حتى يثبت تقريبا بعد حوالى ستة سنتيمترات هى مدى أشعة ألفا .



شكل (٢٨-٢)

ولدراسة أشعة بيتا وجاما الأكثر نفاذية من أشعة ألفا ، نستخدم لإيقاف الأشعة رقائق من الألومنيوم توضع بين مصدر الأشعة ، وغرفة التأين ، وبتغيير سمك الرقائق وقياس شدة

تيار التأين ، نحصل على منحنى امتصاص ، كالمبين بالشكل(٢٨ - ٣ أ). ومنه يظهر أن حوالى 99% من تيار التأين يمكن إيقافه بسمك من الألومنيوم حوالى 0.08 كجم / م٢ ، أما الجزء الباقى من الأشعة فيحتاج لسمك كبير من الألومنيوم لإيقافه ، وذلك لشدة نفاذيته عن أشعة α ، كما أن مداه يصل إلى حوالى عشرة أمثال مدى جسيمات α . ويبين الشكل (٢٨ - ٣ ب) منحنى امتصاص أشعة β فى الألومنيوم حيث يتبين أن سمكا من الألومنيوم قدره حوالى 7 كجم / م٢ يمكن أن يوقف أشعة β تماما . أما أشعة γ فقدرتها على النفاذ كبيرة جدا بالنسبة لأشعة α ، β . ولكى نوقف نصف شدة الأشعة نحتاج لسمك قدره 100 كجم / م٢ ، وهذا يكافئ سمك 1 سم من مادة الرصاص .



وقد وجد أن طيف أشعة جاما الصادر من أى عنصر مشع هو طيف خطى ، بمعنى أن طاقة فوتون جاما الصادر من ذرة ما ، يكون له طاقة ثابتة ، أى أنه يصاحب دائما انتقال النواة من مستوى طاقة مرتفع إلى آخر أقل منه .

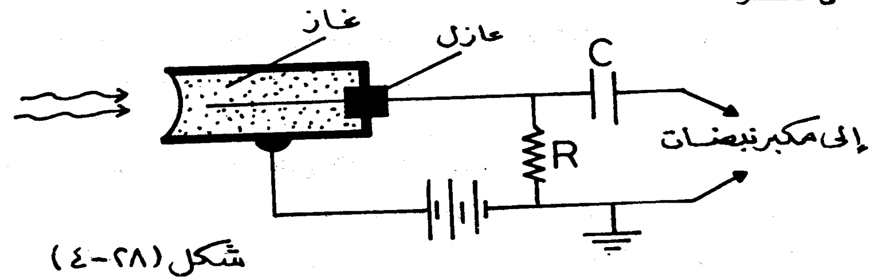
٢٨/٣- طرق الكشف عن الأشعة المؤينة :

يعتبر اللوح الفوتغرافى أبسط أنواع الكاشفات الإشعاعية ، وقد كان السبب فى اكتشاف النشاط الإشعاعى الطبيعى . وتعتمد فكرته على التأثير الكيميائى فى مستحلب

اللوح الحساس نتيجة لتأينه بمرور الأشعة فيه ، إذ يساعد ذلك على ترسيب الفضة فى أملاح الفضة المكون منها المستحلب ، مما يجعله أسود اللون بعد تحميضه . وتظهر هذه الحبيبات المترسبة بصورة مشتتة فى كل المستحلب عندما يتعرض لأشعة بيتا أو جاما ، أما جسيمات ألفا فتحدث تأيناً كثيفا فى مسارها ، فيظهر المسار على شكل خط أسود يمكن بواسطة قياس مدى الأشعة فى المستحلب . وقد أمكن حديثا الحصول على مستحلبات خاصة قادرة على إظهار مسارات بيتا ، وكذلك التفاعلات النووية للجسيمات الأولية والأشعة الكونية .

أما الإلكترومترات فهى عبارة عن غرفة تأين ، بها زوج من الألواح المعدنية تكون مكثفا متوازى الألواح . يوجد غاز أو هواء بين الألواح . ويوضع فرق الجهد بينهما ، يسبب انحرافا فى ورقة ذهبية أو فى سلك رفيع ، يستخدم كمقياس لمقدار الشحنة فوق لوحى المكثف . عند مرور جسيم مؤين بين اللوحين يمر تيار تأين بينهما ، فتهبط ورقة الذهب أو سلك المقياس بما يعادل النقص فى شحنة الإلكترومتر ، ويؤخذ هذا النقص دليلا على مرور الأشعة ، ويمكن معايرة الجهاز لتعيين شدة الأشعة المارة بين اللوحين .

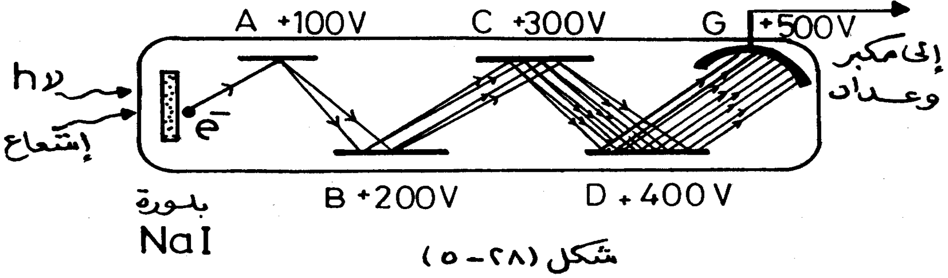
ويعتبر عداد جيجر من أهم أجهزة قياس الإشعاع النووى ، إذ يمكن بواسطته إيجاد عدد الجسيمات المشعة من المادة . ويتركب كما فى الشكل(٢٨ - ٤)- من أسطوانة معدنية بداخلها غاز أرجون تحت ضغط مخلخل ، ومثبت داخلها سلك معزول عزلا كهربيا جيدا . ويوضع بين السلك والأسطوانة فرق جهد أقل قليلا من الجهد اللازم لإحداث تفريغ كهربى فى الأسطوانه .



شكل (٢٨-٤)

يقفل الأسطوانة نافذة رقيقة من مادة كالميكا ، تسمح بدخول الاشعة المؤينة . عند مرور جسيم فى العداد ينتج عنها أيونات ، تتحرك فى المجال الكهربى بين السلك والأسطوانة مسببة مرور تيار كهربى للحظة قصيرة فى المقاومة R ، ويمكن تضخيم فرق الجهد على طرفى المقاومة بمكبر نبضات يعمل على تشغيل عداد تسجيل ، وبذلك يمكن عد الجسيمات التى تدخل العداد ... ويلاحظ أن نبضات الجهد الصادرة عن العداد ثابتة القيمة ، سواء كان الجسيم ألفا أم بيتا أم أشعة جاما ، وعلى ذلك لا يستطيع العداد التمييز بينها ، وبالرغم من ذلك فهو من أكثر كاشفات الجسيمات والفوتونات شيوعا ، ومن مزاياه شدة الحساسية والبساطة والمرونة فى الاستعمال وقوة الاحتمال .

يستخدم فى مجال تعيين طاقة الجسيمات - بالإضافة إلى عددها - عداد الوميض Scintillation counter ، وتعتمد فكرته على أنه عندما يصطدم جسيم بمادة فلورية مثل أيوديد الصوديوم ، تصدر عنها نبضة ضوئية يمكن تسجيلها بواسطة خلية كهروضوئية . ولكن نظرا لأن ومضة الضوء الناشئة عن جسيم واحد تكون ضعيفة للغاية ، لذلك يستخدم مضاعف فوتونى Photo multiplier - كالمبين بالشكل (٢٨-٥) - ويتركب من بلورة من أيوديد الصوديوم المنشطة بالثاليوم تستقبل الإشعاع الساقط . يحرر كل فوتون أو جسيم من الأشعة إلكترونا يعجل بواسطة فرق فى الجهد ، موضوع على إلكترود A مغطى بمادة يمكن أن تبعث إلكترونات ثانوية . وعندما يتصادم الإلكترون مع A تنبعث منه العديد من الإلكترونات الثانوية ، التى بدورها تعجل فى اتجاه إلكترود ثان β مماثل للإلكترود A ، عليه جهد أكبر من الإلكترود A فتصطدم به الإلكترونات الثانوية ، ما ينتج فيضا من الإلكترونات التى تصل فى النهاية إلى لوح تجميع G يتصل بدائرة مكبر إلكترونى ثم بعداد تسجيل . ويتميز هذا العداد بأنه حساس جدا خاصة بالنسبة لأشعة جاما ، كما أن حجم النبضة الخارجة من أنبوبة المضاعفة الإلكترونية يتناسب مع طاقة الجسم أو الفوتون الساقط على البلورة .



شكل (٢٨-٥)

٤٨ / ٤- تركيب النواة

بعد أن وضع رذ رفورد نموذجه للذرة ذات النواة ، أكدت حقائق كثيرة صحة نظريته بأن الذرة نواة دقيقة جدا ، يوجد عليها الشحنة الموجبة وتحتوى كل كتلتها تقريبا ، وتوجد الإلكترونات حول النواة على أبعاد كبيرة جدا تبلغ حوالى 10^{5} مرة نصف قطرة النواة . وتتكون النواة من بروتونات P ونيترونات n والبروتون هو نواة ذرة هيدروجين شحنتها موجبة ، وتساوى عدديا شحنة الإلكترون وهى 1.6×10^{-19} كولوم ، أما كتلة البروتون فهى 1.673×10^{-27} كجم .

والنيترون لا شحنة له فهو جسيم متعادل كهربيا وكتلته 1.675×10^{-27} كجم ، كما يوجد فى نواة أى ذرة عدد Z من البروتونات يسمى بالعدد الذرى ، ويعرف كمية الشحنة الموجبة Ze + الموجودة على النواة . ويختلف الوزن الذرى M للمادة عن العدد الذرى لوجود نيترونات عادة داخل النواة فيما عدا ذرة الهيدروجين . ويسمى عادة مكونات النواة من برتونات ونيترونات بالنكلونات ، ويسمى عدد النكلونات بالنواة بالعدد الكتلى .

وقد كان اكتشاف البروتون فى نواة الذرة على يدر رذ رفورد ، الذى وجد أن اصطدام جسيمات ألفا بذرات النتروجين ، تنتج جسيمات لها كتلة وشحنة البروتون . وقد وجد أن استبدال النتروجين بغاز الفلور أنتج نفس الجسيمات ، وكذلك انبعثت البروتونات عند اصطدام جسيمات ألفا بعناصر مثل الصوديوم والألومنيوم ، بما يشير إلى أن البروتونات

هى إحدى النكلونات الأساسية فى تركيب النواة .

وفى عام ١٩٣٠ وجد بوزوبيكر ظهور أشعة غاية فى النفاذية عند اصطدام جسيمات ألفا بعنصر البريليوم . ولما كانت الأشعة لا تنحرف فى المجالات الكهربية أو المغناطيسية أى أن ليس لها شحنة – لذلك فقد اعتبرت فى البداية على أنها أشعة كهرمغناطيسية حتى جاء تشادويك عام ١٩٣٢ وأجرى تجارب على مدى هذه الأشعة المجهولة ، وكيفية تصادمها المرن مع ذرات الهيدروجين والنتروجين ، وقارن هذه النتائج بالنتائج المناظرة التى نحصل عليها باستخدام سيال من البروتونات ، وانتهى به الأمر إلى التأكد من أن هذه الأشعة ما هى إلا جسيمات غير مشحونة ، لها كتلة البروتون تقريبا . وقد أسماها نيترونات .

وعلى ذلك وباعتبار أن النواة مكونة من بروتونات ونيترونات ، يمكننا استخدام طريقة مختزلة لوصف النواة على الصورة $_ZX^M$ حيث X يمثل رمز الذرة ، Z هو عددها الذرى ، M عددها الكتلى . فيرمز مثلا لذرة الهليوم $_2He^4$ ، وعلى ذلك يمكن كتابة التفاعل النووى الذى يسبب خروج النيوترون $_0n^1$ من ذرة البريليوم $_4Be^9$ عند قذفها بجسم ألفا $_2He^4$ ، على الصورة

$$_2He^4 + {}_4Be^9 \rightarrow {}_6C^{12} + {}_0n^1$$

ويتحول فى هذا التفاعل ذرة البريليوم إلى ذرة كربون $_6C^{12}$

وكقاعدة عامة عند حدوث التفاعلات النووية نجد عند انبعاث جسيم ألفا من النواة أن عددها الذرى ينقص بمقدار 2 ، وفى نفس الوقت ينقص العددى الكتلى بمقدار 4 ، وبالمثل عند انبعاث جسيم بيتا من النواة نجد أن العدد الذرى يزداد بمقدار الواحد الصحيح ، ولكن لأن كتلة الإلكترون صغيرة جدا بالنسبة لكتلة النواة ، لذلك فخروج الإلكترون من النواة لا يغير العدد الكتلى .

وعلى سبيل المثال فخروج جسيم ألفا من ذرة راديوم مشع تحولها إلى ذرة رادون وفقا للتفاعل :

$$_{88}Ra^{226} \xrightarrow{\text{جسيم ألفا}} {}_{86}Rn^{222} \qquad (28 - 1)$$

وعند انبعاث جسيم α من ذرة رادون تتحول إلى ذرة بولنيوم :

$${}_{86}Rn^{222} \xrightarrow{\alpha\ \text{جسيم}} {}_{84}Po^{218} \qquad (28 - 2)$$

ويتحول البولنيوم إلى رصاص بانبعاث جسيم ألفا آخر :

$${}_{84}Po^{218} \xrightarrow{\text{جسيم الفا}} {}_{82}Pb^{214} \qquad (28 - 3)$$

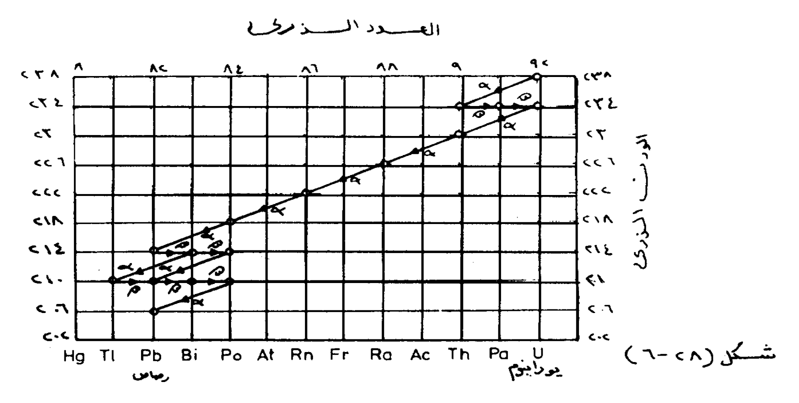
والإيسوتوب المشع للرصاص يتحول إلى بزموت عندما ينبعث منه جسيم بيتا

$${}_{82}Pb^{214} \xrightarrow{\text{جسيم بيتا}} {}_{83}Bi^{214} \qquad (28 - 4)$$

وفى التفاعلات النووية لا يغير انبعاث أشعة جاما من العدد الذرى للنواة أو من كتلتها ، وعلى ذلك لا يحدث فيها أى تحول ، وينشأ انبعاث إشعاع جاما من النواة بعملية شبيهة بالانبعاث الكمى من الذرة ، ويصاحب عادة إشعاع فوتون جاما انبعاث جسيم بيتا وأحيانا جسيم ألفا .

٢٨ / ٥ - سلاسل الاضمحلال الإشعاعي :

رأينا أن انبعاث جسيمات ألفا أو بيتا من النواة المشعة يغير من شحنتها ومن كتلتها ، أى أنه يغير من مكانها فى الجدول الدورى للعناصر . وقد جمعت العناصر المشعة طبيعيا والتى تقع أعدادها الذرية بين 81 ، 92 فى ثلاث سلاسل إشعاعية ، هى سلسلة اليورانيوم وسلسلة الثوريوم وسلسلة الأكتينيوم ، وتنتهى جميعها بالرصاص 206 ويبين الشكل (٢٨ - ٦) النشاط الإشعاعى الطبيعى لسلسلة اليورانيوم .



شكل (٢٨-٦)

٢٨/٦- عمر النصف للاضمحلال الإشعاعي (Half life time) :

تضمحل العناصر المشعة بمعدل تفتت أسى كما فى حالة امتصاص الأشعة السينية أو أشعة جاما . ويعتبر عمر النصف half life مقياسا لزمن الاضمحلال الإشعاعى للمادة ، ويعرف بأنه الزمن اللازم لكى يتفتت فيه نصف عدد النوى الأصلية .

إذا اعتبرنا أن عدد الذرات المشعة N ، وأن عدد النوى التى تتفتت فى زمن dt هو dN يكون :

$$dN = -\lambda N \, dt \qquad (28 - 5)$$

حيث λ هو ثابت الاضمحلال ، والإشارة السالبة تفيد بأنه كلما ازداد الزمن نقص عدد الذرات المتحولة . وبإجراء التكامل يكون عدد الذرات المتحولة هى :

$$N = N_0 \, e^{-\lambda t} \qquad (28 - 6)$$

حيث N_0 هى عدد الذرات المشعة الابتدائية .

يعرف ثابت الاضمحلال بأنه الكسر من النوى الذى يتفتت فى وحدة الزمن ، ويرتبط عمر النصف بثابت الاضمحلال بالمعادلة :

$$T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} \qquad (28 - 7)$$

حيث عوضنا بالقيمة $N = 1/2\ N_0$ فى المعادله (6 - 28) وبالاختصار نحصل على المعادله (7 - 28) .

مثال(٢٨ - ١) :

يحتوى مصدر مشع على 1 ميكروجرام بلوتونيوم عدده الكتلى 239 ، فإذا فرضنا أن المصدر يشع 2300 جسيم ألفا فى الثانية فأوجد عمر النصف للبلوتونيوم ؟

الحـل :

يوجد فى الجرام الجزيئ (239 gm) من البلوتونيوم عدد أفوجادرو 6.02×10^{23} من الذرات .

∴ فى 1 ميكروجرام (10^{-6} gm) يوجد $\frac{10^{-6} \times 6.02 \times 10^{23}}{239}$

25.19×10^{14} ذرة

ثابت الاضمحلال λ

$$\lambda = \frac{2300}{25.19 \times 10^{14}} = 9.15 \times 10^{-13}\ / \text{sec}$$

عمر النصف $T_{\frac{1}{2}}$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda}$$

$$= \frac{0.693}{9.15} \times 10^{13}$$

$$= 7.57 \times 10^{11}\ \text{sec}$$

$$= 24\ 000\ \text{year}$$

مثال(٢٨-٢) :

تحتوى كمية من خام منجم ما على كيلو جرام من اليورانيوم . أوجد كمية الراديوم فى هذا الخام ، علما بأن عمر النصف لليورانيوم 238 هو 4.5×10^9 سنة . وأن عمر النصف للراديوم 226 هو 1620 سنة ؟

الحل :

نفرض كتلة الراديوم m

$$\therefore \ \frac{m}{1\ Kg} = \frac{226 \times 1620}{238 \times 4.5 \times 10^9}$$

$$= 0.34 \times 10^{-6}\ Kg$$

مثال(٢٨-٣) :

يؤدى الاضمحلال الإشعاعى لليورانيوم 238 إلى رصاص 210 ، وهو مشع لجسيمات بيتا . أوجد كتلة اليورانيوم فى كمية من خام منجم ما ، إذا علم أن ما استخلص من الرصاص من هذه الكمية تشع 1.5×10^5 جسيم بيتا فى الثانية . عمر النصف لليورانيوم 238 هو 4.5×10^9 سنة وثابت أفوجادرو 6.02×10^{23} للجرام الجزيئى .

الحل :

نوجد أولا ثابت الاضمحلال لليورانيوم λ

$$\lambda = \frac{0.693}{4.5 \times 10^9 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60}$$

$$= 2.78 \times 10^{-18}\ /sec$$

وإذا اعتبرنا أن الرصاص 210 فى حالة اتزان مع اليورانيوم ، فإن معدل انبعاث الجسيمات من ذرة اليورانيوم يساوى معدل انبعاث جسيمات β من الرصاص .

عدد ذرات اليورانيوم = $N = \dfrac{\text{معدل الانبعاث}}{\text{ثابت الاضمحلال}}$

$$\therefore\ N = \frac{1.5 \times 10^5}{2.78 \times 10^{-18}} = 0.54 \times 10^{23} \text{ atom}$$

$$= \frac{0.45 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = 0.0896 \text{ gm . mol}$$

لكن جرام جزيئى من اليورانيوم يتكون من 238 جرام .

∴ كتلة اليورانيوم فى كمية الخام هى :

$$m = 0.0896 \times 238$$
$$= 21.3 \text{ gm}$$

مثال(٢٨-٤) :

زمن عمر النصف للرادون 3.82 يوما . فإذا تحول عدد 8×10^{10} ذرة راديوم إلى رادون فأوجد عدد الذرات التى تتحول فى زمن 11.46 يوما .

الحل :

ثابت الاضمحلال $\lambda = \frac{0.693}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{0.693}{3.82}$

عدد الذرات التى تبقى دون تحول هى :

$$N = N_0\, e^{-\lambda t}$$
$$= 8 \times 10^{10} \exp - \frac{0.693 \times 11.46}{3.82}$$
$$= 8 \times 10^{10} \times \exp - 2.029$$
$$= 8 \times 10^{10} \times 0.125 = 1 \times 10^{10}$$

∴ عدد الذرات التى تتحول إشعاعيا تساوى 7×10^{10} ذرة

٢٨ / ٧ـ النشاط الإشعاعي الصناعي (Artificial Rodioactivity) :

تؤدى التحولات الصناعية للعناصر إلى ظهور نوى جديدة غير مستقرة ، تشبه إلى حد ما العناصر ذات الإشعاع الطبيعى ، وتسمى الظاهرة بالنشاط الإشعاعى الصناعى أو المستحث . وبينما تبعث النوى المشعة طبيعيا جسيمات ألفا أو بيتا عند تحولها ، إلا أن النوى المشعة صناعيا تبعث بجسيمات بيتا ، أو بجسيم جديد يسمى البوزيترون Positron أو الإلكترون الموجب ، حيث إنه يماثل الإلكترون تماما فى الكتلة ، ولكنه يحمل شحنة كهربية موجبة e + تعادل شحنة الإلكترون ، وقد جاء اكتشاف البوزتيرون من خلال دراسة امتصاص أشعة جاما فى المواد . وتحدث بإحدى طرق ثلاث :

١ - بالتأثير الكهروضوئى وفيه ينتج عن سقوط أشعة جاما على المواد انبعاث إلكترونات فوتونية تمتص جزءا من طاقة الأشعة .

٢ - بتأثير كومتون حيث يتصادم فوتون جاما مع أحد الإلكترونات الحرة فى المادة ، فيمتص الإلكترون نتيجة التصادم جزءا من طاقة فوتون جاما مما يسبب الزيادة فى طول موجته .

٣ - ظاهرة الإنتاج الزوجى للإلكترونات ، فقد وجد أن اقتراب فوتون جاما من المجال الكهربى للنواة يحول الفوتون إلى جسيمين متساويين فى الكتلة ولكنهما مختلفين فى الشحنة ، وقد ثبت أن أحدهما إلكترون والآخرون بوزيترون .

لقد كان إيرين وجوليو كورى أول من أعلنا عن وجود نشاط إشعاعى صناعى من خلال اكتشافهما للنيترون من التفاعل :

$$_{13}Al^{27} + {}_{2}He^{4} \rightarrow {}_{15}P^{30} + {}_{0}n^{1} \qquad (28 - 8)$$

وقد وجدا أن الألومنيوم بعد قذفه بجسيمات ألفا قد أصبح مادة مشعة ، أمكن تسجيل إشعاعاتها بواسطة عداد جيجر . وقد أرجع ذلك إلى الكمية الصغيرة من الفسفور $_{15}P^{30}$ التى نتجت من التفاعل النووى - وبدراسة الإشعاع الصادر عن هذا الفسفور بثنى مساره فى مجال مغناطيسي ، أمكن إثبات أن الإشعاع يتكون من إلكترونات موجبة أى

بوزيترونات ${}_1e^0$ تنتج من التفاعل ${}_1e^0$ + ${}_{14}S^{30}$ → ${}_{15}P^{30}$

وعلى العكس الحال فى الاضمحلال الإشعاعى الحقيقى الطبيعى ، غالبا ما يؤدى الانبعاث الإشعاعى الواحد من النواة إلى تحويلها إلى حالة الاستقرار . ويطلق اسم عنصر مشع على أى عنصر استحدث فيه نشاط إشعاعى صناعى .

أما عن كيفية انبعاث البوزيترون من النواة بالرغم من كبر طول موجته $\lambda = h / mv$ مما يزيد على أبعاد النواة التى لا يمكن لها أن تحتويه داخلها ، فقد تقدم فيرمى عام ١٩٣٤ بنظرية تفيد عدم وجود أى إلكترونات أو بوزتيرونات فى النواة دائما ، يمكن أن يتحول نيوترون إلى بروتون داخل النواة عن هذه العملية .

$${}_0n^1 \rightarrow {}_1p^1 + {}_1e^0 \qquad (28 - 9)$$

وقيمة الشحنة والكتلة محفوظة فى هذه العملية لكن يزداد العدد الذرى للنواة بمقدار الوحدة إذا انبعث إلكترون منها . ويمكن أن يتحول البروتون بطريقة مماثلة إلى نيوترون وبوزيترون .

$${}_1n^1 \rightarrow {}_0n^1 + {}_1e^0 \qquad (28 - 10)$$

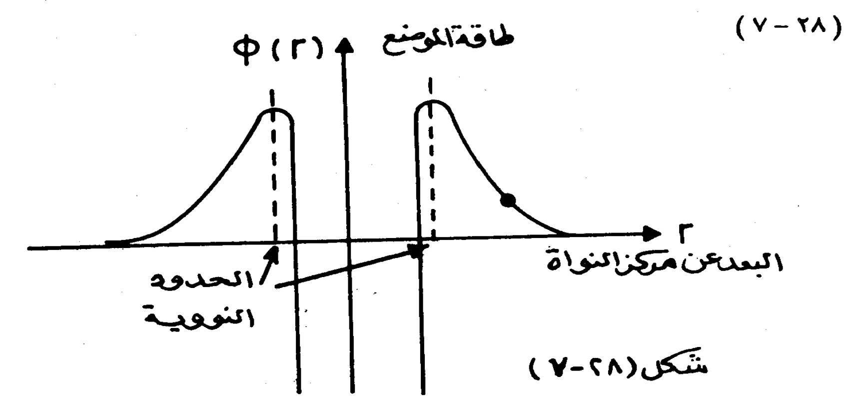
ولكى نحفظ قانونى بقاء الطاقة وكمية الحركة فى مثل هذه التفاعلات ، اقترح باولى أن النواة تفقد دائما مقدارا ثابتا من الطاقة لكل جسيم بيتا ينبعث منها ، ويناظر هذا المقدار أكبر طاقة فى طيف جسيمات بيتا . وإذا ما انبعث من النواة جسيم بيتا بطاقة أقل من هذا الحد الأقصى ، صاحب ذلك انبعاث جسيم أطلق عليه اسم النيوترينو ليس له شحنة وكتلته الساكنة تساوى صفرا ، وطبيعته الحقيقية غير مفهومة تماما وهو لا يؤين ، ويتحرك فى الفضاء بحرية مطلقة تقريبا .

٢٨ / ٨– القوي النووية :

كانت ولا تزال القوى النووية أمرا محيرا . فما هو نوع القوة التى تربط نكلونات النواة ببعضها ، وتجعلها مستقرة حينا وغير مستقرة حينا آخر ، إذا ما قذفت بجسم ؟ وما هى الحدود التى إذا تعدتها الجسيمات المشحونة أحدث حالة عدم استقرار وتحول نووى ؟

إن تجارب الاستطارة بالنوى الخفيفة يعطينا فكرة عن حجم النواة ، التى لا يزيد قطرها عن 10^{-12} سم ، والتى يكون المجال الكهربى بداخلها مصحوبا بقوى نووية من نوع جديد تماما ، تعمل على التجاذب الشديد جدا بين النكلونات . هذه القوى ليست كولومية إذ أن الديوترون الذى يتركب من بروتون موجب ونيوترون غير مكهرب يكون نواة مستقرة ، كما أنها لا يمكن أن تكون قوى جاذبية فهى أصغر بكثير من أن تفسر قوة الترابط بين النكلونات . فإذا اعتبرنا بروتونين فى نواة ذرة يكون البعد بينهما حوالى 3×10^{-13} سم ، وتكون قوة التنافر الكولومى بينهما 25.6 نيوتون وهذه قوة كبيرة ، يجب لكى تستقر معها النواة أن توجد قوة جذب نووية معادلة لها وتساويها على الأقل فى المقدار . وتدل تجارب رذرفورد لتشتت جسيمات ألفا على أن هذه القوى النووية قصيرة المدى ، مما يعطى النواة حدودا واضحة تتلاشى بعدها قوة الجذب النووى بسرعة كبيرة ، إذا ما تعدينا هذه الحدود حيث يتبقى فقط القوى الكولومية .

أمكن استنادا للحقائق المعروفة وضع نموذج لمنحنى طاقة الموضع للنواة كالمبين بالشكل (٢٨ - ٧)



شكل (٢٨-٧)

فإذا فرضنا مثلا جسيما كالبروتون يتحرك تجاه النواة بسرعة كبيرة فإنه يكون كمن يتسلق جبلا ، وتتحول طاقة حركته إلى طاقة موضع ، فإذا لم يكن لديه من الطاقة ما يوصله

إلى قمة جبل الطاقة عند الحدود النووية فإن البروتون يستطير ، أما إذا وصل إلى هذه الحدود بما لديه من طاقة فإنه يسقط فى بئر جهد النواة ، حيث يبدأ التحول المستحث للنواة وتحدث عندئذ ظاهرة النشاط الإشعاعى الصناعى ، ويفشل هذا النموذج فى إفادتنا عما يحدث داخل النواة عند سقوط الجسم فيها .

٢٨ / ٩ـ النقص الكتلي وطاقة الترابط :

ينشأ عن وجود قوى جاذبة كبيرة داخل النواة بين البروتونات والنيترونات طاقة ترابط ، تعرف بالطاقة اللازمة لمكونات النواة لتنفصل عن بعضها البعض تماما .

ولتعيين طاقة الترابط النووى نستخدم قاعدة إينشتين لتكافؤ الطاقة . فإذا جمعنا كتل البروتونات والنيترونات الحرة التى تكون نواة الذرة ، وجدنا أن كتلتها أكبر من كتلة النواة التى تتركب من نفس أعداد البروتونات والنيترونات (mass defect) . ويمثل النقص فى الكتلة Δm طاقة الترابط النووى ΔE وفقا للمعادلة :

$$\Delta E = \Delta m \ C^2 \qquad (28 - 11)$$

حيث C سرعة الضوء .

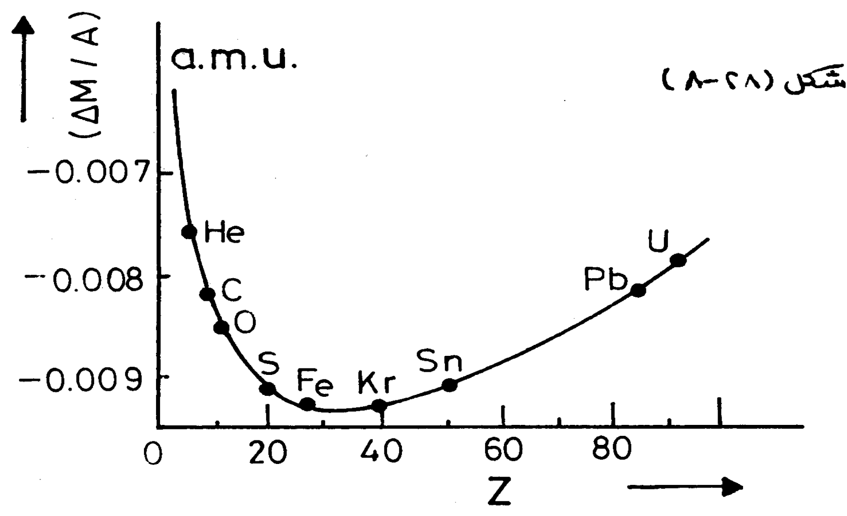
وكتطبيق لهذا المبدأ نعتبر حالة نواة الهليوم التى تتكون من بروتونين ونيترونين ، الكتلة الحرة لهما هى :

$$2n + 2P = 2 \times 1.008665 + 2 \times 1.007276$$

$$= 4.031882 \text{ amu}$$

كتلة ذرة الهليوم : 4.002600 amu

ويكون الفرق فى الكتلة هو 0.029282 وحدة كتلة ذرية ، ويؤخذ هذا النقص الكتلى على أنه طاقة الترابط لنواة ذرة الهليوم . وبالحساب المشابه وجد أن لجميع نوى الذرات للعناصر المختلفة نقصا كتليا . ويوضح الشكل (٢٨ – ٨) العلاقة البيانية لكل تغير بين الكتلة لكل نوية ($\Delta M / A$) مع تغير العدد الذرى Z ، حيث ΔM هى الفرق بين الكتلة النووية الحقيقية ، مطروحا منها مجموع كتل البروتونات والنيترونات الموجودة بالنواة وعددها A .



شكل (٢٨-٨)

ويمكن حساب طاقة الترابط لكل نواة بالإلكترون فولط ، وذلك باستخدام المعادلة (11 - 28) وعلى سبيل المثال عندما تفقد كتلة قدرها 0.02928 وحدة ذرية عند جمع بروتونين ونيوترونين ، لتكوين ذرة الهليوم ينتج كمية من الطاقة قدرها 27.26 مليون إلكترون فولط .

وجدير بالذكر أن هذا التحول من كتلة إلى طاقة هو مصدر الطاقة الشمسية ، حيث يتحول فيها بروتونان ونيوترونان لتكون نواة ذرة الهليوم في تفاعل نووي .

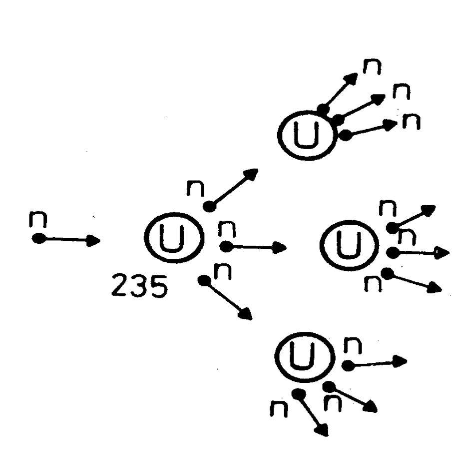
٢٨-١٠ -الإنشطار النووي (Nuclear fission) :

لاحظنا من الشكل (٢٨ - ٨) تزايد النقص الكتلي للعناصر الموجودة عند طرفي الجدول الدوري عن مثيلاتها من العناصر في منتصفه ، وعلى ذلك فإذا فرضنا أن نواة ذرة ثقيلة مثل اليورانيوم عددها الذري Z قد أمكن شطرها شطرين ، يحتمل كل منهما شحنة $\frac{Z}{2}$ وكتلتها متساوية فإن كتلة كل منهما تكون أكبر كثيرا من كتلة النواة المستقرة المعروفة للعنصر الذي له عدد ذري $\frac{Z}{2}$ ، وذلك بسبب النقص الكتلي . لذلك ولكي تحدث عملية الانشطار يجب أن تتحرر كمية من المادة تكافئ النقص الكتلي ، على شكل طاقة حرة وفقا لقانون

إينشتين لتكافؤ الكتلة والطاقة .

ولكى تحدث عملية الانشطار هذه ، يستلزم للتفاعل وجود مؤثر خارجى كقذف النواة بجسيم معجل مثلا ، وقد وجد أن النيوترون هو أنسب الجسيمات لهذا الغرض ، إذ أنه عديم الشحنة فلا يتفاعل مع المجالات الكهربية فى النواة ، وإنما يفقد طاقته فقط عن طريق التصادم المباشر بالنوى . ولما كانت كتلته كبيرة نسبيا لذلك فإنه بتصادمه مع النواة ، يعطيها جزءا ملموسا من طاقته وكمية حركته ، مما قد يسمح بحدوث الانشطار .

وعلى ذلك أجريت تجارب كثيرة لدراسة تفاعلات النيوترونات السريعة والبطيئة مع نوى الذرات المختلفة ، وكان فيرمى أول من أبرز أهمية النيوترونات البطيئة المسماة بالحرارية فى التفاعلات النووية ، بعد أن وجد أن أسر مثل هذه النيوترونات فى نوى عناصر مثل الكادميوم ظاهرة تحدث كثيرا .



شكل (٢٨-٩)

وجاء عام ١٩٣٩ حيث أعلن هان وشتراسمان بصفة قاطعة أن ذرة اليورانيوم 235 عند قذفها بنيوترون حرارى تأسره فى نواتها ، وتنشطر إلى شطرين أحدهما يكون الباريوم ، كما ينطلق فى التفاعل نيوترونان سريعان أو ثلاثة فى المتوسط مع كمية كبيرة من الطاقة ، حيث تعطى كل نواة U^{235} حوالى 200 مليون إلكترون فولط من الطاقة عند انشطارها .

قد يكون أخطر ما فى الموضوع ظهور ثلاثة نيوترونات من انشطار حدث بنيوترون واحد ، مما يمكن أن يحدث معه تفاعل متسلسل - كما مبين بالشكل (٢٨ - ٩)- الذى يوضح أنه إذا تفاعل عدد x من ذرات اليورانيوم نتيجة عدد x خطوة فى التفاعل المتسلسل ، فإننا نحصل على عدد من النيوترونات يساوى (3^x) . وإذا استغرقت كل خطوة 0.01 من الثانية يكون عدد النيوترونات

المشتركة فى التفاعل خلال ثانية واحدة هى (3^{100}) ولنا أن نتخيل كمية الطاقة التى تصاحب انشطار كل هذه النوى ، والتى يتركز ظهورها خلال ثانية واحدة من التفاعل ، مما يتحتم معه حدوث انفجار عنيف مصاحب للتفاعل .

وإذا أريد للتفاعل أن يكون متسلسلا يجب ألا تهرب النيوترونات من كتلة اليورانيوم ، التى يتم بداخلها التفاعل ولذلك يلزم كتلة حرجة من U^{235} ، حتى يمكن لذراتها أن تقتنص كل النيوترونات الناتجة قبل أن تتمكن من الهرب .

وبدهى أنه إذا زادت المادة المتفاعلة عن الكتلة الحرجة ، فإن التفاعل سينمو بمعدل سريع مصحوبا بانفجار ، وهذا ما يحدث عند تفجير سلاح نووى . ولكن عند الحاجة إلى التحكم فى شدة التفاعل – كما هو الحال فى المفاعلات النووية – تستخدم أعمدة من مادة الكادميوم تمتص النيوترونات بسهولة ، ويمكن بواسطتها التحكم فى معدل التفاعل بإدخالها أو إخراجها من قلب المفاعل .

٢٨ / ١١– الاندماج النووي :

يمكن اعتبار أن الاندماج النووى هو العملية العكسية للانشطار النووى ، وقد رأينا فى الشكل(٢٨ – ٨) أن النقص الكتلى للنوى الخفيفة أكبر بكثير من النوى المتوسطة ، وعلى ذلك فإن اندماج النوى الخفيفة يحرر مقادير كبيرة من الطاقة ، وقد رأينا فى بند (٢٨ – ٩) أن اتحاد بروتونين ونيوترونين لتكوين نواة ذرة هليوم ينتج قدرا من الطاقة يزيد على 27 مليون إلكترون فولط . ولكن لا توجد للآن طريقة معملية يمكن بها إحداث هذا التفاعل الاندماجى . وربما تكمن صعوبة ذلك فى أن الشحنات الكهربية على النواة تساعد عملية الانشطار عن طريق التنافر ، بينما فى حالة الاندماج يعوق التنافر الكولومى تقريب النوى الخفيفة من بعضها ، بدرجة تسمح للقوى النووية أن تمسكها معا . ولم ينجح على الأرض الاندماج النووى إلا فى حالة القنبلة الهيدروجينيه، حيث يتم إشعال التفاعل الاندماجى بواسطة قنبلة من النوع الانشطارى ، وتعمل الحرارة الهائلة الناشئة عن التفجير الانشطارى على بدء التفاعل النووى الاندماجى لذرات الهيدروجين، وتكوين الهليوم وتحرير مقدار النقص الكتلى على صورة طاقة بكل صورها .

وتجرى حاليا العديد من البحوث للتحكم فى تفاعلات الاندامج الحرارى النووى ،

وتعالج ذلك فيزياء البلازما والتى تعنى بدراسة خواص الغازات المؤينة تأينا كاملا ، وهى التى تعرف باسم البلازما وغالبا ما تعنى غاز الديتيريوم على وجه الخصوص .

مثال (٢٨-٥) :

فى عملية انشطار نووى بالنيترونات انشطرت ذرة يورانيوم $_{92}U^{235}$ إلى ذرتين $_{54}Xe^{139}$, $_{38}Sr^{94}$ ما ناتج التفاعل .

الحل :

العدد الذرى لم يتغير قبل وبعد التفاعل ، وعلى ذلك تكون الشحنة على الجسيمات الناتجة تساوى صفرا .

العدد الكتلى للجسيمات الناتجة هو : $(235 + 1) - (139 + 94) = 3$

أى أن ناتج التفاعل هو خروج ثلاثة نيوترونات $3\ _0n^1$ ويكون التفاعل :

$$_{92}U^{235} + {_0n^1} \rightarrow {_{54}xe^{139}} + {_{38}Sr^{94}} + 3\ {_0n^1}$$

مثال (٢٨-٦) :

احسب طاقة الترابط لذرة الكربون $_6C^{12}$ ، علما بأن كتلتها 12.0038 وحدة كتلة ؟

الحل :

تحتوى ذرة الكربون على 6 إلكترونات 6 بروتونات ، 6 نيوترونات ، مجموع كتلتها 12.1026 وحدة كتلة . النقص الكتلى عند اتحادها فى الذرة يساوى 0.0988 وحدة كتلة ذرية .

طاقة الترابط لذرة الكربون هى :

$$0.0988 \times 931\ Mev = 92\ Mev$$

ويلاحظ أنه بالحساب نجد أن وحدة الكتلة الذرية تكافىء طاقة 931 مليون إلكترون فولط . $1\ amu = 931\ Mev$.

مسائل علي الفصل الثامن والعشرين

١ – أوجد درجة الحرارة التى تكافئ طاقة حركة جسيم طاقته 100 مليون إلكترون فولط ؟

٢ – أوجد طول موجة دى برولى المصاحب لنيترون طاقته 56×10^{-5} إلكترون فولط ، وما هى درجة الحرارة المكافئة لهذه الطاقة ؟

٣ – تطلق نواة شعاع جاما طاقته 2 مليون إلكترون فولط . ما مقدار تغير كتلة النواة ؟

٤ – أكمل التفاعلات النووية الآتية :

a - ${}_1H^3 \rightarrow {}_2H^3 + \ldots\ldots$

b - ${}_7N^{14} + {}_2He^4 \rightarrow {}_8O^{17} + \ldots\ldots.$

c - ${}_4Be^9 + {}_2He^4 \rightarrow {}_6C^{12} + \ldots\ldots.$

d - ${}_{25}Mn^{55} + {}_1H^2 \rightarrow {}_{26}Fe^{55} + \ldots\ldots.$

٥ – ما مقدار الطاقة المتحررة فى التفاعلات الآتية :

A - ${}_1H^1 + {}_3Li^7 \rightarrow 2\ {}_2He^4$

B - ${}_1H^3 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_0n^1$

٦ – أكمل التفاعلات الآتية :

a - ${}_{29}Cu^{64} \rightarrow {}_{+1}e^0 + \ldots\ldots.$

b - ${}_5B^{10} + {}_2He^4 \rightarrow {}_7N^{13} + \ldots\ldots.$

c - ${}_{48}Cd^{105} + {}_{-1}e^0 \rightarrow \ldots\ldots.$

d - ${}_{13}Al^{27} + {}_0n^1 \rightarrow {}_{12}Mg^{27} + \ldots\ldots.$

٧ – تحتوى مادة مشعة على 10^{12} ذرة فى لحظة ما . أوجد عدد الذرات التى تتفتت خلال ثانية واحدة ، علما بأن عمر النصف للمادة 30 يوما ؟

٨ – يعتبر هيدريد الليثيوم $Li^6\ H^2$ وقوداً نووياً وفقا للتفاعل

${}_3Li^6 + {}_1H^2 \rightarrow 2\ {}_2He^4$

أوجد القدرة بالكيلو واط التى تصاحب استهلاك 1 جم من H^2 Li^6 فى اليوم .
(اعتبر 100% كفاءه للعملية) ؟

٩ - احسب الطاقة المتحررة من انشطار اليورانيوم 235 بواسطة نيوترون حرارى ، إذا كان العدد الكتلى لناتجى الانشطار متساويين ، وانبعثت من الانشطار نيوترونان معجلان .

١٠ - كم عدد جسيمات ألفا التى تنبعث من ذرة اليورانيوم U^{238} أثناء اضمحلالها حتى تصير رصاص Pb^{206} ؟

تحتوى كمية من الصخور كيلو جرام واحد من اليورانيوم متزنة من نواتج اضمحلالها احسب كمية الهليوم التى تنتج خلال العام ؟ عمر النصف لليورانيوم 238 يساوى 4.5×10^{9} سنة .

١١ - يتحول نيوترون حر إلى بروتون . ما نوع الجسيم الذى ينبعث نتيجة التحول ؟ وبحساب الطاقة اشرح لماذا نتوقع خروج مثل هذا الجسيم ؟ واحسب الطاقة المتحررة بالإلكترون فولط . (كتلة النيوترون = 1.00898 ، كتلة البروتون = 1.00759 وكتلة الإلكترون 0.00055 وحدة كتلة ذرية ، وحدة الكتلة الذرية = 1.66×10^{-27} كجم ، شحنة الإلكترون = 1.6×10^{-19} كولوم ، سرعة الضوء = 3×10^{8} متر / ث

١٢ - الطاقة المحررة نتيجة انشطار نواة يورانيوم 235 هى 3.2×10^{-11} جول . احسب القدرة المنتجة يوميا فى مفاعل نووى نتيجة انشطار جرام يورانيوم فى اليوم ؟

الفصل التاسع والعشرون

الجسيمات الأولـية (Elementary Particles)

٢٩ / ١- ظهور الجسيمات الأولية :

منذ زمن بعيد والعقل البشرى يبحث دائما عن مكونات المادة ، وكان تحديد اللبنة الأساسية فى تكوين الأجسام ، هو الشغل الشاغل لفكر الإنسان ، وحتى هذه اللحظة : وكان اكتشاف الذرة والطبيعة الذرية للمادة نصرا كبيرا لعلماء عصر مضى وانقضى سريعا ، إذ سرعان ما ظهر أن الذرة ليست اللبنة الأساسية فى هيكل المادة ، وأنها ليست وحدة غير قابلة للانقسام ، وأنها تحتوى إلكترونات تتحرك فى مسارات حول نواة بها معظم كتلة الذرة . ثم توالت الاكتشافات فى مطلع هذا القرن ، ولم تعد نواة الذرة أيضا وحدة غير قابلة للانقسام ، إذ ظهر أنها تتكون من برتونات ونيوترونات يلتصق بعضها ببعض بإحكام شديد . ولم تكن تلك المعرفة هى نهاية المطاف ، إذ بدأ علماء الفيزياء بعد ذلك بتصميم وتشييد معجلات جبارة للجسيمات الأولية المعروفة ، وكانت حتى سنى الثلاثينات هى البروتونات والنيوترونات والإلكترونات . وكان الهدف من ذلك هو محاولة تحطيم هذه الجسيمات ، وكانت المفاجأة ظهور أنواع كثيرة من الجسيمات الجديدة ، نتجت عن قذف بعض الجسيمات بالبعض الآخر بكميات حركة غاية فى الكبر ، وكان قانون بقاء الطاقة وقانون تحول طاقة الحركة إلى كتلة ، وفقا لنظرية إينشتين هما الأساس فى خلق كل هذا السيل من الجسيمات ، التى لا نجد لها الآن اسما أفضل من الجسيمات الأولية ، بالرغم من أن بعضها أكثر تعقيدا وأكبر كتلة من البروتونات والنيوترونات . واستمرارا لهذا البحث الشاق عن العناصر الأولية لتركيب المادة ، وجد العلماء المعاصرون فى السنين القليلة الماضية ما يشير إلى أن البروتونات والنيوترونات وغيرها من الجسيمات الأولية تتكون من وحدات أصغر ، يتكون منها بنيان تلك الجسيمات تسمى بالكوارك Quarks إن هذه الكوارك هى ما يجب أن نعتبره الآن اللبنة الأساسية الحقيقية للمادة . وسنستعرض فيما يلى بشيء كثير من

التبسيط والإيجاز تطور ظهور الجسيمات الأولية والنظريات المصاحبة لها .

٢٩ / ٢- استكشاف دخائل الذرة :

لم يكن هناك أية وسيلة مباشرة لارتياد مجاهل الذرة لتحديد مكوناتها ، ولذلك اتبع الباحثون أسلوب اقتطاع أجزاء منها لدراستها ومعرفة كنهها . فعلوا ذلك عندما أحدثوا تفريغا كهربيا فى غاز مخلخل ، فظهر وهج مضىء مصحوب بتيار كهربى وسميت الظاهرة بأشعة المهبط ، اعتقاداً بأن الإلكترود السالب فى أنبوبة التفريغ يبعث بها إلى الأنود الموجب . وقد أثبت تومسون بعد إجراء تجارب دقيقة على أشعة المهبط أنها تتكون من جسيمات صغيرة جدا مشحونة بشحنة سالبة تنحرف فى المجالات الكهربية والمغناطيسية، ولها طاقة كبيرة فإذا سقطت على عجلة حرة الحركة أدارتها . وتوصل تومسون إلى أن كتلة كل جسيم من هذه الجسيمات أصغر من كتلة أيون الهيدروجين بمقدار 1800مرة ، كما أن عليه نفس مقدار شحنته ولكنها شحنة سالبة وأسماها إلكترونات ، ولما كانت جميع المواد قادرة على أن تبعث هذه الإلكترونات بطريقة أو بأخرى لذلك اعتبرت لبنة أساسية فى تكوينها .

جاء بعد ذلك رذ رفورد واستخدم شعاعاً من جسيمات ألفا ، ليستكشف ما بداخل الذرة ، فأسقط حزمة من هذه الأشعة على رقيقة من الذهب ، فلاحظ ارتداد بعضها للخلف مما أثبت اصطدامها بشىء صلب وكثيف . وبناء على تلك التجارب وضع رذ رفورد نموذجا لذرة ذات نواة تحتوى كل كتلة الذرة تقريبا وعليها شحنات موجبة بينما تتحرك الإلكترونات حولها كالنظام الشمسى .

استمر رذ رفورد فى محاولاته استكشاف الذرة بقذفها بجسيمات خارجية ، حتى نجح فى إحداث أول تحول نووى بأن اكتشفت البروتون ، وهو جسيم استطاع اقتطاعه من نواة الذرة . يساوى فى الكتلة ذرة الهيدروجين وعليه شحنة موجبة تساوى عدديا شحنة الإلكترون . وبناء عليه فقد اعتبر أن ذرة الهيدروجين تتكون من بروتون وإلكترون .

وإن تعادل ذرات المواد كهربيا ، يحتم أن يكون عدد البروتونات الموجبة بالنواة تساوى تماما عدد الإلكترونات السالبة ، التى تدور حولها ويسمى ذلك بالعدد الذرى .

ولكن ظل السبب فى اختلاف العدد الكتلى للذرة عن العدد الذرى خافيا حتى عام ١٩٣٢ ، حين اكتشف تشادويك النيوترون الذى له تقريبا نفس كتلة البروتون ولكنه لا يحمل أية شحنة ، وأظهرت التجارب أن البروتون أو النيوترون يشبه كل منهما كرة من المادة قطرها حوالى 2×10^{-15} متر ، تتواجد فى أنوية الذرات بأعداد مختلفة ، ويمكن تشبيه البروتونات والنيوترونات فى نواة أى ذرة كالجزيئات فى قطره من الماء ، تحتضنها القوى الجزيئية وقوى التوتر السطحى ولكن يمكن للقطرة أن تنقسم تحت ظروف خاصة .

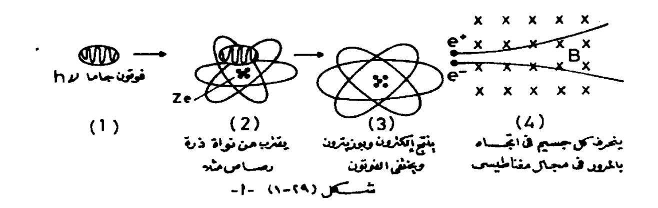
بعد اكتشاف النيوترون بدأت الجسيمات تحت الذرية Subatomic تتزايد بمعدل سريع فاكتشف البوزيترون من بين الأشعة الكونية . وبعد اكتشافه وجد أنه يكون أحد نواتج التفتت الإشعاعى لكثير من النيوكليدات المشعة صناعيا . وليس للبوزيترون وجود مستقل فهو يتحد دائما مع إلكترون ، وتنبعث فوتونات جاما وفقا للتفاعل .

$$e^{+} + e^{-} \rightarrow h\upsilon$$

وأحيانا يحدث عكس هذا التفاعل عندما يمر فوتون جاما بالقرب من نواة ذرة ما ، فيتحول الفوتون إلى إلكترون وبوزيترون وتسمى بعملية الإنتاج الزوجى pair production ، ويعتبر هذا التحول من أهم إثبات لصحة النظرية النسبية لإينشتين ولمبدأ تكافؤ الكتلة والطاقة . فإذا كانت كتلة الإلكترون أو البوزيترون m_e فإن أقل طاقة لفوتون أشعة جاما يمكن أن يتحول فى عملية إنتاج زوجى هى :

$$(2 m_e)\ c^2 = 1.02 \text{ MeV}$$

وهذه القيمة تتفق تماما مع نتائج التجارب العملية . وتوضح الصورة فى الشكل (٢٩ – ١) عملية الإنتاج الزوجى فى غرفة سحابية موضوعة فى مجال مغناطيسي، ويرى مسار الإلكترونات السالبة التكهرب منحرفا فى عكس مسار البوزيترون الموجب التكهرب .



شكل (٢٩-١) -أ-



٢٩/٣ - النيوترينو ν (neutrino) :

اكتشف النيوترينو من خلال دراسات عن الانحلال البائى B - decay لنوى الذرات المشعة ، فقد كان معروفا أن طيف الطاقة لجسيمات بيتا من النواة يكون طيفا مستمرا . فعند اضمحلال النواة تنقص كتلتها بقدر محدد . وباعتبار نظرية تكافؤ الكتلة والطاقة ، يكون متوقعا خروج جسيمات بيتا بطاقات محددة ، وليست على أى قدر منها . ولذلك، ولكى يحافظ باولى على قانون بقاء الشحنة والطاقة ، افترض خروج جسيم آخر مع جسيم بيتا تكون شحنته صفرية ، أى أنه جسيم متعادل ولكن يمكن له أن يكون على أى قدر من

الطاقــة ، بحيث يكون مجموع طاقته وطاقة الإلكترون المنبعث من النواة ثابتا . وأطلق على هذا الجسيم اسم النيوترينو . . وأعطى الرمز υ .

والمعتقد حاليا أن النيوترينو يصاحب انبعاث البوزيترونات B^+ ، بينما يصاحب انبعاث الإلكترونات B^- جسيم ضديد يسمى ضديد النيوترينو anti neutrino ، وأعطى الرمز υ . وتصنف هذه الجسيمات الخفيفة فى مجموعة واحدة يطلق عليها اسم الليبتونات Leptons ، وأهم هذه الليبتونات هو الإلكترون وكتلته 0.511 MeV والميون μ ، ويشبه تماما الإلكترون من حيث الشحنة واللف ولكنه أثــقل منه 207 مــرة فكتلتــه حــوالى 105.7 MeV . وبالرغم من وجود النيوترينو والميون بكميات وفيرة جدا فى الطبيعة ، إلا أنها لا تدخل فى فى تركيب ذرات المواد المختلفة .

ينتج العديد من الميونات عند اصطدام الأشعة الكونية الابتدائية بالغلاف الهوائى لجو الأرض ، فهى تعتبر لذلك أشعة كونية ثانوية . كما أن العديد من النيوترينو تنتج خلال التفاعل النووى فى الشمس ولذلك تجدها فى كل مكان .

٢٩ / ٤ – الأشعة الكونية (Cosmic rays) :

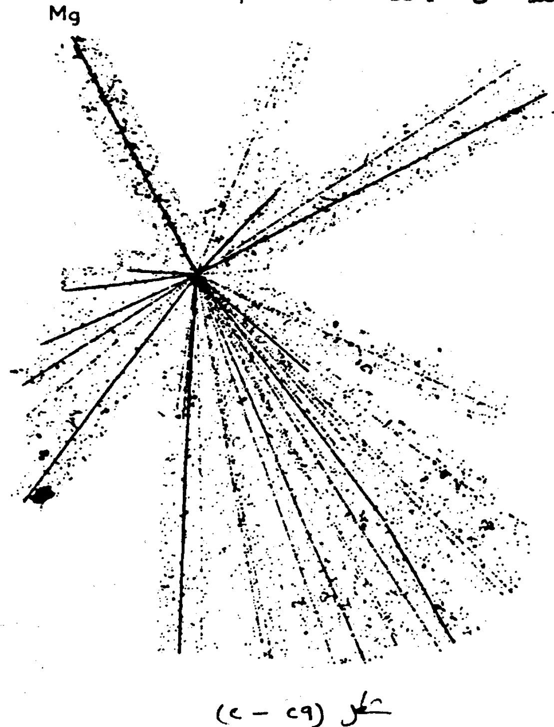
لاحظ الباحثون فى الأشعة والإشعاع أن الإلكترومترات تفقد شحناتها تدريجيا ، مهما كانت معزولة عزلا جيدا عن أية إشعاعات معروفة . واتجه الظن إلى وجود إشعاع قوى صادر من تحت سطح الأرض أو من الجو الخارجى . وبإجراء العديد من الدراسات على هذه الظاهرة وجد أن كمية الإشعاع المؤين الساقط على الإلكترومتر تتناقص أولا بالارتفاع عن سطح الأرض ، ثم بعد ذلك تزداد كمية الأشعة مما أشار إلى أن مصدرها هو الكون الخارجى ، ولذلك سميت بالأشعة الكونية .

وبدراسة طبيعة هذه الأشعة وجد أنها تحتوى على جسيمات مشحونة ، تتأثر حركتها بفعل المجالات المغناطيسيه . ولم تكن دراسة الأشعة الكونية أمراً سهلا ، إذ أن الأشعة التى تصل إلى سطح الأرض حيث يوجد الباحث ، لم تكن بالضرورة نفس الأشعة الكونية الآتية من الكون الخارجى ، ولكنها غالبا ما تكون أشعة ثانوية نتجت عن التفاعل النووى بين الأشعة الابتدائية وأكسجين ونيتروجين الهواء الجوى ، وغالبا ما تحتوى لهذا السبب على بروتونات لها طاقة عالية وكذلك أيونات مختلفة .

وبالرغم من أن شدة الأشعة الكونية ، التى تأتينا فى اتجاه الشمس تتأثر كثيرا بحدوث

البقع الشمسية sun spots ، إلا أن معظم هذه الأشعة تسقط من جميع الاتجاهات بشدة منتظمة ، مما يؤكد بأنها تصدر من الفضاء الخارجي وليس فقط من الشمس .

وقد أوضحت التجارب الحديثة التي تجرى على هذه الأشعة في الفضاء الخا جي ، بأنها مصدر طبيعي مهم للجسيمات ذات الطاقة العالية جدا التي تبلغ أحيانا 10^{21} إلكترون فولط (10^{21} e V) . وهذه طاقة لم يمكن لأى من المعجلات الضخمة أن يصل إليها حتى الآن . وتجرى عادة هذه التجارب باستخدام ألواح فوتوغرافية ذات مستحلبات نووية ترسل إلى طبقات الجو العليا في بالونات أو صواريخ وأقمار صناعية . وتحمض الألواح فتظهر بعض التفاعلات النووية التي قد يكون أحدثها تصادم جسيمات الأشعة الكونية مع ذرات المستحلب النووي .



شكل (٢٩ - ج)

Dainton & Kent , Bristol University , 1950

ويبين الشكل (٢٩ – ٢) تصادم جسيم الأشعة مع نواة ذرة بروم فى المستحلب والتفتت النووى الذى حدث نتيجة للتصادم . وقد سجل هذا الحدث دانتون وكنت بجامعة برستول عام ١٩٥٠ وبتحليل نتيجة الانشطار ، ظهر أن الجسيم الابتدائى القادم مع الأشعة الكونية هو غالبا نواة ذرة ماغنسيوم قادمة بطاقة 15 GeV ($1\ GeV = 10^9\ eV$) ، وقد تفتت ذرة البروم إلى أشلاء صغيرة مع ظهور ميزونات mesons .

٢٩/٥ – الباريونات والميزونات (Baryons and Mesons) :

يطلق اسم الباريونات على مجموعة الجسيمات مثل البروتونات والنيوترونات ، وجميعها جسيمات ثقيلة تتراوح كتلتها ما بين كتلة البروتون التى تساوى 939 MeV وثلاثة أمثال هذه الكتلة . الباريونات مثل الليبتونات لا تتخلق أو تفنى إلا فى وجود الجسيم الضديد . أى أن تكونها وتلاشيها يتم دائما أزواجا . والضديد يكون له نفس كتلة الجسيم وكذلك اللف ولكنه يختلف معه فى الشحنة فهو يحمل شحنة معاكسة لشحنة الجسم .

النوع الثالث من الجسيمات بعد الليبتونات والباريونات هى الميزونات وكتلتها وسط بين النوعين الأولين . ويمكن للميزون أن يظهر أو يختفى بمفرده دون ضرورة ظهور ضديد له . أى أن عدد الميزونات لا يحكمها قانون بقاء كما فى حالة الليبتونات .

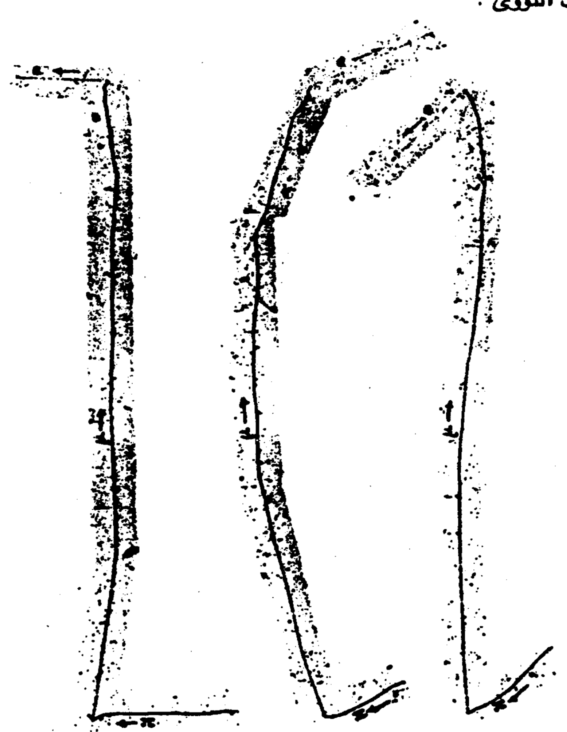
قد يكون أهم ميزون على الإطلاق هو ميزون ميو μ - meson ، الذى اكتشفه يوكاوا عام ١٩٣٥ بأن افترض وجود قوى نووية قصيرة المدى تعمل بين النكلونات التى تتماسك مع بعضها فى الأنوية بمجال قوة يسمى بالمجال الميزونى – ويصاحب هذا المجال انطلاق ميزونات ، بكيفية تشبه الكيفية التى تصاحب ظهور الفوتونات فى المجال الكهرمغناطيسي الموجود بين الجسيمات المشحونة . وعلى أساس هذه النظرية افترض يوكاوا انبعاث ميزونات ، تكون كتلتها وسطا بين كتلة الإلكترون والبروتون ، ويمكن أن تحمل شحنة أو لا تحمل شحنة على الإطلاق .

تحقق بعد ذلك نيديرماير وآخرون من وجود ميزون ميو عمليا من خلال دراسة للأشعة

الكونية . وقد قيست كتلته عن طريق قياس انحناء مساره في المجال المغناطيسي، وكثافة التأين على طول هذا المسار ، ووجد أن كتلته 140 مليون إلكترون فولط ، وأنه جسيم غير مستقر عمره الزمنى قبل أن يضمحل تلقائيا حوالى 15 . 2ميكرو ثانية . وأنه يتحلل فى نهاية عمره مع انبعاث إلكترون أو بوزيترون وفقا للتفاعل :

$$\mu^{\pm} \rightarrow e^{\pm} + \upsilon + \bar{\upsilon}$$

ويلاحظ ظهور نيوترينو υ وضديده $\bar{\upsilon}$ عند نهاية الاضمحلال ، عند انبعاث الإلكترون الموجب أو السالب $e^{\pm}$. وتوضح الصورة فى الشكل(٢٩ - ٣) اضمحلال ميزون π كما ظهرت فى المستحلب النووى .



كان من نتيجة ظهور ما يعرف بالنجوم فى المستحلبات النووية ، أن اكتشف ميزون آخر يسمى الآن ميزو باى meson – π . وينتج الشكل النجمى فى المستحلب نتيجة تفتت نووى تنبعث فيه بروتونات وجسيمات ألفا . وبدراسة هذا الميزون وجد أن كتلة السكون له تساوى تقريبا 330 مرة كتلة الإلكترون أو حوالى 165 MeV وأمكن وضع نظام الاضمحلال له على الصورة : $\pi^{+} \rightarrow \mu^{+} + \upsilon$

أى أنه ينتج ميزون ميو يصاحبه نيوترينو . ثم يضمحل ميزون ميو بعد ذلك إلى إلكترون وزوج من النيوترينو . انظر الشكل (٢٩ – ٣) .

وإذا كان ميزون π من النوع السالب يكون الاضمحلال على الصورة :

$$\pi^{-} \rightarrow \mu^{-} + \upsilon^{-}$$

وهنا ينبعث ميزون ميو سالب υ^{-} وضديد نيوترينو .

وقد أمكن إنتاج ميزونات باى فى المعمل من تفاعل النويدات مع بعضها ، باستخدام المعجلات أو مع الفوتونات عالية الطاقة وفقا للتفاعلات الآتية:

1 - $P + P \rightarrow \pi^{+} + {}_{1}D^{2}$

وينتج مع ميزون باى ديوترون ${}_{1}D^{2}$

2 - $P + h\upsilon \rightarrow \pi^{+} + {}_{0}n^{1}$

3 - ${}_{0}n^{1} + h\upsilon \rightarrow \pi^{-} + P$

4 - $P + h\upsilon \rightarrow \pi^{0} + P$

ويلاحظ فى التفاعل الأخير ظهور الميزو ن باى المتعادل الشحنة π^{0} . وقد ظهر بعد ذلك العديد من الميزونات والباريونات ، وفيما يلى جدولا يبين بعض الجسيمات الأولية .

جدول (٢٩-١)

اسم الجسيم	الرمز	الكتلة الساكنة	شحنته	لفة	رمز ضديده
الفوتون	γ	0	0	1	γ نفسه
ليبتونات					
إلكترون	e^-	0.511 Mev	$-e$	$\frac{1}{2}$	e^+ بوزيترون
نيوترينو	υ	0	0	$\frac{1}{2}$	$\bar{\upsilon}$ ضديد نيوترينو
	μ^+	105.65 MeV	$+e$	$\frac{1}{2}$	μ
ميزونات	π^+	139.57 MeV	$+e$	0	π^-
	π^o	134.96 MeV	0	0	π^o نفسه
باريونات					
بروتون	P	938.28 MeV	$+e$	$\frac{1}{2}$	$\bar{P}$ ضديد بروتون
نيوترون	n	939.57 MeV	0	$\frac{1}{2}$	$\bar{n}$ ضديد النيترون

٢٩/٦- قوانين البقاء (Conservation Laws) :

لقد ازداد عدد الجسيمات المكتشفة حديثا زيادة كبيرة بلغت أكثر من 300 جسيم ، وكان طبيعيا أن يبحث العلماء عن نظام يمكن بواسطته تصنيف هذا العدد الكبير من الجسيمات ، كما سبق أن حدث بالنسبة لتصنيف الذرات من واقع دراسة تفاعلاتها الكيميائيه، وترتيبها فى مجاميع داخل الجدول الدورى للعناصر بدلالة تكافآتها وقد كان ذلك ميسورا ، نظرا لأن ذرات المواد المتفاعلة كيميائيا لا تختفى من خلال التفاعل .

ولكن الأمر يختلف بالنسبة للتفاعلات النووية بين الجسيمات الأولية ، التى دائما ما

يختفى بعضها ويظهر البعض الآخر ، أو يحدث تحول نووى للأنوية من نوع لآخر ويتم كل ذلك من خلال التفاعل . ولكى نوجد أساسا للتصنيف بدأ العلماء يبحثون عن ماهية الشيء المشترك فى جميع التفاعلات ، ويبقى ثابت دائما قبل وبعد التفاعل . وبمعنى آخر إن البحث كان يدور حول ما هى الكميات المحفوظة بجانب قوانين البقاء المألوفة ، وهى قوانين بقاء الطاقة (أو الكتلة) وكمية الحركة وكمية الحركة الزاوية وكذلك قانون بقاء الشحنة .

ولكى نصل إلى ذلك يجب أن نتعرف على بعض الحقائق الأساسية التى تتلخص فيما يلى :

١ – تخضع جميع الجسيمات لقوانين بقاء الطاقة وكمية الحركة والشحنة .

٢ – تخضع جميع الجسيمات لقانون بقاء كمية الحركة الزاوية . أى أن حركة اللف موجودة ومكماة . فالإلكترون والبروتون والنيوترون لفها يساوى $s = \frac{1}{2}$ أما الفوتون فلفه يساوى $s = 1$ والميزونات لها لف صفرى وهكذا .

٣ – يكون محفوظا عدد الجسيمات التى لها لف $s = \frac{1}{2}$ ، وكتلتها مساوية أو تزيد عن كتلة البروتون وهى التى تسمى باريونات .

ولكل باريون عدد باريونى baryon number ، يساوى ± 1 أو يساوى صفرا . أى أن العدد الباريونى يكون محفوظا وكذلك الحال بالنسبة العدد الليبتونى Lepton number فهو محفوظا أيضا .

٤ – لكل جسيم جسيم مضاد يساويه تماما فى كل شيء ، ولكنه ذو شحنة مخالفة ، فضديد الإلكترون e^- هو البوزيترون e^+ وهكذا .

ويلاشى الجسيم وضديده بعضهما البعض عندما يتقابلان .

٥ – تخضع كل الجسيمات ذات اللف $s = \frac{1}{2}$ لإحصاء فيرمى وديراك وينطبق عليها مبدأ باولى للاستبعاد . Pauli exclusion principle

كان من نتيجة بحوث كثيرة أن وضعت أربع كميات محفوظة بين الجسيمات الأولية

وهى:

١ - العدد الباريونى Baryon number ٢ - العدد الليبتونى Lepton number

٣ - اللف النظير Iso spin ٤ - الغرابة strangeness

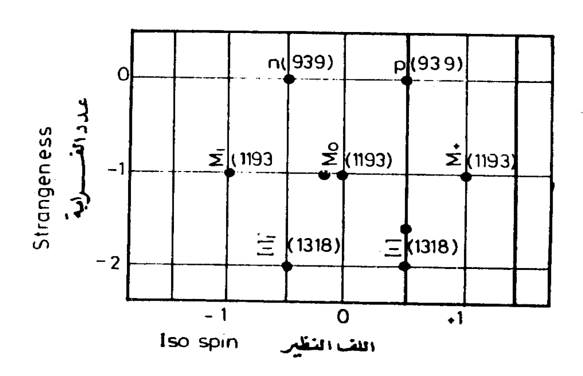
من السهل فهم قانونى بقاء العدد الباريونى والعدد الليبتونى على أساس الوجود الدائم للجسيم وضديده . ولكن قانون بقاء اللف النظير فذلك أعقد قليلا إذ أن اللف النظير كمية متجهة لها مركبات عدة ، وينص القانون على أن المجموع الكلى لمتجهات اللف النظير لكل الجسيمات المشتركة فى التفاعل يظل ثابتا . ويشبه ذلك إلى حد ما قانون بقاء كمية الحركة الزاوية فى فراغ الثلاثة أبعاد المعتاد ولكنه يختلف عنه فى أن متجه اللف النظير يكون فى فراغ رياضى ، تخيله العلماء كوسيلة لوصف قوى قوية strong forces فى التفاعلات البينية القوية بين الجسيمات strong interactions .

يطلق اسم الهادرونات Hadrons على الباريونات والميزونات حيث إنها تؤثر على بعضها البعض بقوى قوية . ولكل هادرون عدد يسمى عدد الغرابة strangeness number كما هو الحال بالنسبة للعدد الباريونى والليبتونى . وقد وجد أن عدد الغرابة يبقى ثابتا فى كل تفاعل .

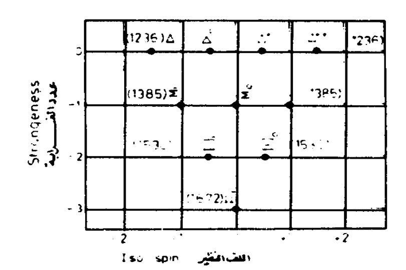
ويجب ملاحظة أن قوانين البقاء جميعها مطلقة ما عدا قانونى بقاء اللف النظير والغرابة ، فهى تقريبية ، أى أنها صحيحة فى بعض التفاعلات فقط وليست فى جميعها . فهى صحيحة فى التفاعلات القوية وليست كذلك فى التفاعلات الضعيفة ، التى تتضمن القوى الكهرمغناطيسية أو القوى النووية الضعيفة . وهنا نفرق بين تفاعل سريع ينشأ عن قوى قوية ، وتفاعل بطىء نسبيا ينشأ عن قوى ضعيفة .

واستنادا لقوانين البقاء سالفة الذكر ، ولكى نصل إلى تصنيف للجسيمات فى مجموعات أو على شكل أسر ، سوف نعتبر أن الجسيمات تتغير وتتبدل فى التفاعل ، ولكن لا يتغير ما يميزها من غرابة ولف نظير دائما ، فقط يعاد توزيع هذه الكميات المحفوظة على الجسيمات الجديدة التى تنتج عن التفاعل . وعلى ذلك فإن التصنيف الحديث لهذه

الجسيمات يعتمد على تقسيمها إلى مجموعات ، لها نفس اللف والعدد الباريونى ولها كتل متقاربة . ويتغير عدد الغرابة واللف النظير داخل المجموعة الواحدة بشكل منتظم . ويبين الشكل(٢٩ - ٤)الترتيب الثمانى الذى وضعه جيلمان ونيمان عام ١٩٦١ لمجموعة باريونات تتكون من بروتون ونيوترون بالإضافة إلى ستة جسيمات أخرى . ويمثل الشكل(٢٩ - ٥) مجموعة أخرى تتكون من عشرة جسيمات مرتبة أيضا وفقا لعدد الغرابة واللف النظير .

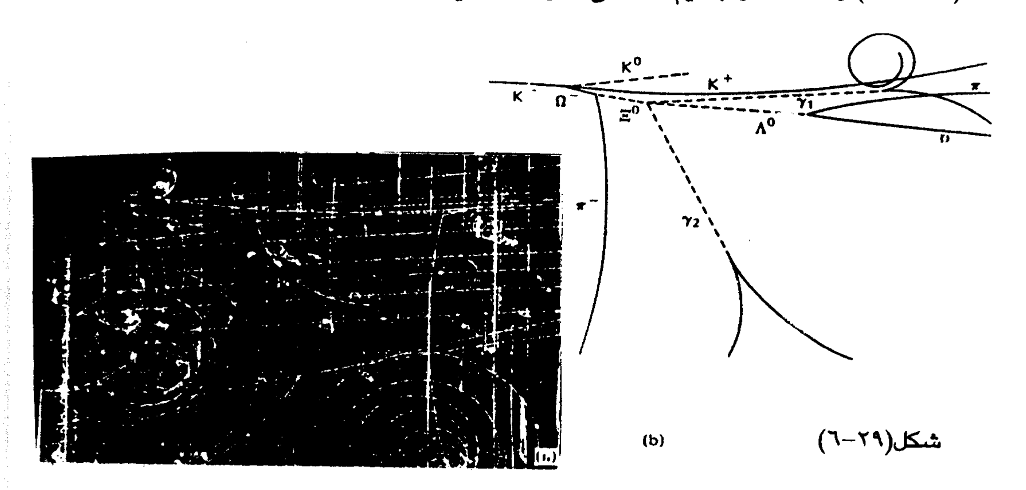


شكل(٢٩-٤)



شكل(٢٩-٥)

ويمكن بهذه الطريقة ترتيب جميع الباريونات والميزونات المعروفة بهذه الصورة ، التى قد تظهر بعض أماكن شاغرة فى الترتيب ، مما يشير إلى احتمال عدم اكتشاف الجسيم المناظر لهذا المكان بعد فى الجدول . وقد تنبأ النظريون فعلا بوجود الجسيم أوميجا Ω قبل اكتشافه عمليا بعدة شهور ، من واقع هذا الترتيب الباريونى ومن الموقع المحدد له أمكن التنبؤ بجميع خصائصه ، وقد صح هذا التنبؤ وتم اكتشافه عام ١٩٦٤. ويبين الشكل (٢٩ - ٦) رسما لمسار جسيم Ω^- فى الغرفة الفقاعية .



شكل(٢٩-٦)

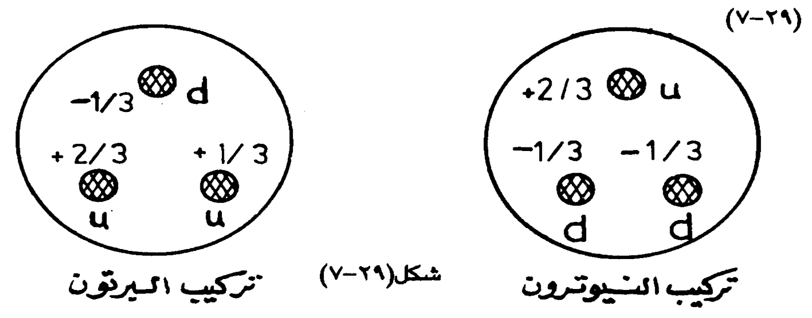
٢٩/٧- الكوارك (Quarks) :

على الرغم من كل ما سبق ذكره عن الجسيمات الأولية غير أنه لا يمكن القول بأن أيا منها - فيما عدا الإلكترون - يكون لبنة أساسية فى بناء المادة . ولاكتشاف هذه اللبنة الأساسية تجرى حاليا العديد من التجارب لتفتيت البروتون أملا فى معرفة جزيئاته ولأداء ذلك تعجل البروتونات فى معجلات هائلة ، تعطى للبروتونات طاقة ضخمة قبل تصادمها تصادما مباشرا ببعضها . ولكن لا يمكن الجزم حتى هذه اللحظة بأن تفتتا قد حدث

للبروتون وأن جزيئاته قد ظهرت . هذا بالرغم من أن النظريين من العلماء قد وضعوا نموذجا للتركيب الداخلي للبروتونات والنيوترونات وجميع الجسيمات مفاده أن الجسيمات بأنواعها تتركب أساسا من ثلاثة أنواع من لبنات أساسية تسمى كوارك quarks .

وقد ميزها جلمان عن بعضها البعض بالتعبيرات (فوق up) و (تحت down) و (غريب Strange) ورمز إليها بالرموز u , d , s . وافترض أن لف كل من هذه اللبنات هو $\frac{1}{2}$ بينما تختلف الشحنة عليها فهي جزء من شحنة الإلكترون يساوي 1/3 ± أو 2/3 ± . وكما لكل الجسيمات، يوجد لكل كوارك جسيم ضديد له. ويبين الجدول (٢٩ - ٢) صفات هذه الكوارك وضديداتها .

واستنادا إلى نموذج جلمان يكون تركيب البروتونات والنيترونات، كما مبين بالشكل (٢٩-٧)



شكل(٢٩-٧)

ونظرا لعدم التحقق عمليا بشكل قاطع بوجود الكوارك ، لذلك فمن المعتقد أن الكوارك لا يستطيع الظهور منفردا ، ربما بسبب وجود قوى غير عادية من ناحية الكبر تربطها ببعض داخل الجسيمات مما يمنع هروبها فرادى . ويسمى هذا النوع الجديد من القوى بقوى اللون " colour forces " . ولأسباب خاصة بقوانين ميكانيكا الكم وجد العلماء أن الكوارك توجد على صور ثلاث ، يميزها الألوان الثلاثة الأحمر والأخضر والأزرق .

جدول صفات الكوارك (٢٩-٢)

عدد اللف isospin	عدد غرابته strangeness	لفه spin	كتلته mass	شحنته charge	رمزه symbol	الكوارك Quark
+ 1 / 2	0	1/2	336MeV	+ 2 / 3	u	كوارك فوق up
- 1 / 2	0	1/2	338Mev	- 1 / 3	d	كوارك تحت down
0	-1	1/2	540 MeV	- 1 / 3	S	كوارك غريب strange
– 1 / 2	0	1/2	336MeV	- 2 / 3	$\bar{u}$	ضديد كوارك فوق
+ 1 / 2	0	1/2	338Mev	+ 1 / 3	$\bar{d}$	ضديد كوارك تحت
0	+ 1	1/2	540 MeV	+ 1 / 3	$\bar{S}$	ضديد كوارك غريب

وبدهى أن هذه العلامات التى تميز الكوارك لا تمت بصلة للألوان المألوفة ، وإنما تكون هذه العلامات صفات مميزة للمادة . وتبقى دائما هذه العلامات مختفية داخل الجسيمات ، إذ أن جميع الجسيمات لا لون لها ، فهى تتكون من خليط من الكوارك له الألوان الثلاثة ، فمثلا يحتوى البروتون على ثلاثة كوارك ألوانها أحمر وأخضر وأزرق ، ولذلك فالبروتون لا لون له .

ويرجع العلماء مصدر تلك القوى غير المعتادة بين الكوارك إلى لونها ، مثلما ترجع قوى الجاذبية إلى الكتلة والقوى الكهربية إلى الشحنة ، ولذلك يدخل مجال هذه القوى اللونية ضمن مجالات القوى الأساسية كالجاذبية و الكهرمغناطيسيه ويسمى العلماء هذه النظرية الجديدة لقوى اللون بديناميكا اللون الكمية Quantum chromodynamics .

وتفسر وجود قوى اللون بين الكوارك إلى رابطة كبيرة ، يحدثها تبادل الكوارك فيما بينها لجسيم معين أطلق عليه اسم " الجلون gluon " وقد شبه هذا الانتقال إلى حد ما بتبادل فوتون بين جسيمين مشحونين ، وإن كانت العملية هنا أعقد من ذلك .

فالجسيم الجديد جلون له لون يأخذه معه عند انتقاله من كوارك لآخر تاركا الكوارك الابتدائى بلون آخر . فالجلون ذرة حاملة للون .

ولكى تتفق نظريات العلماء مع المشاهدات التجريبية ، كان من الضرورى افتراض وجود

كوارك رابع غير الثلاثة المعروفة (u , d , s) سمى (تشارم charmed ويرمـز له بالرمـز C ويوجد عليه شحنة 3 / 2 وكتلته 1500 MeV .

ثم اكتـشف بعـد ذلك بمعـمل فـيـرمى الكوارك الخـامس ، وأطلق عليـه اسم (بوتوم bottom) نظرا لكتلته الضـخمة . ثم جاءت البحوث النظرية بعد ذلك تؤكد ضرورة وجود كوارك سادس سمى (توب top) وقد تم التحقق من وجوده عمليا عام ١٩٨٤ فى معامل سيرن بسويسرا .

ويوجود ستة كوارك وستة ضديدات لها ، كما أن الكوارك يمكن أن يكون له ألوان ثلاثة أحمر وأخضر وأزرق ، لذلك يكون العدد الكلى للكوارك هو ستة وثلاثين .

يتـضح لنا الآن من خـلال بحـثنا عن اللبنات الأسـاسـيـة التى تكون المادة ، أننا فى طريقنا لذلك كشفنا عن أنوية داخل الذرات ، ثم اكتشفنا بروتونات ونيوترونات داخل الأنوية ثم وجدنا كوارك داخل البروتونات والنيوترونات ، ثم ماذا بعد ذلك ؟ هل وصلنا إلى نهاية المطاف ؟ أم أن العلم سيضيف الجديد فى مستقبل الأيام ؟

هذا هو ما ستعرفه الأجيال القادمة .

مسائل وأسئلة علي الفصل التاسع والعشرين

١ – بماذا يختلف ضديد البروتون عن البروتون . وضديد النيوترون عن النيوترون ؟

٢ – أى التفاعلات الآتية لا يحقق أيا من قوانين البقاء :

$$\pi^- + n \rightarrow \pi^- + \pi^0 + \pi^0$$

$$e + \upsilon \rightarrow \pi^- + \pi^0$$

٣ – كم عدد الكوارك فى ذرة هيدروجين ؟ وكم عددها فى جزىء ماء ؟

٤ – جسيم يتركب من كوارك " d " وضديد كوارك " $\bar{u}$ " ماذا تكون شحنته ؟

وما هو الجسيم ؟

٥ – أكمل التفاعلات الآتية :

$$n + h\upsilon \rightarrow \pi^- + ...$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \upsilon + ...$$

$$\pi^+ \rightarrow .... + \upsilon$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + ...$$

$$P \rightarrow n + ... + \upsilon$$

٦ – أوجد نصف قطر انحناء مسار ميزون ميو فى مجال مغناطيسي شدته 5000 جاوس ،

إذا علم أن طاقة حركته 4 M e V .

(10^4 جاوس = 1 تسلا)

الفصل الثلاثون

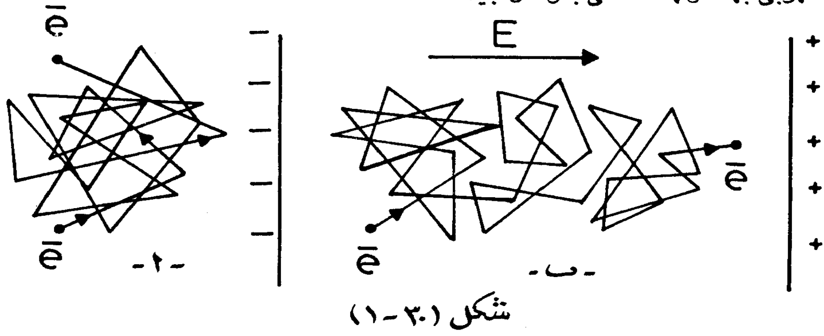
إلكترونيات الحالة الصلبة (Solid State Electronics)

٣٠ / ١ـ النظرية الإلكترونية للجوامد :

تنقسم المواد من حيث توصيلها الكهربى إلى ثلاثة أقسام : مواد جيدة التوصيل الكهربى ، ومواد شبه موصلة، ومواد عازلة، وتتراوح موصلية هذه المواد بين 10^{8} و 10^{-8} أوم$^{-1}$ متر$^{-1}$. وتعتمد خاصية التوصيل الكهربى على وجود إلكترونات حرة غير مرتبطة بذرات المادة ، ويمكن لها أن تتجول بين هذه الذرات فى أى اتجاه تماما ، مثل جزئيات الغاز فهى تملأ الحيز الذى تشغله وتتحرك حركة عشوائية فى فراغ الشبيكة البلورية .

وعلى ذلك فمحصلة إزاحة أى إلكترون نتيجة لهذه الحركة خلال أى فترة زمنية تساوى صفرا ، بمعنى عدم حدوث أى إزاحة للشحنات داخل المادة فى حالتها الطبيعية .

أما إذا وضعت المادة فى مجال كهربى فتكتسب الإلكترونات كمية حركة من المجال المؤثر ، ولذلك تتحرك الإلكترونات حركة إزاحية فى اتجاه المجال ، بالإضافة إلى الحركة العشوائية ، كما مبين بالشكل(٣٠ - ١). وتتسبب إزاحة الشحنة داخل المادة فى مرور تيار كهربى بها ، ولهذا تسمى بموصل جيد .



شكل (٣٠ - ١)

وتتوقف درجة التوصيل الكهربى للمادة على حركيتها ، أى على درجة حرية هذه

الإلكترونات للحركة ، وتعرف الحركية mobility بأنها السرعة الإزاحية للإلكترون لكل وحدة مجال كهربى .

وتتوقف الموصلية أيضا على كثافة حاملات الشحنة ، التى هى عددها الشحنات – أو الإلكترونات الحرة فى وحدة الحجوم من المادة . وتختلف كثافة حاملات الشحنة اختلافا بينا من مادة إلى أخرى ، فبينما نجد فى الفلزات إلكترونا حرا أو أكثر تسهم به كل ذرة فى المادة فى عملية التوصيل الكهربى ، فإننا لا نجد تقريبا أية إلكترونات حرة فى المواد العازلة ، حيث جميع الإلكترونات مقيدة بذراتها ، لا تستطيع الهروب منها والاستجابة لتأثير المجال الكهربى ، ولذلك لا يسرى أى تيار وتكون المادة عازلة كهربيا .

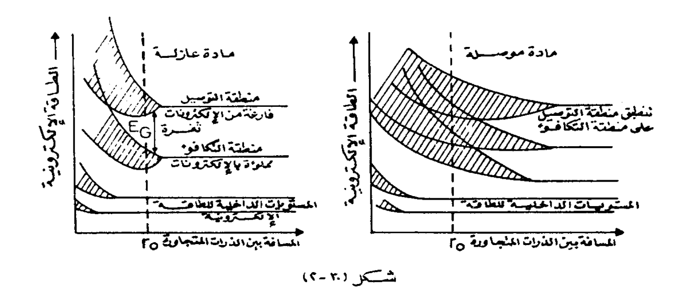
وهناك نوع من المواد الموصلة ، لا توجد به شحنات حرة فى درجات الحرارة المنخفضة فهو عازل جيد ، بينما تظهر فى المادة موصلية زائدة عند رفع درجة الحرارة ، نتيجة لتحرير بعض الإلكترونات بواسطة طاقة التهييج الحرارى ، التى تساوى kT حيث k ثابت بولتزمان ، T درجة الحرارة المطلقة . أما من أين أتت ؟ وكيف تحررت إلكترونات التوصيل فى شبه الموصل ؟ فقد أجابت نظرية المناطق Band Theory على هذا التساؤل . ولكى نتصور ماذا يحدث نعود إلى نموذج بوهر للذرة الطليقة ، فنجد أن لكل ذرة مستويات طاقة إلكترونية محددة ، يتواجد عليها الإلكترونات التى يمكن أن تنتقل بينها مع امتصاص أو إشعاع قدرا محددا من الطاقة .

أما فى حالة المواد الصلبة حيث تقترب الذرات من بعضها قربا كبيرا لتكوين رابطة بينها ، فتنقسم مستويات الطاقة الخارجية فى الذرة إلى مستويات متعددة ، نتيجة لفعل المجال الكهربى بين الذرات المتجاورة ، بينما لا تتأثر كثيرا المستويات الداخلية . ولذلك تتحول مستويات الطاقة الخارجية التى كانت محددة فى ذرة بوهر الطليقة ، إلى مجموعة من المناطق يتكون كل منها من عدد كبير جدا من مستويات الطاقة المتقاربة . وقد تتطابق بعض هذه المناطق على بعضها ، وقد لا تتطابق وفقا للطبيعة الذرية للمادة المعنية .

فى حالة انطباق مناطق الطاقة كما يحدث فى الفلزات وفى المواد الموصلة جيدا

للكهرباء ، تكون الطاقة الإلكترونية متصلة . بمعنى أن طاقة الإلكترونات يمكن أن تزداد باطراد دون أن تجد حاجز جهد يمنعها من ذلك . فعند التأثير بمجال كهربى خارجى تكتسب الإلكترونات حركة إزاحية ينشأ عنها مرور تيار كهربى .

أما فى حالة عدم انطباق المناطق يتكون بينها ثغرات طاقة energy gaps تكون محرمة على الإلكترون ، لا يستطيع التواجد بها وتسمى هذه الثغرات بالمناطق المحرمة Forbidden energy bands ، وتشكل انقطاعا بين مستويات الطاقة المسموح بها للإلكترون ، ويمكن تشبيه هذه المناطق المحرمة بحاجز جهد لا يستطيع الإلكترون أن يعبره ، إلا إذا اكتسب طاقة كافية تساوى أو تزيد على طاقة الثغرة فيقفز فوقها ، وبعدها فقط يستطيع أن يتحرك بحرية فى منطقة التوصيل ويسهم فى بناء التيار الكهربى . وغالبا ما تكون طاقة الثغرة فى المواد العازلة كبيرة ، لا يستطيع الإلكترون عبورها وعلى ذلك يظل مقيدا فى منطقة التكافؤ ، فلا يمر تيار كهربى ويطلق عادة اسم منطقة التكافؤ valence band على أعلى منطقة للطاقة تكون مملوءة تماما بالإلكترونات ويليها حاجز جهد . كما يطلق اسم منطقة التوصيل conduction band على أعلى منطقة طاقة تلى منطقة التكافؤ ، ويتم فيها حركة الإلكترونات وعملية التوصيل الكهربى ، ولذلك فهى دائما تحتوى على مستويات طاقة شاغرة.يبين الشكل(٣٠ – ٢) انقسام مستويات الطاقة عند اقتراب الذرات من بعضها حيث r_0 . هو البعد الشبيكى . يلاحظ انطباق مناطق الطاقة (المساحات المظللة فى الشكل) فى حالة الموصلات الجيدة ووجود طاقة ثغرة بين منطقة التكافؤ ومنطقة التوصيل فى حالة المواد العازلة .

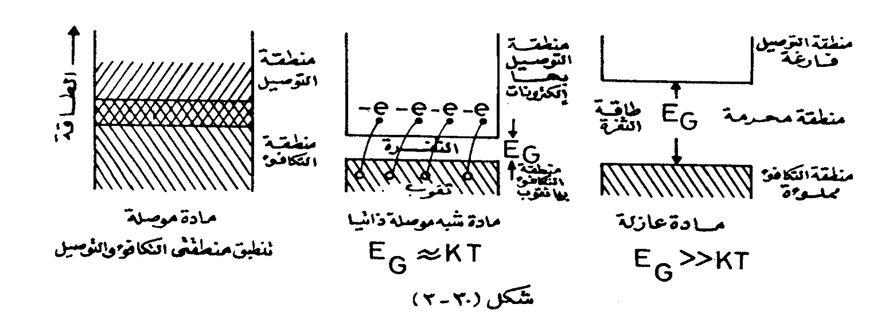


شكل (٣٠ - ٢)

٣٠/٢– التوصيل بواسطة الإلكترونات والثقوب

(Electron and Hole conduction)

سنتبع فيما يلى طريقة رسم توضحية ، تبين فيها المناطق المشغولة والمناطق المحرمة فى المواد المختلفة . شكل (٣٠ – ٣) المنطقة المظللة تدل على وجود إلكترونات بها بينما غير المظللة لا تحتوى على أى منها . وبالطبع فإن المنطقة المحرمة " أى منطقة الثغرة " تكون دائما غير مظللة .



شكل (٣٠ - ٣)

الفلزات تكون دائما موصلات جيدة للكهرباء لأن منطقتى التكافؤ والتوصيل منطبقتان ، مما يعطى الإلكترونات حرية كاملة فى الحركة والإسهام فى بناء التيار الكهربى .

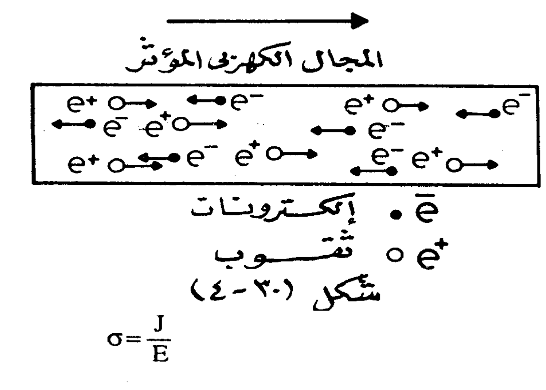
أما فى حالة المواد العازلة فيكون اتساع ثغرة الطاقة كبيرا ، بحيث لا تستطيع الإلكترونات فى منطقة التكافؤ أن تقفزها ، ولذلك تظل الإلكترونات مقيدة بالذرة لا تستجيب لفعل مجال خارجى مؤثر ولا يحدث تيار كهربى .

فى المواد شبه الموصلة كما فى العوازل - تكون منطقة التكافؤ مملوءة بالإلكترونات ، ومنطقة التوصيل خالية عند درجات الحرارة المنخفضة ، ولكن نظرا لصغر طاقة الثغرة بين منطقتى التكافؤ والتوصيل ، يمكن عند رفع درجة الحرارة أن تكتسب إلكترونات منطقة التكافؤ طاقة تمكنها من قفز حاجز الطاقة ، والوصول إلى منطقة التوصيل حيث يستطيع الإلكترون أن يتجول بحرية داخل التركيب البلورى ، وبذلك يمكن للشحنة الحرة أن تنتقل بفعل المجال الكهربى ويمر تيار . أى أن شبه الموصل يتحول من عازل إلى موصل برفع درجة حرارته ، وتسمى المادة فى هذه الحالة بشبه موصل ذاتى intrinsic semiconductr ومن أمثلتها السيليكون والجرمانيوم اللتان تبلغ طاقة الثغرة فيهما 1.12 و 0.72 إلكترون فولط على الترتيب .

عندما يخرج إلكترون من منطقة التكافؤ فى شبه موصل يترك مكانه ثقبا موجبا Positive hole ، فإذا ما انتقل إلكترون فى منطقة التكافؤ بتأثير المجال الكهربى وشغل هذا الثقب ، يبدو أن الثقب قد تحرك فى عكس اتجاه حركة الإلكترون ، وكأن شحنة موجبة قد أزيحت معه . وسبق أن ذكرنا أنه كلما كان هناك إزاحة ، فإنه ينشأ عنها مرور تيار كهربى وتسمى عملية التوصيل فى هذه الحالة توصيلاً بالثقوب hole conduction وتتم داخل منطقة التكافؤ .

يمكن أن يحدث إذن توصيل بالإلكترونات وبالثقوب معا فى شبه موصل ذاتى ، حيث تتحرك الإلكترونات فى منطقة التوصيل فى عكس اتجاه المجال الكهربى المؤثر ، بينما

تتحرك الثقوب في منطقة التكافؤ في اتجاه المجـال ، ويكون تصـرف الثـقـوب تمامـا كتصـرف الإلكترونات الموجبـة في المجـال الكهـربي ، ويبين الشكل(٣٠ - ٤) حـركـة الإلكترونات والثقوب في شبه موصل ذاتي يؤثر عليـه مـجـال كـهـربي . من قـانـون أوم تكون مـوصلـيـة المادة σ هـي :



شكل (٣٠-٤)

$$\sigma = \frac{J}{E} \qquad (30 - 1)$$

حيث J الكثافة التيارية ، E شدة المجال الكهربي المؤثر . وباعتبار أن التيار قد نشأ عن حركة عدد N إلكترونات في وحدة الحجوم بسرعة متوسطة v في منطقة التوصيل تكون الكثافة التيارية

$$J = n e v \qquad (30 - 2)$$

وتكون الموصلية σe الناشئة عن الإلكترونات هي :

$$\sigma e = n e \frac{v}{E} = n e \mu_e \qquad (30 - 3)$$

حيث μ_e هي حركية الإلكترونات في منطقة التوصيل ، وتساوي السرعة لوحدة شدة المجال .

ولما كانت الثقوب تحدث تيارا كهربيا بنفس الصورة ، تكون أيضا الموصلية الناشئة عن الثقوب σ_h هي :

$$\sigma_h = p e \mu_h \qquad (30 - 4)$$

حيث μ_h هي حركية الثقوب في منطقة التكافؤ ، p هو عدد الثقوب في وحدة الحجوم بها ، وتكون الموصلية الكلية لشبه الموصل هي :

$$\sigma = n e \mu_e + p e \mu_h \qquad (30 - 5)$$

ولكن بما أن h = p في شبه الموصل الذاتي ، لذلك فإن :

$$\sigma = n e (\mu_e + \mu_h) \qquad (30 - 6)$$

وإذا كان N هو عدد الإلكترونات في وحدة الحجوم في منطقة التكافؤ ، يمكن أن يقفز

عدد n إلكترونات إلى منطقة التوصيل عندما تكون درجة الحرارة T ، ويتكون عندئذ عدد n ثقوب فى الموصل الذاتى ، ويتغير عدد الإلكترونات والثقوب مع درجة الحرارة وفقا للمعادلة

$$n = N\, e^{-E_G/2kT} \qquad (30 - 7)$$

حيث E_G هى طاقة الثغرة بين منطقتى التكافؤ والتوصيل ، k ثابت بولتزمان ، وبذلك تصبح موصلية شبه الموصل الذاتى هى :

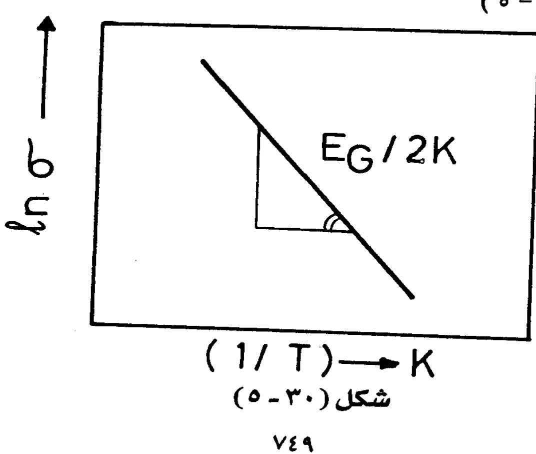
$$\sigma = Ne\,(\mu_e + \mu_h)\, e^{-E_G/2kT} \qquad (30 - 8)$$

وتوضح هذه المعادلة أن موصلية شبه الموصل تزداد وفقا لدالة أسية مع درجة الحرارة ، وبهذا تتمايز أشباه الموصلات عن الموصلات الفلزية التى تتناقص موصليتها طرديا مع درجة الحرارة .

ويمكن إيجاد عمليا طاقة الثغرة E_G بدراسة تغير موصلية شبه الموصل مع درجة الحرارة ، وبرسم العلاقة بين $\ln\sigma$ ، $\frac{1}{T}$ نحصل على علاقة خط مستقيم وفقا للمعادلة :

$$\ln\sigma = \ln Ne\left(\mu_e + \mu_h\right) - \frac{E_G}{2kT} \qquad (30 - 9)$$

يعطى ميل الخط المستقيم طاقة الثغرة مقسوما على ضعف ثابت بولتزمان ، كما موضح بالشكل(٣٠ - ٥)



شكل (٣٠ - ٥)

٣٠/٣–أشباه الموصلات العارضة (Extrinsic Semiconductors) :

أوضحنا سابقا أن الثغرة بين منطقتى التكافؤ والتوصيل تكون منطقة محرمة على الإلكترونات ، إذ لا يوجد فيها أى مستويات للطاقة مسموح بها . وعلى هذا الأساس عالجنا مسألة التوصيل فى شبه الموصل الذاتى ، حيث تكون المادة على درجة عالية جدا من النقاء

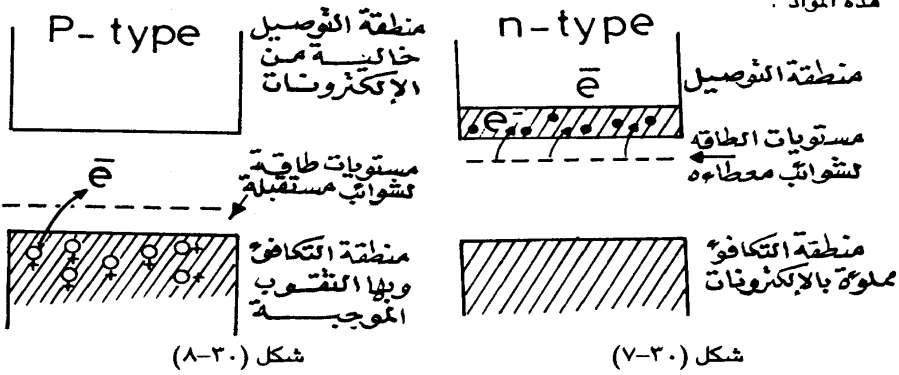
لننظر الآن ماذا يحدث عند إضافة قدر ضئيل جدا من الشوائب قد يصل إلى جزء فى الألف مليون ، حيث يتكون نوعان جديدان من أشباه الموصلات العارضة extrinsic يطلق عليهما موجب النوع p-type وسالب النوع n - type وفقا لما تسببه هذه الشوائب من خلق وفرة فى الثقوب الموجبة أو الإلكترونات السالبة على الترتيب . ومن أمثلة النوع الأول الجرمانيوم أو السيليكون إذا أضيفت له شوائب ثلاثية التكافؤ مثل الأنديوم ، ومن أمثلة النوع الثانى الجرمانيوم أو السيليكون مضاف إليه شوائب خماسية التكافؤ مثل الأنتيمون .

من المعروف أن لذرة الجرمانيوم أو السيليكون أربعة إلكترونات تكافؤ ، وأن هذه المواد تتبلور على صورة شبيكة الماس diamond structure المبينة بشكل (٣٠-٦) حيث يكون لكل ذرة فى الشبيكة أربعة جيران فقط . ويطلق اسم عدد التناسق coordination number على عدد أقرب جيران لكل ذرة .

شكل(٣٠ - ٦)

توجد رابطة تساهمية covalent bond بين كل ذرتين فى الشبيكة تتكون من زوج من الإلكترونات يكون مشتركا بين الذرتين . فإذا أضيفت ذرة أنتيمون كشائبة داخل التركيب البلورى ، فإن أربعة فقط من الإلكترونات الخمسة التى تكون إلكترونات التكافؤ لذرة الأنتيمون ، هى التى تشترك فى الروابط التساهمية مع الجيران السيليكون الأربعة ويتبقى إلكترون حر يستطيع أن يساهم فى عملية التوصيل الكهربى عند التأثير بمجال كهربى خارجى ، ولذلك تسمى مثل هذه الشوائب بالشوائب المعطاة donor ؛ فهى تعمل على زيادة

كثافة حاملات الشحنة السالبة فى منطقة التوصيل ، ولذلك يعد هذا شبه الموصل العارض بأنه من النوع السالب n - type ، إذ أن التوصيل الكهربى فيه يتم على أساس انتقال الإلكترونات فى منطقة التوصيل ، ويمكن تصوير شكل مناطق الطاقة فى هذا النوع كما فى الشكل (٣٠ - ٧) وقد ظهرت مستويات طاقة أدخلتها الشوائب فى المنطقة المحرمة للثغرة ، ومن هذه المستويات تنتقل الإلكترونات لمنطقة التوصيل لبناء التيار الكهربى فى مثل هذه المواد .

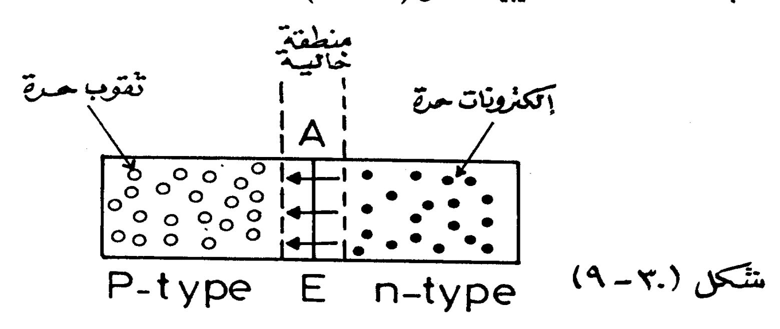


شكل (٣٠-٨)　　　　شكل (٣٠-٧)

وفى حالة إضافة شوائب ثلاثية التكافؤ مثل الأنديوم أو الجاليوم تتكامل الروابط التساهمية الأربع مع ذرات السيليكون المجاورة ، بأن تأخذ كل شائبة إلكترونا من منطقة التكافؤ فيصير مكانه ثقبا موجبا Positive hole يكون حر الحركة فى فراغ الشبيكة . ويكون مسئولا عن عملية التوصيل الكهربى ، ويطلق على الشوائب فى هذه الحالة اسم شوائب مستقبلة acceptor حيث إنها بقبولها للإلكترونات تحدث زيادة كبيرة فى الثقوب الموجبة وهى حاملت الشحنة الموجبة المسببة للتيار الكهربى ، ويسمى هذا النوع P - type أى شبه الموصل موجب النوع . ويوضح الشكل(٣٠ - ٨) مستويات الطاقة للشوائب المستقبلة بالقرب من منطقة التكافؤ حيث تأخذ منها الإلكترونات تاركة الثقوب الموجبة .

٣٠/٤-دايود الوصلة Junction diode

يشبه هذا الدايود فى عمله عمل الصمام الثرميونى ذى الفتيل المتوهج ، ولكنه يختلف فى تركيبه ، فهو يتكون من منطقتين متجاورتين فى بلورة من السيليكون أو الجرمانيوم ، تكون المنطقة الأولى من النوع الموجب والمنطقة الثانية من النوع السالب لأشباه الموصلات العارضة ، ولذلك تسمى الوصلات من هذا النوع بالوصلات الموجبة السالبة P-n- Junctions يبين الشكل (٣٠ – ٩) عمل هذه الوصلات .



شكل (٣٠-٩)

عند الوصلة حيث يوجد النوعان الموجب والسالب متجاورين ، تنتشر الإلكترونات من ناحية النوع السالب متغلغلة فى الجانب الموجب المقابل ، بينما تنتشر الثقوب فى عكس هذا الاتجاه فتتعادل مع الإلكترونات ، ويتكون نتيجة لذلك منطقة A خالية من حاملات الشحنة مقاومتها كبيرة للتيار الكهربى ، ويستمر انتشار الشحنات الموجبة والسالبة حتى يتكون عند الوصلة مجال كهربائى E كاف لمنع المزيد من انتشار هذه الشحنات .

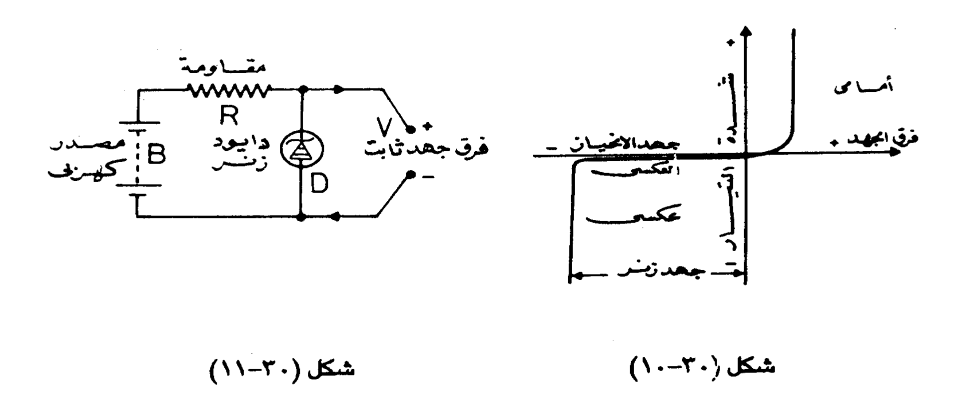
إذا أثرنا بفرق جهد على طرفى الوصلة ، بحيث تكون منطقة الثقوب موجبة ومنطقة الإلكترونات سالبة ، ينخفض حاجز الجهد عند الوصلة وتنقص شدة المجال E فى المنطقة الخالية A ، ولذلك يمر تيار كهربى عبر الوصلة . أما إذا حدث وعكسنا قطبيه الجهد المؤثر ، وكانت منطقة الإلكترونات هى ذات الجهد الموجب بالنسبة لمنطقة الثقوب ، يرتفع حاجز الجهد ويزداد المجال E شدة ، فتزداد مقاومة المنطقة الخالية A للتيار الكهربى . أى أن هذه

الوصلة تسمح بمرور التيار فى الاتجاه الأمامى Forward direction ، وتمنع مروره فى عكس هذا الاتجاه Reverse direction ، فهى تعمل عمل مقوم للتيار المتردد .

٣٠/٥-دايود زنر (Zener diode) :

إذا أثرنا بفرق جهد على دايود الوصلة فى الاتجاه العكسى ، لا يمر تيار كهربى كما أسلفنا . ولكن إذا زيد هذا الجهد لدرجة كبيرة نصل إلى نقطة تحول ، يحدث عندها انهيار كهربى لحاجز الجهد عند الوصلة ، ويتدفق تيار كبير بها محدثا فيها تلف كبير وتسمى هذه الظاهرة بأثر زنر Zener effect :

لقد وجد أنه بالاختيار المناسب لكمية الشوائب المضافة لشبه الموصل اذاتى لتكوين الوصلة ، يمكن حدوث تحول فى شدة التيار العكسى تحولا فجائيا ، كما هو مبين بالمنحنى المميز للدايود بالشكل(٣٠ - ١٠) ، حيث يظل ثابتا فرق الجهد المسمى بجهد زنر على مدى كبير من التيار الكهربى ، بمعنى أن فرق الجهد على الدايود لا يتوقف على شدة التيار المار به ، ولذلك يستخدم دايود زنر كمرجع جهد فى الأجهزة الكهربية التى تحتاج إلى جهد ثابت للتشغيل .



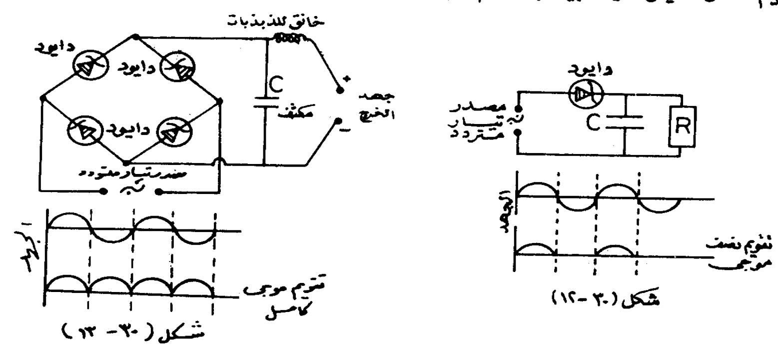
شكل (٣٠-١١)   شكل (٣٠-١٠)

ويبين الشكل(٣٠ – ١١) دائرة كهربائية بسيطة يستخدم فيها دايود زنر للحصول على فرق جهد ثابت ، وتستخدم حاليا هذه الطريقة للحصول على فرق جهد بين 4 ، 100 فولط مع مرور تيار صغير لا يتعدى أجزاء من الأمبير .

٣٠/٦ـ استعمالات أخري لدايود الوصلة :

يمكن استخدام دايود الوصلة كخلية كهرضوئية لاكتشاف الفوتونات الساقطة عليه ، أو ككاشف للجسيمات الأولية مثل α , β ، وذلك بوضع جهد انحياز على الدايود فى الاتجاه العكسى ، فلا يمر به تيار كهربى بسبب تكون المنطقة A الخالية من الشحنات (شكل ٣٠ – ٩) عند سقوط فوتونات أو جسيمات أولية على هذه المنطقة يتكون فيها أزواج من الإلكترونات والثقوب ، مما يسبب زيادة فى شدة التيار العكسى ، وتتناسب هذه الشدة مع الفيض الضوئى الساقط ، أو مع عدد الجسيمات المؤينة الساقطة على الدايود ، ويمكن إيجاد عدد هذه الجسيمات إذا وصل الدايود بعداد يعمل بالنبضات الكهربية ، التى يصنعها الجسيم عند مروره فى الدايود .

يعمل أيضا الدايود كمقوم للتيار المتردد ، إذ إنه يمرر التيار فى اتجاه ويمنعه فى عكسى هذا الاتجاه . وتبين الدائرة وشكل (٣٠ – ١٢) عملية التقويم نصف الموجى للتيار المتردد . كما تبين الدائرة فى الشكل(٣٠ – ١٣) كيفية توصيل أربعة دايودات للحصول على تقويم كامل للتيار . وقد بينا بالرسم فى كل شكل الشكل الموجى قبل وبعد التقويم .



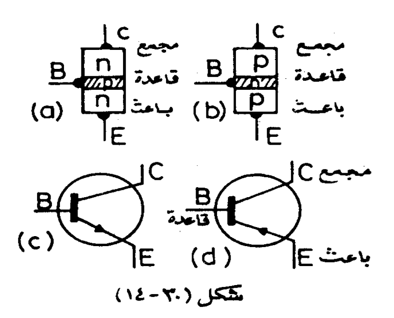
شكل (٣٠-١٣)

شكل (٣٠-١٢)

ويلاحظ أننا أضفنا مكثفا وخانق ذبذبات ، حتى نتخلص من مركبة صغيرة جدا من تيار متردد تكون مصاحبة لجهد الخرج .

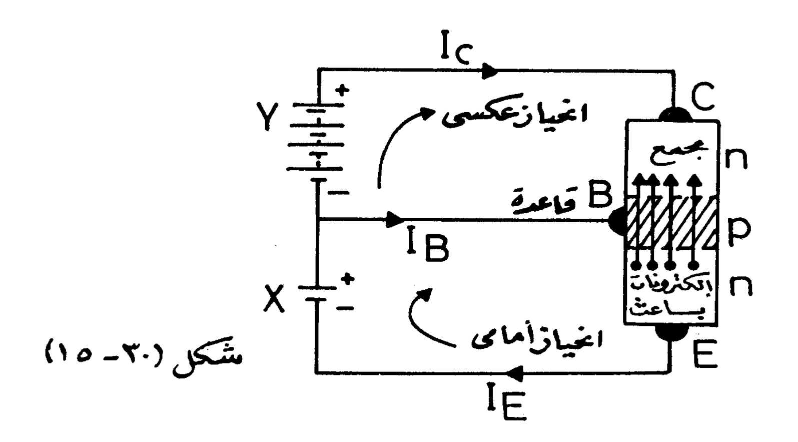
٣٠/٧-الترانزستور (Transistors) :

يتركب الترانزستور من طبقة رقيقة من شبه موصل عارض من النوع الموجب أو السالب ، موجود بين طبقتين من شبه الموصل من النوع الآخر . ويمكن أن يتم ذلك بإحدى طريقتين مبينتين فى الشكل(٣٠ – ١٤) إما n - p - n أو p - n - p ويسمى الجزء الأوسط B بمنطقة القاعدة base region والترانزستور كله قطعة واحدة من بلور أحادية ، أدخلت فيها شوائب بطرق خاصة لتكون أشباه الموصلات من النوع المطلوب لكل طبقة فيه .



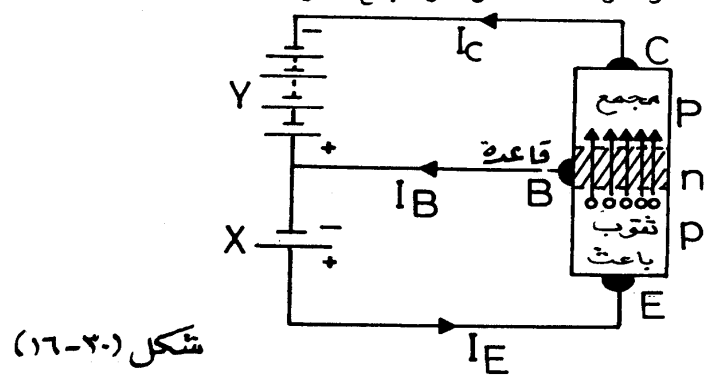
شكل (٣٠-١٤)

يبين الشكل(٣٠ – ١٥) الترانزستور من نوع n - p - n وهو متصل بدائرته الكهربية ، ونلاحظ أن الوصلة n - p السفلية قد وصلت مع البطارية بحيث يكون الانحياز أماميا ، أى أن تيارا من الإلكترونات يبعث فى اتجاه الجزء الأوسط من الترانزستور ، ولذلك يسمى هذا الجانب بالباعث emitter وتتصل الوصلة العلوية ببطارية Y فى انحياز عكسى كبير . ويطلق اسم المجمع collector على هـــذا الجانــب من الترانزستور ، إذ أن تيار الإلكترونات يتجــه إليه .



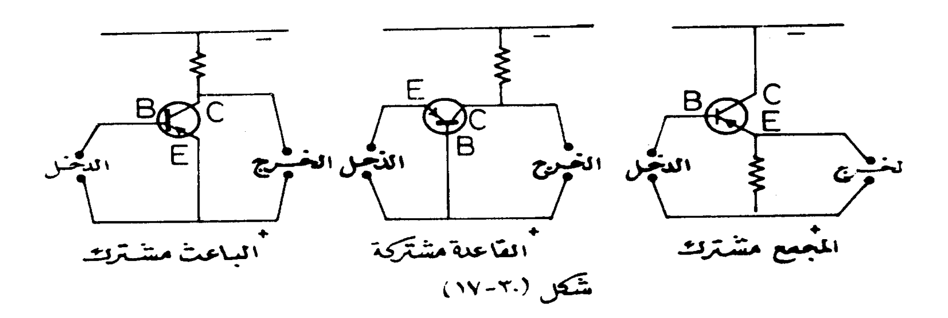
شكل (٣٠ـ ١٥)

ويتصل الترانزستور من نوع p - n - p بخلاف ذلك ، إذ يوصل القطب الموجب للبطارية X بالإلكترود الباعث E ، بينما يتصل القطب السالب للبطارية Y بالإلكترود المجمع C ، الذى يستقبل فى هذه الحالة تيارا من الثقوب ، كما مبين بالشكل(٣٠ – ١٦) . عند استخدام الترانزستور فى دوائر التيار المتردد يوجد ثلاث طرق لتوصيله ، بجعل الإلكترود الباعث E مشتركا أو القاعدة مشتركة أو المجمع مشتركا .



شكل (٣٠ـ١٦)

ويبين الشكل (٣٠ – ١٧) طرق التوصيل الثلاثة .

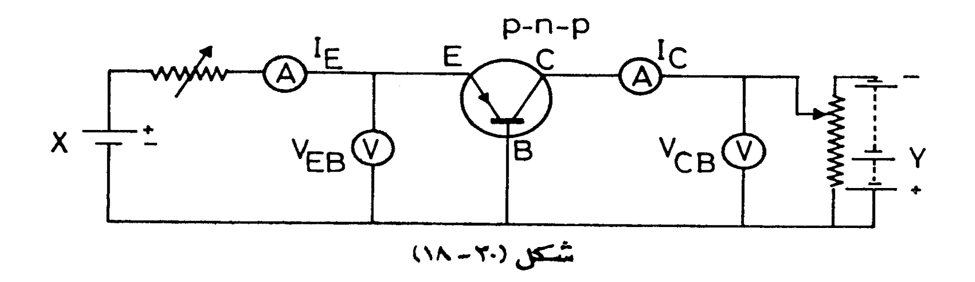


شكل (٣٠-١٧)

٣٠ / ٨-المنحنيات المميزة للترانزستور :

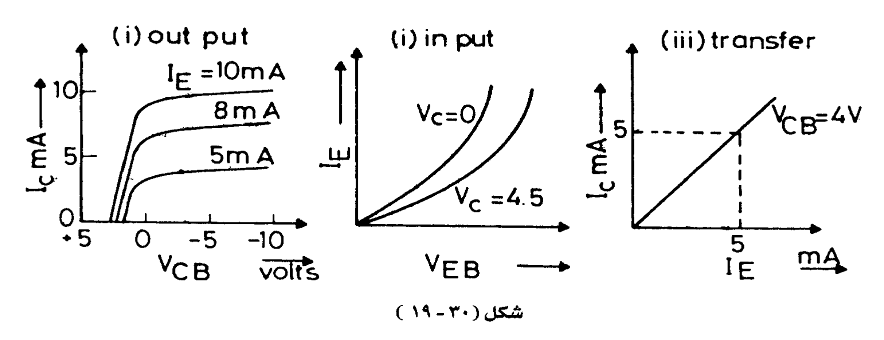
يمر عادة تيار كهربى I_E من الباعث E إلى القاعدة B عند تشغيل الترانزستور ، ولكن لا يمر فى إلكترود القاعدة سوى تيار صغير جدا I_B ، بينما يتجه باقى التيار I_C إلى إلكترود المجمع C ولا يتأثر هذا التيار بقيمة الجهد على الإلكترود C ، وإنما يتوقف فقط على تيار القاعدة I_B ، فإذا أدخلت تغيرات خارجية على التيار I_B نشأ عنها تغيرات كبيرة مناظرة فى شدة التيار الرئيسى بين الباعث والمجمع ، لذلك فأى دخل متردد إضافى صغير على التيار I_B ، يمكن تكبيره ويعمل الترانزستور عندئذ عمل مضخم للتيار .

ولدراسة المنحنيات المميزة التى تبين العلاقة بين التيار والجهد على الترانزستور ، نبدأ بالدائرة الكهربية المبينة بالشكل(٣٠ – ١٨) حيث يتصل الترانزستور بالدائرة وقاعدته مشتركة ، ثم نوجد العلاقة بين المتغيرات فى الدائرة وهى : I_C ، I_E ، V_{CB} ، V_{EB} ، يطلق على مجموعة المنحنيات التى تبين تغير I_C مع V_{CB} عند ثبوت I_E بالمنحنيات المميزة للخرج (i) output characteristics ، ويطلق على المنحنيات بين I_E ، V_{EB} مع ثبوت V_{CB} بالمنحنيات المميزة للدخل input characteristics (ii)



شكل (٣٠-١٨)

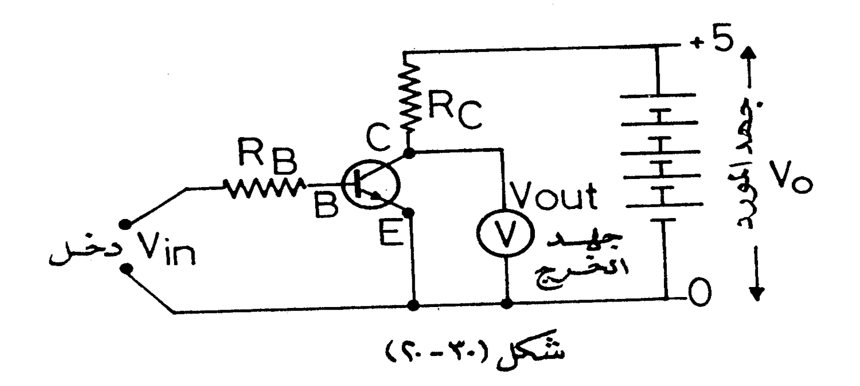
أما العلاقة بين I_E I_C مع ثبوت V_{CB} فتسمى بمنحنيات النقل (iii) Transfer characteristics ويبين الشكل (٣٠ – ١٩) نموذج المنحنيات المميزة فى الحالات الثلاث .



شكل (٣٠-١٩)

٣٠/٩-الترانزستور كمضخم للتيار وكمكبر للجهد :

يعتبر الترانزستور أساسا بأنه مضخم للتيار المتردد . فتيار الخرج بين الباعث والمجمع يكون أكبر من تيار الدخل بين الباعث والقاعدة . وتعرف النسبة بينهما بمعامل التضخم للتيار β (current amplification factor) ولتشغيل الترانزستور كمضخم ،



شكل (٣٠-٢٠)

تستخدم الدائرة الكهربية المبينة بالشكل(٣٠ – ٢٠) نفرض أن مقاومة القاعدة R_B يكون فرق الجهد عليها هو (V_{in} - V_B) . حيث V_{in} هو جهد الدخل ، V_B هو فرق الجهد بين القاعدة B والباعث E .

تيار القاعدة I_B هو :

$$I_B = \frac{V_{in} - V_B}{R_B} \qquad (30 - 10)$$

ولكن نظرا لصغر تغير V_B يمكن كتابة المعادلة(10 - 30) على الصورة

$$I_B = \frac{V_{in}}{R_B} - \text{constant} \qquad (30 - 11)$$

وبذلك نحصل على علاقة خطية بين I_B و V_{in} .

وإذا فرضنا أن مقاومة الحمل R_C ، ويمر بها تيار المجمع I_C ، يكون فرق الجهد على طرفيها مساويا للفرق بين جهد المورد V_o وجهد الخرج V_{out} ، أى أن :

$$V_o - V_{out} = R_C \ I_C \qquad (30 - 12)$$

وتعطى أيضا هذه المعادلة علاقة خطية بين V_{out} ، I_C كما أن :

$$I_C = \beta I_B \qquad (30 - 13)$$

ويعرف معامل تضخيم الجهد (gain) بأنه النسبة بين جهد الخرج إلى جهد الدخل المناظر ، أى أن :

$$\text{voltage gain} = \frac{\delta V_{out}}{\delta V_{in}} \qquad (30 - 14)$$

ومن معادلة (11 - 30)

$$I_B = \frac{\delta V_{in}}{R_B} \qquad (30 - 15)$$

ومن معادلتى (13 - 30),(12 - 30) نحصل على :

$$\delta I_C = \beta \ \delta I_B = \beta \ \frac{\delta V_{in}}{R_B} \qquad (30 - 16)$$

كما أن

$$- \delta V_{out} = R_C \ \delta I_C = \frac{\beta R_C}{R_B} \ \delta V_{in} \qquad (30 - 17)$$

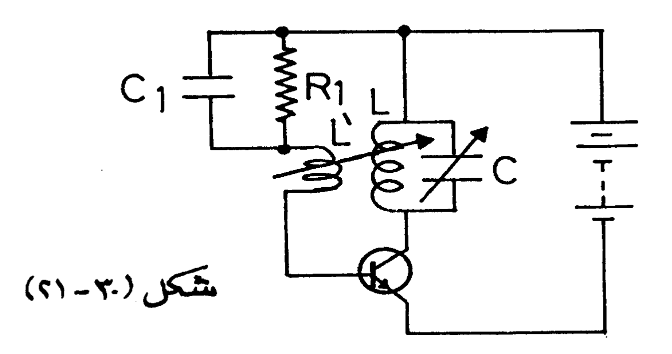
أى أن التكبير يساوى

$$\text{gain} = - \frac{\beta R_C}{R_B} \qquad (30 - 18)$$

والإشارة السالبة تدل على أن الخرج يكون عكس طور الدخل .

٣٠/١٠-الترانزستور كمتذبذب :

يمكن لدائرة المكبر أن تحدث ذبذبات مستمرة إذا أمكن تغذية الدخل ببعض جهد الخرج ، وتسمى هذه العملية " بالتغذية الخلفية " Feed back ، ويمكن عمل ذلك بإضافة دائرة رنين مكونة من ملف حث L ومكثف سعته C لدائرة الترانزستور ، كما مبين بالشكل (٣٠ – ٢١) تتصل دائرة الرنين بإلكترود المجمع للترانزستور الذى يتصل بقاعدته ملف حث صغير L_1 فى وضع حث متبادل مع ملف دائرة الرنين L لعمل التغذية الخلفية للترانزستور .

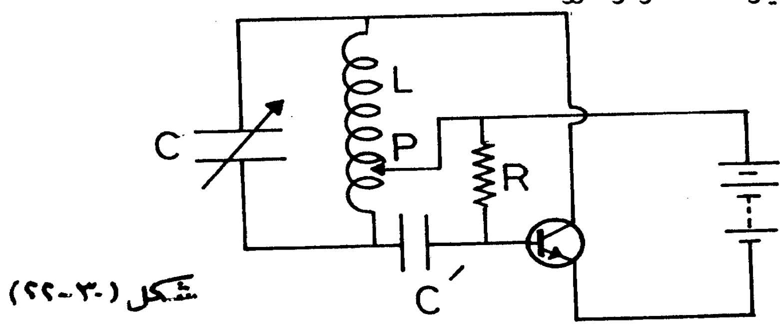


شكل (٣٠ - ٢١)

فإذا كان الدخل من هذه التغذية موجبا وكان تيار المجمع فى طور صحيح ، يتزايد التيار المتردد فى دائرة الرنين باطراد ، حتى تتساوى القدرة المفقودة فى الدائرة مع قدرة الترانزستور على بذل الطاقة . وتستمر الدائرة بعد ذلك فى التذبذب بسعة ثابتة ويمكن تغيير تردد الذبذبة f بتغيير سعة المكثف C إذ أن التردد الطبيعى لدائرة الرنين يتوقف على كل الحث الذاتى L والسعة C وفقا للمعادلة :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ Hz} \qquad (30 - 19)$$

توجد طريقة أخرى لإحداث ذبذبات مستمرة ، وذلك باستخدام الدائرة الكهربية المبينة بالشكل(٣٠ - ٢٢) والمعروفة بمتذبذب هارتلى . وفيها تستخدم المقاومة R لإمرار تيار الانحياز لقاعدة الترانزستور base bias current .



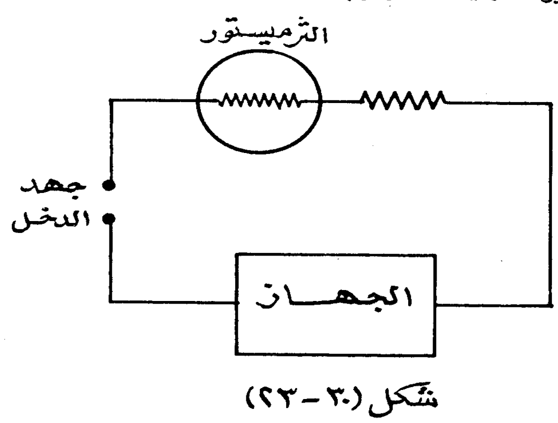
شكل (٣٠-٢٢)

وتتم عملية التغذية الخلفية عن طريق نقطة الاتصال P بالقرب من نهاية ملف الحث L الذى يكون مع المكثف المتغير C دائرة الرنين فى الترانزستور . ويعمل المكثف $\overline{C}$ على منع مرور تيار البطارية فى قاعدة الترانزستور ، ولكنه يسمح للتيار المتردد من طرف ملف الحث بالمرور فيه . ويمتاز متذبذب هارتلى بإمكان تشغيله عند الترددات العالية جدا .

٣٠/١١-الثرميستور (Thermistor) :

الثرميستور عبارة عن نبيطة شديدة الحساسية لدرجة الحرارة ، وتتكون من مقاومة كهربية مصنوعة من مادة شبه موصلة ، لها معامل سالب كبير لتغير المقاومة مع درجة الحرارة ، أى أن المقاومة تنقص نقصا محسوسا برفع درجة الحرارة . ومن أهم استعمالاته حماية الأجهزة التى تعمل بالتيار الكهربائى من الزيادات الفجائية فى التيار ، خاصة عند توصيل التيار بعد انقطاعه .

يوصل الثرميستور على التوالى مع الجهاز المراد حمايته ، مبين بالشكل(٣٠ - ٢٣). تكون مقاومة الثرميستور كبيرة وهو بارد بينما تنقص مقاومته عندما يسخن نتيجة لتشغيل الجهاز ، ولذلك يسقط جهد المصدر كاملا على الجهاز ، ولكن فى حالة انقطاع التيار يبرد الثرميستور وتعود مقاومته للارتفاع . فإذا زاد الجهد فجأة زيادة كبيرة عند عودة التيار ، تحمى المقاومة الكبيرة للثرميستور- وهو بارد - الجهاز من التلف .



شكل (٣٠ - ٢٣)

أسئلة ومسائل علي الفصل الثلاثين

١ – اشرح ما المقصود بالتوصيل بالثقوب فى أشباه الموصلات ، وماذا يختلف هذا النوع من التوصيل عن التوصيل الكهربى فى الفلزات ؟

٢ – معامل التوصيل الكهربى عند درجة حرارة الغرفة للجرمانيوم الذاتى 2.2 أوم$^{-1}$ متر$^{-1}$. أوجد متوسط حركية الإلكترونات والثقوب فيه ؟

٣ – ارسم المنحنيات المميزة لدايود من نوع p - n ، ثم اشرح بدلالة حركية الشحنات لماذا تكون مقاومة الدايود كبيرة فى اتجاه ، وصغيرة فى عكس هذا الاتجاه ؟

٤ – ارسم الطرق المختلفة لتوصيل ترانزستور ، واشرح كيفية عمله كمضخم للتيار ؟

٥ – وضح الفروق بين المواد الموصلة وشبه الموصلة والعازلة على أساس نظرية المناطق ، واشرح تأثير إضافة الأنواع المختلفة من الشوائب على شبه موصل ذاتى ؟

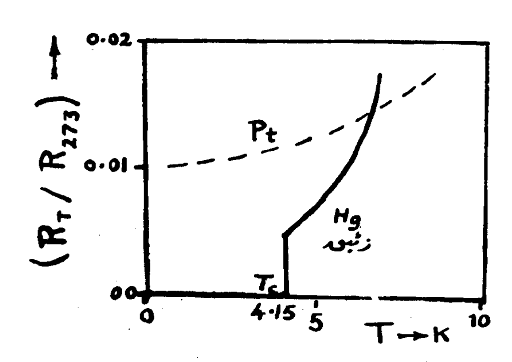
٦ – ارسم دائرة متذبذب هارتلى واشرح كيفية عملها ؟

الفصل الحادي والثلاثون

الموصلية الفائقة Superconductivity

٣١ / ١-اكتشاف الموصلية الفائقة :

تظهر بعض المواد عند درجات الحرارة المنخفضة خواصاً غير مألوفة، كأن يكون لها موصلية فائقة وتختفى مقاومتها الكهربية تماماً ، اكتشفت ظاهرة التوصيل الفائق عام ١٩١١ بواسطة العالم الهولندى أونز Onnes عندما كان يقيس مقاومة الزئبق المتجمد عند درجات حرارة بالقرب من الصفر المطلق. فقد وجد أن المقاومة تنخفض بدرجة كبيرة عند درجة15. 4كلفن، وتصبح للمادة عند درجات الحرارة الأقل من هذه الدرجة الحرجة T_C موصلية فائقة، توحى بتغير حالة المادة تغيراً جذرياً، وتختلف فى تصرفها عن سلوك المادة فى حالتها المعتادة. ويبين الشكل(٣١ - ١) التصرف المعتاد لمادة كالبلاتين بالمقارنة مع تصرف الزئبق فائق التوصل تحت درجة15. 4كلفن.



شكل (٣١-١) تغير المقاومة مع درجة الحرارة للبلاتين، وللزئبق الذى تصير مقاومته صفرية تحت الدرجة الحرجة $T_C = 4.15$ K.

وبعد اكتشاف ظاهرة التوصيل الفائق فى الزئبق، وجد أن مواد أخرى كثيرة تتمتع بنفس هذه الخاصية . ويبين الجدول(٣١-١) بعض هذه المواد والدرجة الحرجة التى يبدأ تحتها ظهور الموصلية الفائقة فى كل.

جدول(٣١-١)

المـــادة		الدرجة الحرجة	المـــادة		الدرجة الحرجة
ألومنيوم	Al	1.2K	أوزميوم	Os	0.66
أنديوم	In	3.40	قصدير	Sn	3.72
الرصاص	Pb	7.19	تنجستون	W	0.012
الزئبق	Hg	4.15	فنديوم	V	5.3
نيوبيوم	Nb	9.26	زنك	Zn	0.87

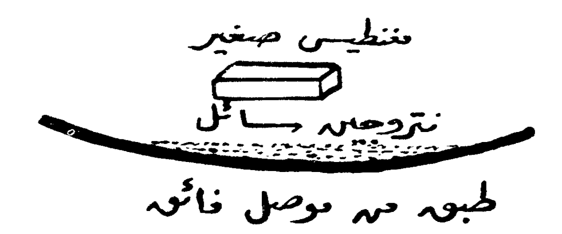
وبالإضافة إلى ذلك، فقد وجد أن بعض السبائك والمركبات السيراميكية تظهر موصلية فائقة، عند درجات حرارة أعلى بكثير من تلك التى تظهر عندها فى الفلزات النقية.

٣١-٢-خواص الموصلات الفائقة :

ظاهرة الرفع (Levitation effect) :

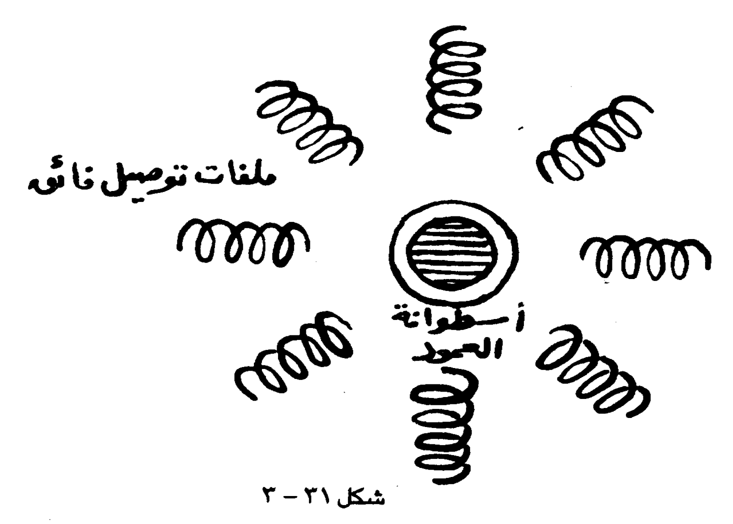
بما أن الموصل الفائق هو موصل تام التوصيل، ليس له مقاومة كهربية على الإطلاق، فإننا إذا أدخلنا تياراً كهربياً فى دائرة من سلك فائق التوصيل يستمر هذا التيار فى السريان إلى ماشاء الله ، طالما استمر تبريد السلك ليظل محتفظاً بموصليته الفائقة . ففى إحدى التجارب استمر سريان التيار بدون انقطاع فى حلقة من سلك فائق التوصيل لمدة عامين ونصف ، دون أى نقص فى شدته ودون تغذية الحلقة بأى مصدر كهربائى . ويسمى التيار الذى لايجد أية مقاومة لسريانه فى موصل فائق يسمى بالتيار المداوم

Persistent current. تحدث التيارات المداومة فى دوائر من الموصلات الفائقة مجالات مغناطيسية متغيرة، ينشأ عنها ظاهرة الرفع المثيرة. فإذا أسقط مثلاً مغناطيس صغير فوق موصل فائق، أحدث مجال المغناطيس على سطح الموصل الفائق تيارات مداومة، وفقاً لقانون لنز Lenz's law. وتحدث هذه التيارات قوى تنافر مع المغناطيس، تقوى وتشتد كثيراً باقتراب المغناطيس من الموصل الفائق، ويكون من نتيجتها رفع المغناطيس فى الهواء، فيظهر وكأنه عائم فى الهواء غير مرتكز على شيء، كما مبين بالشكل (٣١ – ٢).



شكل (٣١ – ٢) ظاهرة الرفع .Levitation effect

وقد استخدم اليابانيون ظاهرة الرفع هذه فى تصميم قطار طائر سريع، يتحرك دون ارتكاز على القضبان، وذلك بأن حملت عجلات القطار على أسطوانات عمود تتكون من مغناطيسيات قوية، يحيط بها ملفات من مواد ذات موصلية فائقة، وتتكون فيها تيارات مداومة بفعل مغنطة اسطوانات العمود المحمل عليها العجلات، فيحدث تنافر قوى بين مغنطة الملفات ومغنطة الأسطوانات، فترتفع العجلات فوق القصبان مسافة بضع سنتيمترات، مما يجعل حركة القطار على وسادة هوائية بدون أى احتكاك مع القضبان، ولذلك تصل سرعة هذا القطار إلى ما يزيد على 500 كم/ ساعة. ويوضح الشكل (٣١ – ٣) رسماً توضيحياً يبين كيفية استخدام ظاهرة الرفع عند تسيير القطار الطائر، ويسمى أحياناً بالقطار الرصاصة؛ نظراً لسرعته التى تقترب من سرعة رصاصة البندقية.



شكل ٣١ - ٣

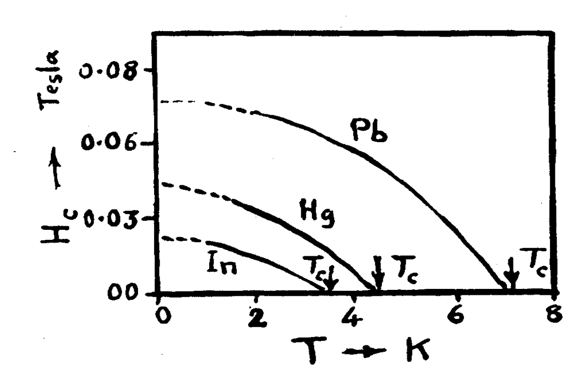
رسم توضيحى لطريقة رفع عجلات القطار الرصاصة
باستخدام ملفات موصل فائق.

٣١ / ٣- المجال المغناطيسي الحرج والنوع الأول من الموصلات الفائقة :
Type I superconductors and the critical magnetic field

تتكون مجالات مغناطيسية قوية عند مرور التيارات المداومة فى ملفات الموصلات الفائقة، التى تعمل عمل مغناطيسيات دائمة لاتحتاج لأى مصدرطاقة لحفظ تلك المغناطيسية إذ تحتاج فقط لشحن الملف بكمية ابتدائية من الطاقة، لكى يسرى هذا التيار المداوم فى الملف. وطالما لاتوجد للملف أية مقاومة كهربية، لذلك فمن الممكن نظرياً زيادة شدة التيار المداوم بغير حدود، ويصاحب ذلك بالتبعية زيادة فى شدة المجال المغناطيسي أيضاً بغير حدود.

ولكن الواقع غير ذلك فقد وجد أنه إذا زاد المجال المغناطيسي عن حد معين – يسمى

بالمجال الحرج H_C – تختفي تماماً ظاهرة الموصلية الفائقة للمادة، وتتحول إلى مادة عادية التوصيل. ويعرف المجال المغناطيسي الحرج بأنه أقل مجال يفقد عنده الموصل الفائق موصليته الفائقة. ويطلق على هذا النوع من الموصلات بالنوع الأول Type I . فمثلاً في حالة الزئبق فائق التوصيل تختفي موصليته الفائقة، إذا مازادت شدة المجال عن $H_C = 0.041$ T عند درجة الصفر المُطلق. وتختلف قيمة H_C باختلاف الموصلات الفائقة – كما مبين بالشكل(٣١ – ٤) – وتقل شدة المجال الحرج برفع درجة الحرارة.



(شكل ٣١ – ٤) تغير المجال المغناطيسي الحرج مع درجة الحرارة لموصل فائق من النوع الأول.

وقد وجد أن شدة المجال الحرج المزيل للموصلية الفائقة تتغيرمع درجة الحرارة المطلقة، وفقاً للمعادلة :

$$H_C(T) = H_C(0)\left[1 - (T/T_C)^2\right]$$

حيث $H_C(T)$ هو المجال الحرج عند درجة T

$H_C(0)$ هو المجال الحرج عند درجة الصفر المطلق.

عند زيادة شدة التيار المداوم في ملف توصيل فائق، يتكون بداخله مجال مغناطيسي

يزداد شدة بشدة التيار، ويعمل عندئذ على إزالة خاصية الموصلية الفائقة من المادة، ولذلك تضع زيادة شدة التيار المداوم قيوداً على إمكانية الحصول على مجالات مغناطيسية لانهائية الشدة.

مثال (٣١-١) :

ملف لولبى عدد لفاته 150 لفة لكل سم، يتكون سلكه من مادة ذات موصلية فائقة من النوع الأول، مجالها الحرج $H_C = 32\ T$ عند درجة الصفر المطلق ودرجة حرارتها الحرجة $T_C = 18\ K$

أ - أوجد شدة التيار المداوم الذى يحدث مجالاً مغناطيسياً مقداره $5\ T$ داخل الملف؟

ب - ماهو أكبر تيار يمكن إمراره فى الملف، إذا حفظت درجة الحرارة عند 15 K ؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ N/A^2)$

الحـــل :

$$H = \mu_0\ n\ I$$

$$I = \frac{(5\ T)}{(4\pi \times 10^{-7})\ (1.5 \times 10^{-4}\ m^{-1})}$$

$$= 265\ A$$

$$H_C\ (T) = H_C\ (0)\ \left[1 - (T/T_C)^2\right]$$

$$H_C\ (0) = 32 \qquad T = 15 \qquad T_C = 18$$

شدة المجال عند درجة 15 هى : $\therefore\ H_C\ (15) = 9.78\ T$

شدة التيار عند هذا المجال :

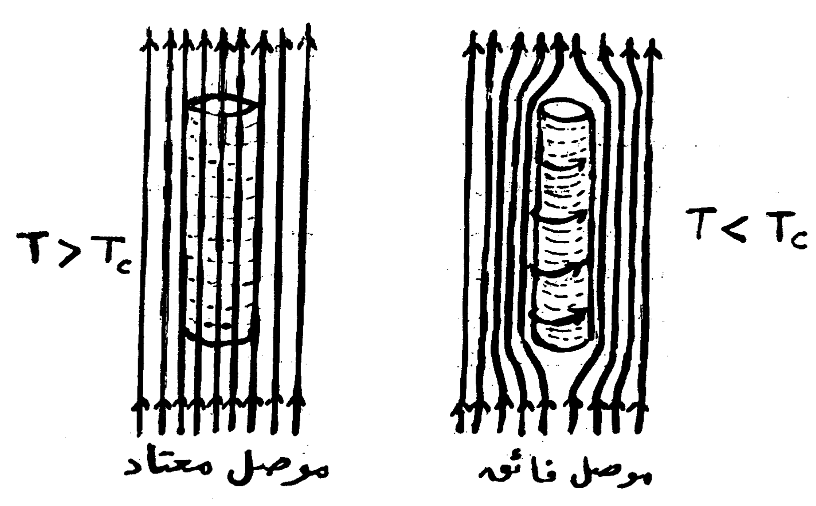
$$I = \frac{9.78}{4\pi \times 10^{-7} \times 1.5 \times 10^4} = 518\ A$$

٣١ / ٤- أثر ميزنر (Meissner effect) :

من المعروف أنه لكى يمر تيار كهربائى مستمر فى موصل معتاد، يتكون مجال

كهربائى داخل الموصل ليتغلب على مقاومته للتيار وتتناسب شدة هذا المجال طردياً مع المقاومة. أما فى حالة الموصل الفائق التوصيل فتكون مقاومته الكهربائية صفراً، ولذلك ينعدم بداخله المجال الكهربى وهذا يعنى أن معدل تغير المجال المغناطيسي داخل الموصل الفائق يجب أن يظل دائماً مساوياً للصفر.

فإذا وضعت أسطوانة من موصل فائق فى مجال مغناطيسي - كما فى الشكل (٣١ - ٥) - نجد أن خطوط القوى المغناطيسية تطرد خارج الأسطوانة ولاتستطيع اختراقها.



شكل (٣١ - ٥) الموصل الفائق والموصل المعتاد فى مجال مغناطيسي

عند ملامسة المجال المغناطيسي لأسطوانة الموصل الفائق، تتكون تيارات تأثيرية على سطحها تمنع نفاذ خطوط القوى المغناطيسية داخلها، وهذا هو تصرف الموصل التام الذى لايتكون بداخله أية مجالات مغناطيسية وتؤدى التيارات السطحية على الموصل الفائق عملية التوصيل الكهربائى، وقد وجد أن سمك الطبقة السطحية التى يسرى خلالها التيار لاتزيد عن 10^{-5} cm ، ويدهى أن هذه الطبقة يخترقها بعض الخطوط المغناطيسية ليسرى فيها

التيار.

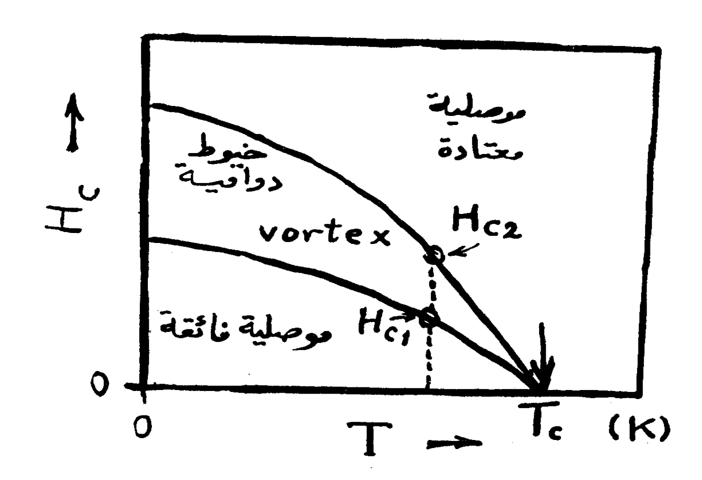
وتسمى ظاهرة طرد الموصل الفائق لجميع خطوط القوى المغناطيسية لخارجه؛ بأثر ميزنر Meissner effect . ويلاحظ أن تصرف الموصل الفائق فى المجال المغناطيسي يشبه تماماً تصرف المادة الديامغناطيسية من حيث تنافرها مع المجال.

٣١/٥-النوع الثاني من الموصلات الفائقة:

(Type II Superconductors.)

عندما يكون الموصل الفائق على شكل أسطوانة طويلة ورفيعة، يمكن عندئذ تطبيق أثر ميزنر تطبيقاً تاماً، بمعنى أنه يمكن طرد جميع خطوط القوى المغناطيسية إلى خارج الأسطوانة، كما يفترض فى النوع الأول. أما بالنسبة للحجوم والأشكال المختلفة من الموصلات الفائقة التوصيل، تعتمد عملية طرد المجال المغناطيسي على هندسة وشكل الجسم، وعادة ماتنقسم المادة إلى مناطق ذات توصيل فائق وأخرى موصليتها معتادة. وعند زيادة شدة المجال، يزداد حجم المناطق ذات الموصلية المعتادة على حساب مناطق الموصلية الفائقة، حتى إذا ماوصلت شدة المجال المغناطيسي إلى قيمة معينة تكون جميع أجزاء المادة قد تحولت إلى التوصيل المعتاد. يطلق على مثل هذه المواد بالنوع الثانى Type II من الموصلات الفائقة التى تتميز بوجود مجالين حرجين لها H_{C1} & H_{C2} عندما تصل شدة المجال المؤثر عليها إلى قيمته الحرجة الأولى H_{C1} يبدأ دخول الفيض المغناطيسي فى بعض أجزاء الموصل الفائق. وتزداد كثافة الفيض المغناطيسي داخل المادة، كلما ازدادت شدة المجال حتى تصل إلى الشدة الحرجة الثانية H_{C2}، وعندها تصير المادة بأكملها ذات توصيل معتاد، وتصبح خطوط القوى المغناطيسية قادرة على اختراق جميع أجزائها . ويبين الشكل (٣١-٦) المجالين الحرجين عند درجات الحرارة المختلفة لإشابة من النيوبيوم والقصدير الفائقة التوصيل. عند $T = 4K$ تكون شدتا هذين المجالين هما :

$$H_{C1} = 0.019\,T \quad \& \quad H_{C2} = 22\,T$$



شكل(٣١-٦)

المجالات الحرجة لموصل فائق من النوع الثانى عند الدرجات المختلفة.

٣١/٦- تكمية الفيض المغناطيسي والخيوط الدوامية :

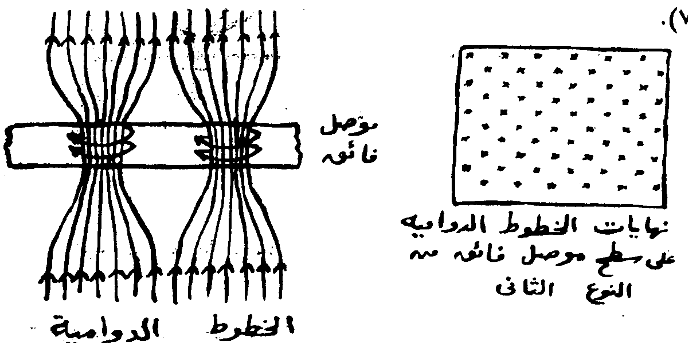
(Quantization of magnetic flux and vortex Lines)

وجد أنه عند التحول من الموصلية الفائقة إلى الموصلية المعتادة بين المجالين الحرجين H_{C1} & H_{C2} ، يخترق المادة بعض من الفيض المغناطيسي على شكل خيوط رفيعة، فى اتجاه يوازى اتجاه المجال المؤثر، وتعمل هذه الخيوط على إمرار بعض الفيض المغناطيسي خلال المادة. ويدهى أن تكون مادة الموصل الداخلة فى هذه الخيوط ذات موصلية معتادة لتسمح بمرور خطوط القوى المغناطيسية .

ولما كانت هذه الخيوط تشكّل حزماً من خطوط القوى المغناطيسية الملامسة للموصل الفائق، لذلك تتكون تيارات تأثيرية على سطوحها تكون كالدوامات محورها الخيط ذاته، وتحمى هذه التيارات الدوامية باقى أجزاء الموصل التى لاتزال على حالتها من الموصلية

الفائقة، تحميها من اختراق المجال المغناطيسي لها. وقد أجريت التجربة البسيطة التالية لإظهار نهايات هذه الخيوط الدوامية على سطح موصل فائق، وضع فى مجال مغناطيسي بين القيمتين الحرجتين H_{C1} & H_{C2}.

كما فى تجربة رسم المجال المغناطيسي بواسطة برادة الحديد، وضع مسحوق الماجنتيت المغناطيسي magnetite Powder على سطح موصل فائق التوصيل من النوع الثانى، موضوع فى مجال أكبر قليلاً من H_{C1} . ظهر على السطح تجمعات من المسحوق الأسود اللون عند نهايات الخيوط الدوامية التى يمر داخلها خطوط القوى المغناطيسية، كما مبين بالشكل(٣١-٧).



شكل(٣١-٧)

أ - نهايات الخطوط الدوامية على سطح موصل فائق

ب - الخيوط الدوامية لإمرار الفيض المغناطيسي

وقد أمكن إيجاد عدد الخيوط فى وحدة المساحات، ومن معرفتنا بشدة المجال المغناطيسي المؤثر أمكن تعيين الفيض المغناطيسي المار بكل خيط دوامى. وبتغيير شدة المجال مع إيجاد عدد الخيوط فى كل حالة وحساب الفيض المصاحب لكل خيط وجد ثبوت لقيمة الفيض المغناطيسي لكل خيط دوامى وتساوى :

$$\phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.07 \times 10^{-7} \ T.m^2$$

وهذا يدل على أن الفيض المغناطيسي كمية مكماة، وأن الكمة الواحدة من الفيض تساوى ثابت بلانك مقسوماً على ضعف شحنة الإلكترون. أثبتت التجربة أيضاً أنه عند زيادة شدة المجال المؤثر لايزيد كثافة الفيض المغناطيسي فى كل خيط دوامى ولكن يزداد عدد الخيوط التى تخترق الموصل الفائق وتصير كالحزمة الكثيفة، وفى النهاية عندما تصل شدة المجال إلى قيمته الحرجة الثانية H_{C2} تكون المادة قد تحولت بأكملها إلى مادة عادية التوصيل، تخترق جميع أجزائها خطوط القوى المغناطيسية وتختفى الموصلية الفائقة من المادة.

٧/٣١- ميكانيكية التوصيل في الموصلات الفائقة

نظرية باردين – كوبر – شريفر (The BCS theory)

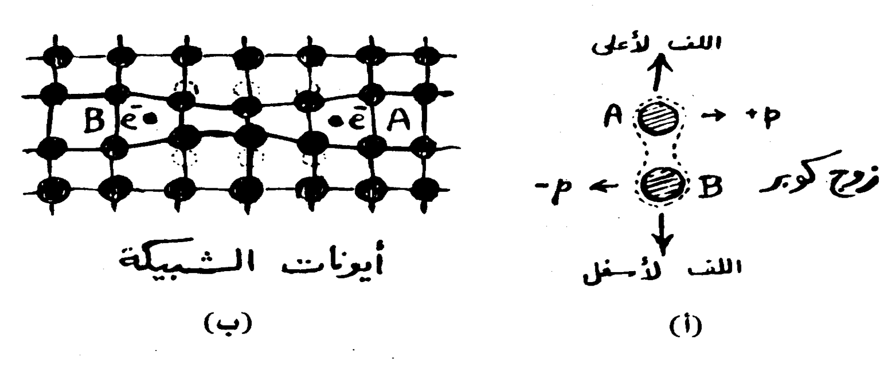
يحدث التوصيل الكهربائى فى المواد عند انتقال الشحنات الكهربائية الداخلية تحت تأثير مجال كهربائى خارجي. وتبين المقاومة الكهربية للمادة سهولة أو صعوبة انتقال هذه الشحنات، فهى مقاومة قليلة فى الفلزات والمعادن بينما هى كبيرة جداً فى العوازل.

تنشأ المقاومة الكهربية فى الفلزات والمعادن عن طريق تشتت ناقلات الشحنة، وهى الإلكترونات فى هذه الحالة، عن طريق تصادمها مع بعضها البعض، وكذلك مع ذرات الشبيكة وعيوب الشبيكة وشوائبها. وحتى عند درجة الصفر المطلق، حيث تسكن حركة جميع الإلكترونات – وفقاً للنظريات الكلاسيكية – تظهر بعض المقاومة المتبقية.

إذا كان الأمر كذلك فكيف نفسر تلاشى المقاومة فى الموصل الفائق، وانعدامها تماماً عند درجات الحرارة بين الصفر المطلق والدرجة الحرجة ؟ لقد وجد باردين وكوبر وشريفر حلاً يفسر ميكانيكية التوصيل الكهربى في الموصلات الفائقة وذلك فى نظرية تعرف باسمهم : The BCS theory تعتمد هذه النظرية على إمكان تكون أزواجاً من الإلكترونات، يوجد بين إلكترونى كل زوج منها قوة ترابط، بخلاف ماتمليه النظريات

الكلاسيكية من وجود التنافر الكولومى بين الإلكترونات السالبة الشحنة . وسميت هذه الأزواج الإلكترونية بأزواج كوبر Cooper pairs وهى التى تشكل حاملات الشحنة عند التوصيل فى الموصل الفائق، وينشأ عن حركتها التيار الدائم وظاهرة الموصلية الفائقة.

ولكى نفهم كيف يحدث التجاذب بين إلكترونى كوبر نبدأ بالإلكترونات الحرة داخل الموصل . هذه الإلكترونات ليست حرة تماماً، إذ يوجد بينها وبين الأيونات الموجبة للشبيكة فعل بينى، فعندما يمر إلكترون A مثلاً بين الأيونات تحدث شحنته السالبة استقطاباً فى الشحنات الموجبة على أيونات الشبيكة ، عن طريق التجاذب الكولومى، فيزداد تركيز الشحنة الموجبة مكان مرور الإلكترون وتعمل هذه الزيادة فى تركيز الشحنة الموجبة على جذب إلكترون آخر B ، يكون ماراً بالجوار فيتبع بذلك الإلكترون الأول طوال مساره، كما لو كانت هناك قوة تجاذب بينهما . وحقيقة الأمر أن الترابط بين الإلكترونين يتم عن طريق الفعل البينى مع ديناميكية الشبيكة وفوتوناتها . ويبين الشكل(٣١ – ٨) رسماً توضيحياً لكيفية تكون أزواج كوبر.



شكل (٣١–٨)

أ – زوج كوبر – كمية الحركة الزاوية الكلية تساوى صفراً

ب – أثر الشبيكة على تكوين زوج كوبر.

ويجدر بالذكر أن التجاذب بين إلكتروني زوج كوبر تجاذب ضعيف، لايظهر أثره إلا عند درجات الحرارة المنخفضة جداً؛ حيث طاقة التهييج الحراري kT صغيرة لاتقدر على كسر الترابط بين الإلكترونين، ولايتم كسر هذا الترابط إلا عند درجات أعلى من الدرجة الحرجة T_C.

ويجب هنا ملاحظة تطبيق قاعدة باولي Pauli exclusion principle التي تنص على عدم جواز أن يكون لإلكترونين نفس الأعداد الكمية، وعلى ذلك فإلكتروني زوج كوبر يجب أن يكونا مختلفي اللف. ولما كانت كميتا حركتهما متساويتين مقداراً ومتضادتين اتجاهاً، لذلك فإن كمية الحركة الكلية لنظام زوج كوبر تساوي الصفر كما أن لفة ايضا مساوٍ للصفر، أي أنه يعمل عمل البوزونات، وليس كحالة الإلكترونات المنفردة ذات اللف $\pm \frac{1}{2}$ والتي تعمل كفرميونات. ونظراً لعدم انطباق قاعدة باولي على النظام زوج كوبر لذلك يمكن تشبيهها في الموصل الفائق بعملية تكثف لجميع أزواج كوبر في الحالة الأرضية ground state ويمثلهم دالة موجية واحدة ذات تماثل كروي كما أنها أحادية الطور، وتشمل كل أجزاء الموصل الفائق. وباستخدام الميكانيكا الموجية أمكن تفسير وجود زوج كوبر في حالة استقرار، باعتبار أن الإلكترون ماهو إلا موجة كهرمغناطيسية تقدمية، إذا ما انعكست وانطبقت على نفسها تكونت موجة موقوفة . وبذلك يمكن اعتبار إلكتروني زوج كوبر على أنهما موجتان متساويتا السعة ويختلفان في الطور بمقدار π، ويكونان لذلك موجة موقوفة.

لقد تمكنت نظرية باردين – كوبر – شريفر من تفسير ميكانيكية التوصيل الكهربائي في الموصلات الفائقة، عن طريق وجود أزواج كوبر كناقلات للشحنة. أما لماذا لايحدث تشتت لأزواج كوبر بواسطة الشبيكة كما يحدث للإلكترونات المفردة ؟ فذلك لأنه إذا أثرت الشبيكة على الإلكترون الأول في الزوج، وغيرت من كمية حركته بقدر معين، فإن هذه الشبيكة نفسها تغير من كمية حركة الإلكترون الثاني في المجموعة بنفس المقدار، ولكن في اتجاه معاكس تماماً لاتجاه التغير الأول. وهذا يعني أن التغير الكلي لكمية الحركة للزوج تساوي صفراً، وبذلك تفقد الشبيكة أي تأثير على زوج كوبر، الذي يكون له حرية الحركة تماماً

بداخلها مما يلغى أى فعل مقاوم من قبل الشبيكة لحركة ناقلات الشحنة وبذلك تكون المقاومة الكهربية للموصل الفائق مساوية للصفر دائماً.

٨/٣١- تأثير جوزيف صن : (Josephson effect) :

اكتشف جوزيف صن أنه عندما يتلامس موصلان فائقان بينهما طبقة رقيقة من عازل، كاكسيد مثلا سمكه ١-٢ نانومتر، يتولد تيار فائق I_S بدون التأثير على الوصلة بأى فلطية خارجية. وتزداد شدة التيار بزيادة سطح التلامس بينهما، ولكنها تقل بزيادة سمك الطبقة العازلة. ويجيىء تفسير هذه الظاهرة بواسطة ميكانيكا الكم، حيث تتمكن أزواج كوبر من اختراق الطبقة العازلة بظاهرة الأنفاق المعروفة.. Tunnel effect

إذا اعتبرنا أن لزوج كوبر دالة موجية ψ

$$\psi = \psi_0 \ \exp \ (\exp (i \phi)$$

حيث ϕ هو الطور، وهو أحادى لجميع أزواج كوبر وإذا كان طورا الموصلين الفائقين على جانبى الوصلة ϕ_1 & ϕ_2، يكون التيار I_S المار فى الوصلة هو :

$$I_S = I_m \sin (\phi_2 - \phi_1)$$
$$= I_m \sin \delta$$

حيث I_m هو أكبر تيار حادث عندما لانؤثر على الوصلة بأى فلطية خارجية. وقد أثبت جوزيف صن ذلك نظرياً عندما أمكن التحقق منها عملياً.

وعند التأثير على الوصلة بفلطية ثابتة V (d.c. voltage)

يتكون فى الحال تيار متردد I يعطى بالمعادلة :

$$I = I_m \sin (\delta - 2 \pi ft)$$

حيث δ هو الطور عند الزمن $t = 0$

، f هو تردد تيار جوزيف صن ويعطى بالمعادلة :

$$f = \frac{2 eV}{h}$$

h هو ثابت بلانك .

فمثلاً عند التأثير على الوصلة بفلطية واحد ميكروفولط ينشأ تيار تردده

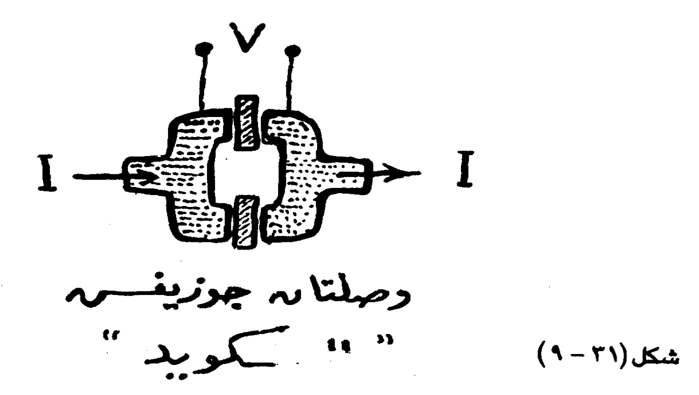
$$f = 483.6 \text{ MHz}$$

ونظراً للدقة الكبيرة الممكنة فى قياس كل من f & V أمكن تعيين قيمة (e/h) بدقة غير مسبوقة.

ومن أهم التطبيقات العملية لتأثير جوزيف صن تصميم نبطية تسمى بالسكويد SQUID وحروف الكلمة مأخوذة من أوائل الحروف لمعناها باللغة الإنجليزية :

.Superconducting QUantum Interference Device

وتتركب النبطية من وصلتى جوزيف صن (كما مبين بالشكل ٣١ - ٩) تتصلان على التوازى وتشكلان حلقة لاستشعار الفيض المغناطيسي .



شكل (٣١ - ٩)

رسم توضيحى للسكويد وفيه وصلتا جوزيف صن موصلتان على التوازى

تتوقف شدة التيار I المار فى السكويد على الفيض المغناطيسي الذى يلف الحلقة.

ويمكن لكمات قليلة من الفيض المغناطيسي أن تحدث تياراً يسهل قياسه، ولذلك تستخدم حلقات السكويد لقياس مجالات مغناطيسية غاية فى الصغر فى حدود 10^{-14} T . (شدة

مجال المغناطيسية الأرضية $T \; 10^{-4} \times 0.5$).

وتستخدم هذه الأجهزة حالياً فى المجالات الطبية لقياس التيارات المخية . والمجالات المغناطيسية المصاحبة، حيث لايزيد تغير الفيض المغناطيسي عن حوالى $T.m^2 \; 10^{-20} \cong \phi_0 \; 10^{-5}$ ، فى نطاق اتساعه هرتز واحد.

٣١/٩-الموصلية الفائقة عند درجات الحرارة المرتفعة
:(High temperature superconductivity)

منذ اكتشاف ظاهرة الموصلية الفائقة، والعلماء يحاولون الحصول على موصلات فائقة تكون درجاتها الحرجة مرتفعة. وكانت أعلى درجة حرجة، أمكن الوصول إليها لموصل فائق حتى عام ١٩٨٦ هى K 23.2 = T_C ، وكانت لمادة (Nb_3 Ge) النيوبيوم - جرمانيوم. وفى هذا العام تقدم بدنورز ومولر Bednorz and Muller باكتشاف مركب من اللانثانم والباريوم وأكسيد النحاس $La_2 \; Ba_1 \; Cu \; O_4$ ، يرفع الدرجة الحرجة إلى 30 K وقد حصل هذان العالمان على جائزة نوبل عام ١٩٨٧ لهذا الاكتشاف الذى يعد بحق فتحاً لتكنولوجيا الموصلات الفائقة.

وفى أوائل عام ١٩٨٧ أعلن مجموعة من العلماء بجامعة هيوستون توصلهم لموصل فائق من طور مختلط، يحتوى مواد الإيتريوم والباريوم والنحاس والأكسجين، وسرعان ما تحدد بعد ذلك طور المادة الذى له موصلية فائقة تصل لدرجة 92 K ، وهو :
$Y \; Ba_2 \; Cu_3 \; O_{7-\delta}$ ولما كانت الدرجة الحرجة T_C لهذه المادة أعلى من درجة غليان النتروجين السائل (77 K) لذلك فإن وجود مبرد رخيص وفى متناول الكثيرين كالنتروجين السائل فتح أبواب البحث فى موضوع الموصلية الفائقة على مصراعيه خاصة بعد أن أصبحت طريقة تحضير هذا الموصل الفائق معروفة للجميع.

ويعود السبب فى اهتمام العلماء فى هذه الأيام بالبحث العلمى، لاكتشاف المزيد من الموصلات الفائقة عند الدرجات المرتفعة للعوامل التالية :

١ - سهولة الحصول على أكاسيد الفلزات وطرق تحضيرها.

٢ – لهذه المواد درجات حرارة حرجة تزيد فى بعض الحالات عن 100 K، كما أن لها مجالاً مغناطيسياً حرجاً H_{C2} مرتفعاً.

٣ – لايزال موطن الموصلية الفائقة فى المركب – وكذلك ميكانيكية التوصيل وخواصه المختلفة – تحتاج للمزيد من الدراسة والمعتقد حالياً أن موطن الموصلية الفائقة يكمن فى طبقات النحاس – أكسجين فى المركب وزيادة كثافة هذه الطبقات ترفع من الدرجة الحرجة للمركب.

٤ – التوقعات التكنولوجية المهمة ، والتطبيقات المحتملة عند الحصول على موصل فائق يعمل عند درجة حرارة الغرفة، أى تكون درجة حرارته الحرجة أعلى من ذلك. وعندئذ سوف يتغير تماماً شكل جميع التكنولوجيات الكهربائية المستخدمة حالياً فى الحياة ويجدر بالذكر أنه فى أوائل التسعينات أمكن للعلماء رفع الدرجة الحرجة للموصل الفائق التوصيل إلى درجة $T_C = 125\ K$.

أسئلة علي الفصل الحادي والثلاثين

١ – اشرح لماذا لايمكن بواسطة النظريات الكلاسيكية شرح ظاهرة الموصلية الفائقة؟

٢ – ماهو تأثير ميزنر ؟ وكيف يطبق فى حالة موصلين فائقين من النوع الأول والثانى؟

٣ – ماهو التيار المداوم ؟ وكيف يمكن إيجاده فى موصل فائق ؟

٤ – اشرح كيف تتكون أزواج كوبر، ثم أثبت أنها جميعاً تشغل نفس الحالة الكمية؟

٥ – ماهو تأثير جوزيف – صن ؟ اذكر تطبيقاً عملياً لذلك؟

٦ – كيف تفسر ظاهرة الرفع لمغناطيس يعوم فوق موصل فائق ؟ وعلى حساب أى شىء تكون الزيادة فى طاقة الموضع لهذا المغناطيس؟

٧ – وضعت فلطية ثابتة (d.c.) قدرها $V = 0.5\ m\ V$ على وصلة جوزيف – صن. أوجد التيار الناتج؟

الفصل الثاني والثلاثون

فيزياء الكون (Cosmology Physics)

يعنى علم الكوزمولوجى بدراسة فيزياء الكون من حيث الحجم والشكل والنشأة والوصول إلى ذلك يجب أن نألف التعامل بكميات متناهية فى الكبر، فتقدر المسافات مثلاً ببلايين السنين الضوئية والسنة الضوئية كوحدة للطول، عبارة عن المسافة التى يقطعها الضوء فإذا علمنا أن الضوء يقطع مسافة مائة ألف كيلو متر فى الثانية الواحدة، تكون السنة الضوئية حوالى 9×10^{12} كيلو متراً. وواضح أن علم فيزياء الكون يواجه فى تقدمه مصاعب جسيمة بسبب عدم قدرة العلماء على إجراء تجارب فيه. ولذلك فإن معظم التقدم يعتمد على جمع الحقائق، عن كيفية سلوك الطبيعة الفلكية ومحاولة الربط بين الاكتشافات المختلفة، ووضع نظريات لتفسير الظواهر الكونية.

عند البدء بالتحليل النظرى للكون يجب أولاً أن نعتبر صحة قوانين الفيزياء فى كل مكان فى الكون. فما يصح هنا نفترض أيضاً صحته هناك. وربما يكون الدعم الوحيد لهذا الافتراض أن الضوء والأمواج الراديوية القادمة إلينا من أطراف الكون، لها نفس صفات وخواص نظيراتها من الأمواج التى نحضرها فى المعمل على الأرض.

من بين جميع القوى المعروفة لدينا، تلعب قوة الجاذبية دوراً رئيسياً فى نشأة الكون وحركة أجزائه المختلفة. وقد أثبت قانون الجاذبية لنيوتن أنه صالح للاستعمال فى معظم الحالات، بالرغم من المسافات الفلكية والسرعات الهائلة التى نتعامل معها، وكثيراً مانلجأ لنظرية الجاذبية العامة لإينشتين لإدخال التأثيرات النسبوية، عندما تفشل قوانين نيوتن فى تفسير بعض الظواهر الكونية.

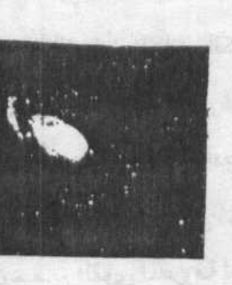
٣٢ / ١- نظرية الانفجار الكبير (Big Bang theory) :

وضع العلماء الكثير من النظريات حول نشأة الكون، ولكن لم يستقر منها سوى نظرية

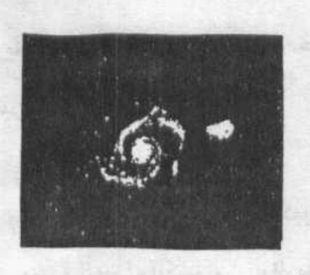
واحدة هى نظرية الانفجار الكبير، وتصور هذه النظرية أن الكون كله كان مركزاً فى حجم صغير نسبياً، يقدره البعض بأنه حوالى عشرة أمثال حجم الشمس، وكثافة مادته كبيرة جداً تصل إلى 10^{18} جم / سم٣ وتقترب من كثافة مادة النواة فى الذرة. وربما لم يكن فى ذلك الوقت ذرات أو جزئيات بالمعنى المفهوم حالياً. كما أن درجة الحرارة داخل هذه المادة كانت هائلة تصل إلى 10^{12} درجة على الأقل، وعند هذه الطاقات الحرارية الهائلة تتمزق نوى جميع الذرات.

استناداً إلى هذه الفروض، نستطيع أن نتصور الكون فى بدايته على أنه شهاب ساخن جداً، مستوى الطاقة بداخله كبير جداً، حدث فيه انفجار كبير تفتت بسببه مادة الشهاب، وانقسمت إلى أجزاء لها سرعات مختلفة، هى الآن مانراه فى السماء من مجرات ونجوم تتحرك جميعها متباعدة عن بعضها مما يشير إلى تمدد الكون.

لقد تكونت المادة ذات الذرات النووية المعتادة من أجزاء الشهاب الملتهب، بعد الانفجار بعد أن أخذت تبرد شيئاً فشيئاً. لقد رأينا فيما سبق كيف يتحول الفوتون إلى إلكترون وبوزيترون، وكيف تتحول الطاقة إلى مادة عندما يقل مستوى الطاقة عن حد معين. نحن نعلم أن طاقة تأين الهيدروجين هى 13.6 إلكترون فولط، فإذا علمنا أن الطاقة الحرارية لايجب أن تزيد على هذه القيمة، حتى يمكن لذرات الهيدروجين أن تتواجد على صورتها الذرية، لذلك فدرجة الحرارة التى يتمزق عندها ذرات الهيدروجين، وهى التى تناظر هذه الطاقة تعادل حوالى 160.000 درجة



شكل (٣٢-١ أ)



(٣٢-١ ب)

($kT = 13.6\ eV$) وعلى ذلك إذا بردت المادة الملتهبة عن هذا الحد، تكونت سحابة من غاز الهيدروجين الساخن مختلطاً بالنيوترونات والجسيمات الأولية الأخرى، وعندما تبرد هذه هى الأخرى تتكون نوى الذرات الأثقل.

٣٢/٢- تكون المجرات (Formation of Galaxies):

بعد الانفجار الكبير فى فضاء الكون لم تكن السحابة الملتهبة، التى نتجت عن الانفجار متجانسة الكثافة. فقد كان هناك مناطق كثافتها عالية وأخرى كثافتها أقل نتيجة لعشوائية الحدث. وقد تكون نتيجة لذلك على امتداد أجزاء كبيرة من فضاء الكون، مراكز تكثف تجاذبى تعمل على جذب المادة المنتشرة فى الفضاء، لتكون وحدات قائمة بذاتها تسمى كل منها حالياً بالمجرة galaxy ، والمجرة عبارة عن مجموعة هائلة من النجوم تنتظم معاً فى نظام واحد، وتخضع فيما بينها لقوانين الجاذبية العامة كما تخضع في تحركاتها لقوانين الحركة وينطبق عليها قوانين البقاء المعروفة.

وحفظاً لقانون بقاء كمية الحركة الزاوية تحدث حركة لف فى المجرة حول مركز التكثف. وتختلف سرعة لف بعض المجرات عن بعضها الآخر، وتصل السرعة الزاوية لبعض المجرات لبضع ملايين من السنين كل دورة وهى سرعة كبيرة نسبياً فى مثل هذه الحالات. ونتيجة لهذا اللف تأخذ المجرة شكلاً حلزونياً كما مبين بالشكل(٣٢-١أ) وهو للمجرة « اورسا الكبير » ursa major ، كما أنها تأخذ شكلاً مفرطحاً يشبه القرص، حيث يكون محور

الدوران عمودياً على مستواه، ويبين الشكل(٣٢-٢) مجرة حلزونية ترى فى اتجاه حافتها ويلاحظ سمكها الصغير.

يقع نظامنا الشمس ضمن مجرة تسمى بدرب التبانة Milky way، والتى يظهر منها فى السماء ليلاً وبالعين المجردة آلاف النجوم. فهى تحتوى 10^{11} نجماً تقريباً وتقع فى منطقة فى فراغ الكون، على شكل قرص قطره حوالى 10^{5} سنة ضوئية. وتتحرك الشمس حول مركز هذه المجرة بزمن دورى قدره 200 مليون سنة ضوئية بسرعة مدارية قدرها 265 كيلو متر/ث تقريباً.

وعندما نتطلع إلى السماء بتلسكوباتنا الكبيرة الحديثة يمكن رصد مايقرب من 10^{11} مجرة، تحتوى كل منها حوالى 10^{13} نجماً، وتأخذ المجرات فى السماء أشكالاً متعددة فمنها البيضاوى ومنها الحلزونى ومنها الأسطوانى وبعضها غير منتظم الشكل. وجميع المجرات فى حالة حركة، والنجوم بداخلها تتحرك حول بعضها، وقد تتصادم فى حالات فردية، ولكن إذا اعتبرنا المجرة ككل وأهملنا الحركات الداخلية فيها، فإننا نجد أن جميع المجرات تتحرك مبتعدة عنا بسرعات متفاوتة، ولكنها كبيرة جداً تبلغ حوالى 90% من سرعة الضوء كما فى حالة المجرة المعروفة باسم « كواسار » (quasar).

وتحديد سرعة هذه المجرات تتم بطريقة تعرف باسم الإزاحة الحمراء (red shift)، وتعتمد هذه الطريقة على ظاهرة دوبلر، وتغير طول موجة الضوء إذا كان المصدر متحركاً. فقد لوحظ أن طول موجة أى خط طيفى فى طيف ذرة معينة، يكون أطول إذا قيس من مصدر نجمى عنه إذا قيس من مصدر على سطح الأرض. وزيادة طول الموجة معناها إزاحة الخط ناحية الطرف الأحمر للطيف، ومن هنا جاءت التسمية « الإزاحة الحمراء ». وواضح من تطبيق ظاهرة دوبلر أن هذه الإزاحة الحمراء تحدث إذا ماكان المصدر مبتعداً عن المشاهد. نفرض أن طول خط من خطوط طيف ذرة الهيدروجين مقاساً على الأرض هو λ_0 ، وأن طول موجة نفس الخط مقاساً من مصدر نجمى هو λ ونفرض أن سرعة النجم هى U وأنه يتراجع بعيداً عن الأرض.

نفرض أن قمة موجة منبعثة من المصدر النجمى تقطع مسافة قدرها ct متجهة إلى الأرض فى زمن t حيث c سرعة الضوء. بعد زمن قدره τ_0 يبعث المصدر قمة موجة أخرى تالية للموجة الأولى . وطبقا للنظرية النسبية فى الزمن، فإن هذا الزمن τ_0 إذا قيس من الأرض يكون مساوياً $\beta\tau_0$ حيث $\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$. وعلى ذلك يرى المشاهد على الأرض المسافة التى تقطعها القمة الموجية الأولى، وحتى انبعاث القمة الموجية التالية من المصدر هى :

$$ct = c\ \beta\ \tau_0 \qquad (32 - 1)$$

ويكون المصدر النجمى قد انتقل خلال الزمن بين انبعاث القمتين الموجيتين مسافة v t، أى أن المسافة بين القمتين والتى يسجلها الراصد، وهى طول الموجة المقاسة على الأرض λ هى :

$$\lambda = ct + vt \qquad (32 - 2)$$

$$\therefore \quad \lambda = (c + v)\ \beta\ \tau_0 \qquad (32 - 3)$$

وبتطبيق القوانين الفيزيائية على النظام النجمى يكون :

$$\tau_0 = \lambda_0 / c$$

وعلى ذلك يكون طول موجة الخط الطيفى مقاساً من الأرض هو :

$$\lambda = \lambda_0\ (1 + v/c)\ \beta \qquad (32 - 4)$$

ويتضح من هذه المعادلة أن الطول الموجى للخط قد ازداد، أى أنه أزيح إلى الجانب الأحمر للطيف المنظور. وتعطى هذه المعادلة قياساً لسرعة النجم ، v ، مصدر الضوء، بمعرفة مقدار الإزاحة الحمراء التى تظهر لخطوطه الطيفية.

٣٢/٣-تمدد الكون :

كنتيجة لظهور الإزاحة الحمراء فى خطوط الطيف المنبعثة من جميع النجوم والمجرات المعروفة لنا، فإننا نعتبر أن جميع هذه الأجسام الفلكية تتحرك بسرعات كبيرة مبتعدة عنا، كما مبين بالشكل(٣٢ – ٣) وبقياس سرعة حركة هذه المجرات وأبعادها عنا، وجد

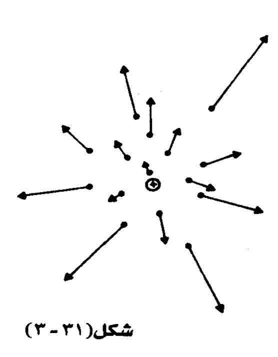
أدوين هابل Hubbleأن هذه الحركة تتبع قاعدة بسيطة مفادها أن سرعة المجرة تتناسب طردياً مع بعدها عنا أى أن المجرات البعيدة تتحرك بسرعات أكبر من المجرات القريبة.

ويوضح ذلك فى معادلة رياضية بين السرعة v والبعد S على الصورة :

$$v = H_0 S \quad (32 - 5)$$

حيث H_0 ثابت يسمى ثابت هابل وتقدر قيمته بالمقدار :

$$H_0 = 1.7 \times 10^4 \ (m/S)/10^4 \text{ Light Year} \quad (32 - 6)$$



شكل(٣١-٣)

ويلاحظ أن المسافات الفلكية للنجوم قد تم تقديرها، عن طريق تعيين شدة إضاءتها ونصوعها. فكلما بعدت المجرة كلما ازداد ضوؤها المرئى خفوتاً ، فإذا اعتبرنا أن جميع المجرات تبعث بنفس الكمية من الضوء، تكون درجة نصوعها كما ترى من الأرض مقياساً لمقارنة أبعادها المختلفة عنا. وبدهى أن كل تلك القياسات تقريبية جداً، إذ أن المجرات لاتتساوى فى عدد نجومها وبالتالى لاتتساوى فى درجة نصوعها. ولذلك قد يصل الخطأ فى قيمة ثابت هابل فى المعادلة(6 - 32) إلى %25 على الأقل.

ويجب التنويه بأن الشكل(٣٢ – ٣) لايقصد به أن مجرتنا درب التبانة تكون فى مركز الكون. إذ أن الحقيقة أن جميع المجرات تتباعد بعضها عن بعض، ولايوجد أى منها فى المركز الحركى. وهذا يعنى أننا لانعرف للكون مركزاً، بل أن توزيع المجرات فى الكون منتظم

ويسمى هذا الانتظام فى الكون بالمبدأ الكوزمولوجى cosmological principle.

وقد نبعت فكرة الانفجار الكبير كمنشأ للكون، استناداً إلى قانون هابل الذى يعطى للمجرات سرعات متناسبة مع أبعادها، وتشبه ذلك انفجار قنبلة إلى شظايا صغيرة تتطاير فى جميع الاتجاهات بسرعات مختلفة تكون أبعدها مسافة أكبرها سرعة بعد زمن معين. والاختلاف الرئيسى بين تشبيه انفجار القنبلة بالانفجار الكبير منشأ الكون، هو عدم وجود مركز واضح للانفجار.

٣٢/٤-تحديد عمر الكون وتاريخ حدوث الانفجار الكبير :

لقد بدأ تمدد الكون بحدوث الانفجار الكبير. والأرض وفقاً لهذه النظرية تعتبر جزءاًمن السحابة المتمددة والتى أصبحت الآن باردة تماماً. وتقدر درجة حرارة الغبار الكونى فى الفضاء فى وقتنا هذا بثلاث درجات كلفن فقط فوق درجة الصفر المطلق.

ولتحديد عمر الكون من لحظة الانفجار الكبير، نعتبر شظيتين من نواتج الانفجار يكونان جسمين، يتحركان عند بدء الزمن من نفس النقطة ولكن بسرعتين مختلفتين v_1 & v_2 إذا فرضنا حركتهما على نفس الخط نجد أنهما ينفصلان عن بعضهما بسرعة تبلغ $(v_2 - v_1)$ ويصير البعد بينهما بعد زمن t من حدوث الانفجار هو :

$$S = t (v_2 - v_1) \qquad (32 - 7)$$

أى أن السرعة النسبية بينهما تتناسب طردياً مع بعد بعضهما عن بعض S ، وهذا هو نفس قانون هابل الذى استنتجه من قياسات الإزاحة الحمراء لخطوط طيف ضوء النجوم.

$$S = \left(\frac{1}{H_0} \right) v \qquad (32 - 8)$$

وبمقارنة المعادلتين (7- 32) & (8 - 32) نجد أن ثابت هابل ماهو إلا مقلوب الزمن الذى مضى منذ حدوث الانفجار الكبير. أى أن :

$$t = \frac{1}{1.7 \times 10^4} \times (10^6 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 3 \times 10^8)$$

$$= \frac{1}{1.7 \times 10^4} \times 9.5 \times 10^{21} \text{ sec.}$$

$$= 1.8\ \ 10^{10} \text{ Years}$$

ويعطى هذا الرقم القيمة التقريبية لعمر الكون. ويلاحظ أننا قد أهملنا فى هذا الحساب احتمال تناقص سرعة المجرات مع الزمن، نتيجة لقوى التجاذب النيوتونى بينها، وعلى ذلك يكون العمر الحقيقى للكون أقل من 18 بليون سنة.

ولتحديد أبعاد الكون المرئى، تفترض النظرية أن الانفجار الكبير قد حدث منذ زمن محدود، وليس منذ زمن لانهائى، وعلى ذلك فإن الضوء الذى نراه الآن قادماً من النجوم يكون قد صدر من أجزاء قريبة من الكون بالقرب منا. فإذا علم أن سرعة الضوء تساوى 3×10^8 متر/ث، أى أنها تساوى سنة ضوئية ، فى السنة تكون حدود الكون المرئى لنا، هى المسافة التى يكون الضوء قد قطعها خلال الزمن t منذ حدوث الانفجار الكبير. وهذا يساوى 18 بليون سنة ضوئية

$$c.t = 1.8 \times 10^{10} \text{ light years} \qquad (32 - 9)$$

وجميع المجرات والأجسام الكونية داخل حدود هذا الكون المرئى، يمكن رؤيتها إذا كان لدينا الأجهزة الكاشفة المناسبة كالتلسكوبات القوية، أما بالنسبة للمجرات والنجوم خارج هذه الحدود، فلا تزال الأشعة الضوئية المنبعثة منها فى طريقها إلينا، وربما ترى بعد زمن سحيق.

والتحقق العملى من عمر الكون يأتى عن طريق قياس العمر الإشعاعى للذرات المشعة طويلة العمر مثل اليورانيوم والثوريوم. فهذه الذرات تضمحل إشعاعياً مع الزمن. ومن مقدار الاضمحلال يمكن تحديد عمرها الزمنى منذ لحظة تكوينها وقت الانفجار الكبير. وقد وجد فعلاً أن العمر الزمنى لمثل هذه الذرات يتراوح بين 7 & 15 بليون سنة، وتتفق هذه الفترة الزمنية مع عمر الكون فى حدود الخطأ التجريبى.

ومن أهم عوامل الدعم لصحة نظرية الانفجار الكبير، هو وجود طاقة حرارية مشعة تملأ فراغ الكون حتى هذه اللحظة. عند بدء الانفجار كان الإشعاع الحرارى المنبعث منه

على شكل أشعة جاما وأشعة سينية وكهرمغناطيسية ذات نفاذية شديدة، وطول موجى قصير جداً، ولكن نظراً لتمدد الكون تمددت معه هذه الأمواج، وازدادت أطوالها عما كانت عليه من قبل، وتدل الحسابات النظرية أن الطول الموجى لهذه الأشعة يجب أن يصل إلى حوالى 1 مم، بعد مضى زمن يساوى عمر الكون. وهذا الطول الموجى يدخل ضمن الأمواج الميكرونية والراديوية، وقد اكتشف فعلاً العالمان بنزياس وويلسون عام ١٩٦٤ بواسطة أجهزة اتصالات ميكرونية متناهية فى الحساسية وجود ضوضاء كونية تملأ السماء، تأتى إلينا على الأرض من جميع الاتجاهات على شكل أمواج راديوية، أقواها له طول موجى حوالى 2 مم وتقل شدة هذه الضوضاء الكونية كلما بعدنا بالزيادة أو بالنقصان من هذا الطول الموجى.

وقد وجد أن لهذه الضوضاء نفس صفات الإشعاع الحرارى، الذى يصدر من جسم ساخن درجة حرارته 3° درجات فوق درجة الصفر المطلق، وأن هذا الإشعاع الحرارى هو كل ماتبقى عبر الزمن من الإشعاعات القوية التى صاحبت الانفجار الكبير عند بدء تكوين الكون.

وهناك دليل آخر على حدوث الانفجار الكبير، تعطيه حسابات الوفرة فى كمية غاز الهليوم فى الكون. من المعروف أن الكون يتركب أساساً من غازين فقط هما الهيدروجين والهليوم تقدر النسبة المئوية لكتلة الهيدروجين فى الكون 74% والهليوم 24% ولايوجد من جميع أنواع العناصر الأخرى سوى آثار بسيطة لاتتعدى فى مجموعها الواحد بالمائة. وقد تكون كل هذا الكم من الهيدروجين والهليوم منذ البداية، أى عند بدء الانفجار الكبير وتمدد الكون، ويحدث بعض التحول النووى الاندماجى للهيدروجين إلى هليوم فى النجوم الملتهبة، ولكن بكميات صغيرة يمكن إهمالها بالنسبة لما كان قد تكون عند الانفجار الكبير.

فإذا كانت درجة حرارة التفاعل النووى عند الانفجار 10^9 درجة، تحدث سلسلة التفاعلات الاندماجية التالية

$$_1H^1 + {}_1H^1 \longrightarrow {}_1H^2 + {}_{+1}e^0 + \upsilon \qquad (32 - 10)$$

حيث υ نيوترينو، $_{+1}e^0$ بوزيتون. ويتكون فى هذا التفاعل ديوترون $_1H^2$ ثم يتفاعل

مع بروتون ليعطى :

$${}_{1}H^{2} + {}_{1}H^{1} \longrightarrow {}_{2}H^{3} + \gamma \qquad (32 - 11)$$

ثم يتفاعل نظيرين للهليوم ${}_{2}He^{3}$ كما يأتى :

$${}_{2}He^{3} + {}_{2}He^{3} \longrightarrow {}_{2}He^{4} + 2\ {}_{1}H^{1} \qquad (32 - 12)$$

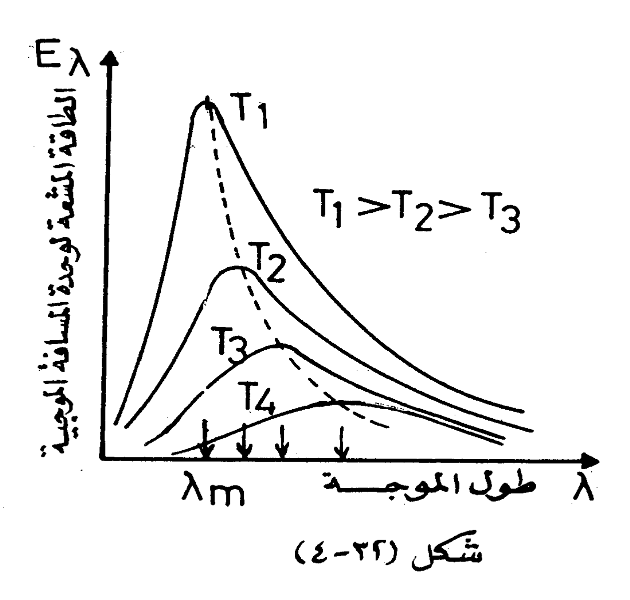
وينتج الهليوم.

وبالحساب يمكن إثبات أن التفاعلات الاندماجية السابقة تؤدى إلى وفرة بنسبة 75% للهيدروجين و25% للهليوم. وتتفق هذه الكميات بدرجة كبيرة مع النسب الموجودة لهما فى الكون، مما يؤيد تكونهما نتيجة انفجار كبير عند بدء تكون الكون.

٣٢/٥-درجة حرارة الكون :

إن كل مايصل إلينا من أى مجرة أو نجم بعيد هو الضوء المنبعث منه. ولذلك أصبح علم التحليل الطيفى للضوء المنظور من أهم وسائل دراسة فيزياء الكون. ولما كانت التركيبات النجمية هى كتل مادية ملتهبة، تشع ضوءاً منظوراً مثل مايحدث عند انبعاث ضوء من الجوامد الساخنة، لذلك أمكن بدراسة إشعاع الجسم الساخن الربط بين درجة الحرارة وطول الموجة المشعة.

أجرى فين هذه الدراسة واكتشف أن لجميع الأجسام الساخنة طيف إشعاع مستمر، له نهاية عظمى عند طول موجى معين، يتوقف على درجة حرارة الجسم المشع، كما مبين بالشكل(٣٢ – ٤). وأن النهاية العظمى للطاقة E_{λ} تزاح ناحية الأطوال الموجية القصيرة كلما ارتفعت درجة الحرارة، فعند درجة الحرارة 1000كلفن تقع قمة منحنى الإشعاع عند الطول الموجى 29000إنجستروم فى منطقة تحت الحمراء البعيدة، ولايوجد سوى قدر ضئيل من الطاقة المرئية ويبدو الجسم أحمر داكناً. أما عند درجة 4000كلفن حيث تقع قمة المنحنى عند الطول الموجى 8000إنجستروم، تنبعث من الجسم كمية من الطاقة فى المنطقة المنظورة من الطيف، ولذلك يرى الجسم متوهجاً لدرجة البياض.



شكل (٣٢-٤)

وقد ثبت من قياسات النهاية العظمى للطاقة أن الطول الموجى عند نقطة النهاية العظمى يتناسب عكسياً مع درجة الحرارة المطلقة للجسم المشع. وتسمى هذه العلاقة بقانون فين Wien's Law والذى يمكن كتابته على الصورة

$$\lambda_m \ T \ = \ \text{constant} \qquad (32 - 13)$$

ويستخدم هذا القانون فى تعيين درجة حرارة الأجسام البعيدة الساخنة كالنجوم والشموس وغيرها، وذلك من دراسة أطيافها المشعة وتعيين طول الموجة λ_m لأكبر شدة مشعة.

وقد استخدمت نفس هذه الطريقة فى تعيين درجة حرارة الكون، بدراسة المنحنى الطيفى للضوضاء الكونية، وهى الإشعاع الحرارى المتبقى فى فضاء الكون بعد الانفجار الكبير، إذ وجد أن لمنحنى هذا الإشعاع قمة عند الطول الموجى 2 مم تقريباً، وهو فى مدى أمواج الرادار الميكرونية الدقيقة، مما يشير إلى أن درجة حرارة الكون تقترب من 3 كلفن.

٦/٣٢- تعيين حجوم الأجرام السماوية :

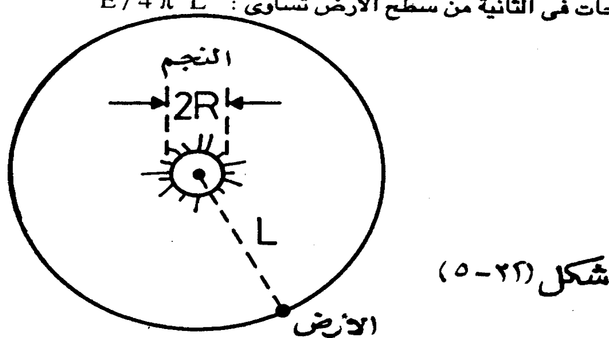
لتعيين حجم نجم بعيد فى السماء نعتبره جسماً ساخناً مشعاً للطاقة، ونطبق عليه قانون ستيفان بولتزمان للإشعاع الحرارى. وينص هذا القانون على أن الطاقة المشعة من وحدة المساحات فى الثانية e ، من سطح جسم ساخن درجة حرارته المطلقة T تتناسب مع الأس الرابع لدرجة الحرارة المطلقة. ويعرف ثابت التناسب σ باسم ثابت ستيفان للإشعاع، أى أن :

$$e = \sigma T^4 \qquad (32 - 14)$$

فإذا فرضنا أن R هو نصف قطر النجم وأنه كروى الشكل، يكون السطح الساخن المشع هو $4 \pi R^2$، وتكون الطاقة الكلية المشعة من النجم هى:

$$E = 4 \pi R^2 \sigma T^4 \qquad (32 - 15)$$

تتوزع هذه الطاقة فى فضاء الكون حول النجم، ويسقط جزء منها على سطح الأرض، كما مبين بالشكل(٣٢ – ٥) فإذا كان بعد النجم عن الأرض L، فإن الطاقة التى تسقط على وحدة المساحات فى الثانية من سطح الأرض تساوى : $E / 4 \pi L^2$



شكل (٣٢-٥)

ومن معرفة فيض الطاقة التى يصل للأرض من النجم، يمكننا تعيين نصف قطر النجم R من المعادلة :

$$\text{Flux} = \frac{4 \pi R^2 \sigma T^4}{4 \pi L^2} \qquad (32 - 16)$$

مثال (٣٢-١) :

أوجد نصف قطر النجم كابيلا capella ، إذا علم أن الفيض الضوئى الذى يصل إلى الأرض منـــه هــو 1.2×10^{-8} واط / متر٢ ، وأن بعـــد النجم عن الأرض 4.3×10^{17} متراً ، وأن درجة حرارة سطحه 5200 درجة . $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$

الحــل :

باعتبار النجم جسماً أسود ساخناً تكون الطاقة المشعة منه هى :

$$E = 4 \pi R^2 \sigma T^4$$

حيث R نصف قطر النجم ، T درجة حرارته ، ويكون الفيض الضوئى عند سطح الأرض هو :

$$1.2 \times 10^{-8} = \frac{4 \pi R^2 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (5200)^4}{4 \; (4.3 \times 10^{17})^2}$$

ومنه نجد نصف قطر النجم

$$R = 7.3 \times 10^9 \text{ m} .$$

وتبلغ هذه القيمة حوالى عشرة أمثال نصف قطر الشمس مما يدل على أن كابيلا نجم عملاق.

٣٢/٧- منشأ الأرض وطبيعتها :

من المعتقد أنه بعد الانفجار الكبير وتمدد الكون، انفصلت أجزاء من السحابة الكونية التى نتجت عن الانفجار، وبدأ كل منها فى التقلص وتكوين المجرات والشموس بداخلها . وقد رأينا أنه لكى يبقى سليماً قانون بقاء كمية الحركة الزاوية، استلزم أن تدور أجزاء السحابة بسرعات أكبر فأكبر خلال عملية التقلص، وقد أمكن إثبات من وجهتى نظر الطاقة والحركة أن الأجزاء من السحابة التى انفصلت أثناء تقلص الجزء المركزى منها مكونة الشمس، قد مرت هى الأخرى بعمليات تكثف لتكون الكواكب، التى مازالت تدور بنفس الطريقة حول

الشمس، حتى تحتفظ بكمية التحرك الأصلية التى كانت للسحابة قبل تكثفها.

يوجد هناك كثير من الأدلة على أن الأرض كانت منصهرة فى إحدى مراحل تطورها، وحتى الآن لايزال جزء كبير من قلب الأرض منصهراً، ويخرج المصهور بين الحين والحين من فوهات البراكين. وعندما أخذت الأرض فى البرودة عن طريق إشعاع حرارتها للفضاء، تماسكت القشرة الخارجية التى تكونت أساساً من السيليكات والمواد الخفيفة بينما هبطت المواد الثقيلة كالحديد نحو المركز. ويبلغ متوسط سمك القشرة الأرضية حوالى 35 كيلو متراً، يليها طبقة مغلفة صلبة mantle يبلغ سمكها حوالى ثلاثة آلاف كيلومتراً، وينشأ عنها حدوث الزلازل عندما تتحرك بداخلها الانخلاعات والأخطاء التركيبية أثناء استرخائها بين الطبقات.

أما القلب المنصهر فمعظمه مكون من الحديد، ويعتقد أن منشأ المغناطيسية الأرضية وجود تيارات كهربية، تسرى فى هذا القلب المعدنى المنصهر.

وقد أمكن تقدير عمر الأرض بحوالى 9.3 بليون سنة بطريقة السلاسل الإشعاعية، وذلك عن طريق قياس نواتج اضمحلال المواد المشعة عليها. فإذا أخذنا بعض صخور من على سطح الأرض بها كمية من اليورانيوم U^{238} ، فلابد أن نجد أيضاً الناتج النهائى لانحلالها وهو الرصاص Pb^{206} . فإذا وجدنا من اليورانيوم نفس القدر مثلاً من الرصاص، فإن ذلك يعنى أن نصف اليورانيوم قد اضمحل خلال الفترة الزمنية التى انقضت من تاريخ تكوين هذه الصخور وحتى يومنا هذا، وعلى ذلك يكون عمر هذه الصخور هو عمر النصف لتلك المادة المشعة.

وهناك طريقة أخرى لتحديد عمر المواد الأصغر سناً على الأرض كالحفريات، التى تكون قد نتجت أصلاً من مصدر الحياة الحيوانية أو النباتية ، وتسمى الطريقة بالتأريخ بالكربون المشع .Dating by Carbon 14

من المعروف أن الأشعة الكونية عندما تتصادم مع نتروجين الغلاف الجوى يتكون نظير الكربون المشع $_6C^{14}$ من خلال التفاعل :

$$ {}_{7}N^{14} + {}_{0}n^{14} \longrightarrow {}_{6}C^{14} + {}_{1}H^{1} \qquad (32 - 17) $$

ويبلغ عمر النصف لهذا النظير غير المستقر ٥٧٣٠ سنة. وبعد تكونه يدخل فى التفاعلات الكربونية مثله مثل الكربون المعتاد ${}_{6}C^{12}$ وتقوم النباتات بامتصاصه ودمجه فى أوراقها وأنسجتها، ومنه تنتقل إلى كافة الأحياء التى تتغذى بالنباتات . أى أن كل حياة على الأرض بها نسبة من الكربون المشع تصل إلى حوالى 1.5×10^{-12} من الكربون المعتاد.

فلو أن لدينا حفرية نباتية أو حيوانية، وأجرينا قياساً دقيقاً لما بها من نشاط إشعاعى نتيجة لوجود الكربون المشع، ووجدنا مثلاً أن النشاط الإشعاعى بها قد أصبح نصف ما هو موجود فى المادة الحية حالياً لاعتبرنا أن عمر هذه الحفرية هو زمن اضمحلال نصف كمية الكربون المشع، أى عمر النصف للنظير ${}_{6}C^{14}$ وهو ٥٧٣٠ سنة.

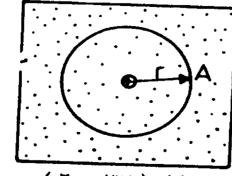
٣٢/٨-وماذا بعد ؟

تناولنا فى هذا الفصل بعض لمحات خاطفة عن المجالات الواسعة لفيزياء الكون، والذى لايزال يلفه ستاراً كثيفاً من الغموض، يحتاج للكثير من البحث والتنقيب للكشف عن حقيقة هذا الكون اللامتناهى الذى نعيش فيه. وقبل أن أنهى الكلام فى هذا المجال لابد أن يكون قد خطر على الذهن هذا التساؤل : وماذا بعد ؟ ماهى توقعاتنا لمستقبل الكون فى ضوء النظريات المعروفة ؟.

إذا استمرت حركة المجرات بسرعة ثابتة مبتعدة عنا، فمع مرور الزمن تزداد رؤيتها خفوتاً كلما بعدت، حتى تختفى تماماً جميع الأجسام السماوية فيما عدا تلك التى تنتمى إلى مجرتنا درب التبانة.

ولكن هناك قوة التجاذب النيوتونى بين المجرات وبعضها، وهذه تعمل على إنقاص سرعة تمدد الكون. وبدهى أنه بالرغم من الصغر المتناهى لهذه القوة بسبب الأبعاد الفلكية بين الأجسام، إلا أنها مع مرور الزمن قد يكون لها التأثير الكافى، لإيقاف حركة المجرات

وإكسابها سرعات فى اتجاه معاكس بمعنى أنها تبدأ فى التقارب من بعضها، أى يتحول تمدد الكون إلى انكماش، وتزداد حينئذ سرعة التقارب كلما ازداد الجذب النيوتونى، وينتهى الكون إلى انهيار كبير.



شكل (٣٢ - ٦)

ولكى نختبر أى الفرضين اكثر احتمالاً : أتمدد دائم أم تمدد يعقبه انكماش ؟ نفرض أن المجرات فى الكون تشبه جزئيات غاز فى حالة تمدد، كما مبين بالشكل(٣٢ - ٦) .

ولإيجاد قانون التمدد لهذا الغاز من المجرات نفرض منطقة كرية نصف قطرها r تحيط بمجرتنا درب التبانة، وأن هذه المنطقة صغيرة بالنسبة لاتساع الكون، ولكنها تحتوى على العديد من المجرات. إذا تخيلنا أن هذه المنطقة أمكن إخلاؤها من جميع المجرات، تكون الجاذبية داخل هذه الفجوة تساوى صفراً (يمكن للطالب إثبات ذلك). وهذا يعنى أن جميع مجرات الكون خارج هذه المنطقة لا تؤثر بقوى جاذبة على المجرات داخلها.

يمكن اعتبار أن كتلة المادة داخل هذه المنطقة الكرية هى M وأنها مركزة فى المركز، وأن هذه الكتلة تؤثر بقوة نيوتونية على مجرة (A) عند حدود المنطقة، فتحدث فيها عجلة تسارع قدرها

$$g = \frac{-GM}{r^2} \qquad (32 - 18)$$

حيث G هو ثابت نيوتن للجاذبية . نلاحظ أن هذه هى نفس معادلة حركة صاروخ أطلق من الأرض. وتتناقص سرعته تدريجياً نتيجة لجذب الأرض له، ولكن هل يرتد ثانية للأرض أم يستمر فى الحركة خارجاً من جاذبيتها ؟ فهذا يحدده فقط سرعة الانطلاق الابتدائية. فإذا كانت أكبر من سرعة الهروب استمر الصاروخ فى الانطلاق بلاعودة، وإذا كانت أقل ارتد ثانية لنقطة البداية.

وبتطبيق ذلك على حالة المجرات فى الكون وبفرض أن سرعة المجرة A حالياً هى v_0، وأن بعدها الحالى عن مركز المنطقة حيث يوجد درب التبانة هو r_0 يكون من قانون هابل :

$$v_0 = H_0 \, r_0 \qquad (32 - 19)$$

وتكون سرعة الهروب هى :

$$v_{escape} = \sqrt{2\,GM/\,r_0} \quad (32 - 20)$$

وإذا كانت ρ_0 هى متوسط كثافة الكون :

$$M = \frac{4}{3}\,\pi\, r_0^3\,\rho_0 \quad (32 - 21)$$

وتكون بذلك سرعة الهروب :

$$v = \sqrt{\frac{8\,\pi}{3}\,G\,r_0^2\,\rho_0} \quad (32 - 22)$$

وعلى ذلك يكون شرط استمرار تمدد الكون هو :

$$v_0 \geq v_{escape} \quad (32 - 23)$$

أى عندما يكون :

$$H_0\,r_0 \geq \sqrt{\frac{8\,\pi}{3}\,G\,r_0^2\,\rho_0} \quad (32 -24)$$

أو أن يكون :

$$\rho_0 \leq \frac{3}{8\,\pi\,G}\,H_0^2 \quad (32 - 25)$$

وبالمثل فإن شرط أن يعود الكون للانكماش هو :

$$\rho_0 > \frac{3}{8\,\pi\,G}\,H_0^2 \quad (32 - 26)$$

وبالتعويض بقيم ثابت هابل H_0 وثابت نيوتن للجاذبية فى المعادلتين السابقتين، نجد أن الكون سيستمر فى التمدد إلى الأبد إذا كان متوسط كثافته الكتلية ρ_0 أقل من أو تساوى 5.7×10^{-27} كجم / م٣ وسينكمش إذا زادت متوسط الكثافة عن هذه القيمة.

وبالرغم من عدم الدقة والأخطاء الكثيرة التى لابد أن نقع فيها، عندما نحاول تعيين متوسط كثافة الكون إلا أن القيمة المعترف بها حالياً هى :

$$\rho_0 = 2 \times 10^{-28}\ Kg/m^3$$

وهذه القيمة تنبىء بأن الكون سيستمر فى التمدد إلى مالا نهاية.

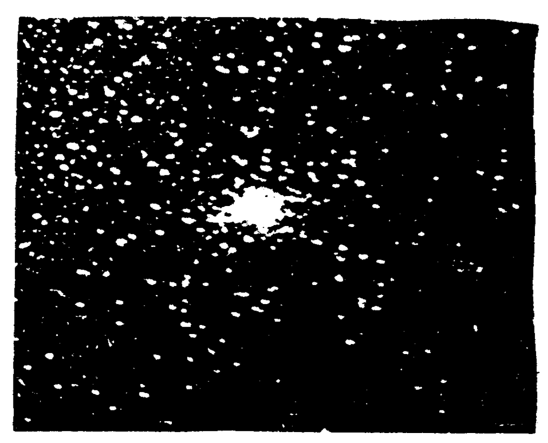
وهنا يجب أن نشير إلى كيفية تقدير قيمة ρ_0 فالمعتاد اعتبار حجم معين من فراغ الكون، نحدد مافيه من أجرام سماوية ومجرات ونجوم مع تقدير كتلها، ومن ثم نوجد الكثافة بالطريق المعتاد. واضح أن لهذه الطريقة أخطاء كثيرة، إذ أن تحديد كتلة النجوم من واقع رؤيتنا لضوئها أمر غير دقيق، فهناك احتمال لوجود نجوم خافتة لانستطيع رؤيتها، والأهم من ذلك هو وجود مايسمى بالثقوب السوداء Black holes ، وهى عبارة عن انهيارات كتلية لنجوم كبيرة، لم يبق منها بعد الانهيار سوى مادة نووية غالباً ماتكون نيوترونات، وتقترب كثافتها من مالانهاية. ويصاحب هذه الثقوب السوداء مجال جاذب رهيب لايسمح لأى شيء بالهروب منه، إذ تكون سرعة الهروب أكبر من سرعة الضوء، ولذلك يرى الثقب مظلماً تماماً أو بتعبير أصح فإنه لايرى بتاتاً. وقد أمكن الكشف عن هذه الثقوب السوداء عن طريق الأشعة السينية القوية ، التى تنبعث من المواد المحيطة بها، عند بدء انجذابها إليها وسقوطها فى مجالها الجاذب، وحينئذ تصل درجة حرارة تلك المواد إلى مئات الملايين من الدرجات بسبب الانضغاط الشديد ولذلك يصدر عنها أشعة سينية . أما بعد أن يبتلعها الثقب المظلم فلايظهر شيء ويبين الشكل (٣٢ – ٧) صورة مسجلة بواسطة تلسكوب الأشعة السينية لثقب أسود معروف باسم سيجنص Cygnus X - 1 والذى يبلغ قطره حوالى 300 كيلو متراً. ولكى نحس بمدى كثافة المادة فى الثقب نتخيل مثلاً أن الشمس قد تحولت إلى ثقب اسود يمكن حساب نصف قطره من معادلة سرعة الهروب.

$$v = \sqrt{2\ GM/R}$$

وعند التعويض عن سرعة الهروب بسرعة الضوء وبقيمة كتلة الشمس 2×10^{30} كيلو جرام، يكون نصف قطر الثقب الأسود الناشئ عن انهيارها هو :

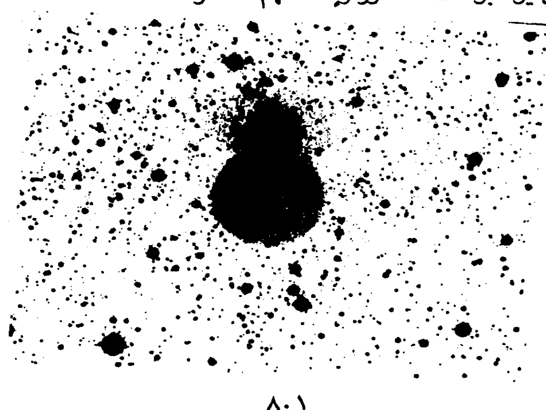
$$R = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30}}{(3 \times 10^{8})^{2}} = 3.0\ \text{Km}$$

ويعتقد بعض العلماء بوجود الكثير من الثقوب السوداء فى المجرات المختلفة وإن كان لايرى منها إلا ماكان قريباً من نجم أو من سحابة كونية، يقوم الثقب بابتلاعها فتظهر الأشعة السينية المصاحبة لعملية الابتلاع.



أما إذا كان الثقب معزولاً عن أى مادة قريبة، فإنه لايرى ولكن يمكن الاحساس بوجوده عن طريق مجاله الجاذب الكبير. ويعتبر العلماء أن الثقوب السوداء هى حدود الفضاء الخارجى للكون, The Boundary of outer space وتسمى أحياناً بأفق الأحداث Horizon of events إذ لايمكن قطعا ولابأى وسيلة كانت رؤية أو التنبؤ بما يمكن أن يحدث خلف أى ثقب أسود . وختاما لهذا القول :

وإذا مانظرنا إلى المستقبل ، نجد أن التطور السريع فى المعرفة من فيزياء اليوم، بداية فقط للفيزياء التى ستعرف بعد قرن من الزمان.فالتطور فى العلوم سريع للغاية، وعلى شباب علمائنا أن يواكبوا هذا التطور وإلا فاتهم القطار.



أسئلة علي الفصل الثاني والثلاثين

١ - اشرح كيف يمكنك تقدير درجة حرارة سطح الشمس، عن طريق قياس العلاقة بين الضوء الصادر منها والطول الموجي ؟

٢ - وضح لماذا لانكون فى مركز الكون بالرغم من رؤيتنا لجميع المجرات مبتعدة عنا ؟

٣ - إذا كانت درجة حرارة الكون 3 كلفن فاشرح لماذا لايتجمد ملاحو الفضاء أثناء رحلاتهم فى الفضاء ؟

٤ - ماهو عمر حفرية نباتية إذا كان ماتحتويه من كربون مشع $_6C^{14}$ يبلغ عشر ماهو موجود فى الأشجار حالياً ؟ ماهى العوامل التى قد تسبب خطأ فى التقدير ؟

٥ - تبلغ قيمة الثابت الشمس 2 سعر/ م٢/ دقيقة عند سطح الأرض. أوجد قدر كمية الهيدروجين التى تتحول يوميا إلى هليوم داخل الشمس ؟

٦ - ماهى العوامل التى يتحدد بموجبها إذا كان الكون سيستمر فى التمدد إلى الأبد أم يعود للانكماش ويكون كونا نابضاً ؟

٧ - يفترض عادة عدم تأثر الاضمحلال الإشعاعى للمادة بدرجة حرارتها . ماهى درجة السخونة في تقديرك التى يكون عندها هذا الفرض خاطئاً ؟

٨ - إذا كان الكون يبطىء من حركته فهل تعتقد أن ثابت هابل H_0 يظل ثابتاً ؟

٩ - إذا فرض أن الكون بدأ فى الانكماش فهل تظل رؤية الإزاحة الحمراء فى الخطوط الطيفية للنجوم ؟

١٠ - اشرح ماذا يكون الفرق بين حالتى الكون النهائيتين عندما تكون :

$$\rho_0 = 3\,H_0^2\ /\ 8\,\pi\,G\ \&\ \rho_0 < 3\,H_0^2/8\,\pi\,G$$

١١ - إذا فرضنا مجرة تتحرك بسرعة الضوء قريبة من حدود الكون المرئى لنا فهل يعنى ذلك أنها ستختفى عن الأبصار بعد فترة لدخولها المنطقة غير المرئية من الكون .

ملحقـات الكتاب

الثوابت الأساسية

$c = 3 \times 10^{8}\ m/s$	سرعة الضوء	Velocity of light
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$	نفاذية الفراغ	Permiability of space
$\approx 1.256 \times 10^{-6}\ Hm^{-1}$		
$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ Fm^{-1}$	سماحية الفراغ	Permittivity of space
$G = 6.67 \times 10^{-11}\ N\ m^2 / kg^2$	ثابت الجاذبية	Gravitational constant
$k = 1.38 \times 10^{-23}\ J/K$	ثابت بولتزمان	Boltzmann constant
$-e = -1.602 \times 10^{-19}\ C$	شحنة الإلكترون	Electron charge
$m_e = 9.11 \times 10^{-31}\ Kg$	كتلة الإلكترون	Electron mass
$m_p = 1.673 \times 10^{-27}\ Kg$	كتلة البروتون	Proton mass
$m_n = 1.675 \times 10^{-27}\ Kg$	كتلة النيوترون	neutron mass
$R_H = 1.1 \times 10^{7}\ /m$	ثابت رايدبرج	Rydberg constant
$h = 6.626 \times 10^{-34}\ J\ s$	ثابت بلانك	Plank constant
$N = 6.02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$	عدد أفوجادرو	Avogadro's Number
$R = 8.314\ JK^{-1}mol^{-1}$	ثابت الغاز للجرام جزيء	Gas constant
$1.4\ KW/m^2$	الثابت الشمسى	Solar constant
$a.m.u. = 1.66 \times 10^{-27}\ kg$	وحدة الكتلة الذرية	Atomic mass unit

الكسور والمضاعفات للوحدات

اسم الكسر أو المضاعف		معامل التضعيف	الرمز
تيرا	tera	10^{12}	T
جيجا	giga	10^{9}	G
ميجا	mega	10^{6}	M
كيلو	Kilo	10^{3}	K
هكتو	hecto	10^{2}	h
ديكا	deka	10	da
ديسى	deci	10^{-1}	d
سنتى	centi	10^{-2}	c
مللى	milli	10^{-3}	m
ميكرو	micro	10^{-6}	μ
نانو	nano	10^{-9}	n
بيكو	pico	10^{-12}	p
أتو	atto	10^{-18}	a

الرموز اليونانية

ألفا	α	A	نيو	υ	N
بيتا	β	B	إكزى	ξ	Ξ
جاما	γ	Γ	باى	π	π
دلتا	δ	Δ	رو	ρ	p
أيبسلون	ε	E	سيجما	σ	Σ
زيتا	ζ	Z	تاو	τ	T
إيتا	η	H	فاى	φ	Φ
ثيتا	θ	Θ	كاى	χ	X
كابا	k	K	بساى	ψ	Ψ
لامبدا	λ	Λ	أوميجا	ω	Ω
ميو	μ	M			

الجدول الدوري للعناصر

Table P.1 THE PERIODIC TABLE OF CHEMICAL ELEMENTS[a]

IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIII	VIII	VIII	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	0
1 H 1.0079																	2 He 4.00260
3 Li 6.941	4 Be 9.01218											5 B 10.81	6 C 12.011	7 N 14.0067	8 O 15.9994	9 F 18.99840	10 Ne 20.179
11 Na 22.98977	12 Mg 24.305											13 Al 26.98154	14 Si 28.0855	15 P 30.97376	16 S 32.06	17 Cl 35.453	18 Ar 39.948
19 K 39.098	20 Ca 40.08	21 Sc 44.9559	22 Ti 47.90	23 V 50.9414	24 Cr 51.996	25 Mn 54.9380	26 Fe 55.847	27 Co 58.9332	28 Ni 58.71	29 Cu 63.546	30 Zn 65.38	31 Ga 69.72	32 Ge 72.59	33 As 74.9216	34 Se 78.96	35 Br 79.904	36 Kr 83.80
37 Rb 85.4678	38 Sr 87.62	39 Y 88.9059	40 Zr 91.22	41 Nb 92.9064	42 Mo 95.94	43 Tc 98.9062	44 Ru 101.07	45 Rh 102.9055	46 Pd 106.4	47 Ag 107.868	48 Cd 112.40	49 In 114.82	50 Sn 118.69	51 Sb 121.75	52 Te 127.60	53 I 126.9045	54 Xe 131.30
55 Cs 132.9054	56 Ba 137.34	57-71 Rare Earths	72 Hf 178.49	73 Ta 180.947	74 W 183.85	75 Re 186.2	76 Os 190.2	77 Ir 192.22	78 Pt 195.09	79 Au 196.9665	80 Hg 200.59	81 Tl 204.37	82 Pb 207.2	83 Bi 208.9804	84 Po (210)	85 At (210)	86 Rn (222)
87 Fr (223)	88 Ra 226.0254	89-103 Acti- nides	104 Rf (257)	105 Ha (260)	106 (263)	107 (262)		109 (266)									

57 La 138.9055	58 Ce 140.12	59 Pr 140.9077	60 Nd 144.24	61 Pm (145)	62 Sm 150.4	63 Eu 151.96	64 Gd 157.25	65 Tb 158.9254	66 Dy 162.50	67 Ho 164.9304	68 Er 167.26	69 Tm 168.9342	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97	Rare Earths (Lanthanides)
89 Ac (227)	90 Th 232.0381	91 Pa 231.0359	92 U 238.029	93 Np 237.0482	94 Pu (244)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (251)	99 Es (254)	100 Fm (257)	101 Md (258)	102 No (259)	103 Lr (256)	Actinides

الرقم العلوى فى كل مربع يعرف العدد الذرى للعنصر ، بينما الرقم السفلى يعرف العدد الكتلى .

تقريب رياضي

١ - عندما تكون الزاوية θ صغيرة ومقاسة بالراديان يكون :

$$\tan\theta \cong \sin\theta \cong \theta$$

٢ - $1 - \cos\theta = \theta^2/2 - \theta^4/24 + \ldots\ldots$

٣ - $e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + \ldots\ldots$

٤ - $\log(1+x) = x - x^2/2 + x^3/3 - \ldots\ldots\ldots$

٥ - $\log_e y = \log_e 10 \ \log_{10} y = 2.303 \log_{10} y$

٦ - $(1+x)^n = 1 + nx + \dfrac{n(n-1)}{2!}x^2 + \dfrac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \ldots$

٧ - إذا كانت x صغيرة

$$(1+x)^2 \cong 1 + 2x$$

$$\sqrt{1+x} \cong 1 + 1/2\,x$$

$$\frac{1}{1+x} \cong 1 - x$$

الوحدات الأساسية في النظام الدولي SI

الوحدة	التعريف
المتر (m)	هو الطول الذى يقطعه الضوء فى الفراغ خلال فترة زمنية (1 / 2997 92458) من الثانية
الكيلوجرام (Kg)	هو كتلة قطعة عيارية من البلاتين محفوظة بمتحف فى باريس.
الثانية (s)	هى زمن (9192631770) شعاع من ذرة السيزيوم 133.
الأمبير (A)	هو التيار الثابت الذى إذا مر خلال سلكين متوازيين لانهائى الطول ، ومساحة مقطعيهما مهملة وموضوعان على بعد متر واحد من بعضهما البعض فى الفراغ يحدثان قوة بينهما قدرها 2×10^{-7} نيوتن لكل متر .
الكلفن (K)	هو الجزء (1/273) من درجة الحرارة المطلقة للنقطة الثلاثية للماء
المول (mole)	هو كمية المادة فى نظام يحتوى على عدد من الوحدات ، تعادل عدد الذرات فى 0.012 كيلوجراما من الكربون 12 .
كانديلا (cd)	هى الشدة الضوئية فى اتجاه معين لمصدر يشع ضوءا أحادى اللون ، تردده 540×10^{12} هرتز وله شدة إشعاع فى هذا الاتجاه تساوى (1 / 683) واط لكل ستريديان

بعض الوحـدات المشتقة

الكميـــة	اسـم الوحـــدة	الوحدة المشتقة	الرمـــز
التــــردد	هـرتز Hertz	$\frac{1}{s}$	Hz
القــــوة	نيوتن Newton	kg / s^2	N
الضغـــط	باسكال Pascal	N / m^2	Pa
الطاقـــة	جـول Joule	N m	J
القـــدرة	واط Watt	J / S	W
الشحنةالكهربية	كولوم Coulomb	A s	C
الجهد الكهربى	فـولط Volt	J / C	V
السعةالكهربية	فاراد Farad	e / V	F
المقاومةالكهربية	أوم Ohm	V / A	Ω
الموصلية	سيمنز Simens	A / V	S
الفيض المغناطيسى	وبر Weber	V s	Wb
المجال المغناطيسى	تسلا Tesla	$V s / M^2$	T
الحـــث	هنرى Henry	V s / A	H
درجة الحـــرارة	درجة مئوية Degree clesius	K	°C
الفيض الضوئى	ليومن Lumen	cd sr	lm
النشاط الاشعاعى	بيكريل Beacurel	1 / s	Bq

تحويل الوحدات

1 radian = 57.30°	الزاوية
1 degree = 1.745×10^{-2} radian = 60' = 3600" $= \frac{1}{360}$ rev.	
1 revolution = 2π radian = 360° .	
1meter = 10^{10} A° = 100 cm = 3.281 ft = 39.37in	الطول
1 AU (astronomical unit) = 1.496×10^{8} Km	
1 fermi (F) = 10^{-15} m = 10^{-13} cm = 10^{5} A°	
1 inch = 2.54 cm	
1 light year = 9.461×10^{12} Km = 0.3066 pc	
1 parsec (pc) = 3.086×10^{16} m = 3.262 light year	
1 mile = 1760 yard .	
1 yard = 3 ft = 91.44 cm = 36 in	
1 second $= \frac{1}{60}$ min $= \frac{1}{3600}$ h = 1.157×10^{-5} day	الزمن
1 year (yr) = 3.156×10^{7}S = 365.24 days = 8.766×10^{3}h	
1 siderial day = 0.9973 day .	
1 kilogram = 1000 g = 10^{-3} ton = 2.205 Ib-mass	الكتلة
1 a omic mass unit (u) = 1.6605×10^{-27} Kg	
1 carat = 0.2 g = 2×10^{-4} kg.	
1 grain = 6.48×10^{-5} kg	
1 gram (g = 5 carat = 15.43 grains	
1 ton = 10^{3} kg.	
1 ounce - mass (0z - mass) = 28.35 g $= \frac{1}{16}$ Ib-mass	
1 pound - mass = 0.4536 kg = 16 0z - mass .	
1 square meter = 10^{4} cm^{2} = 1.55×10^{3} in^{2}	المساحة
1 barn = 10^{-24} cm^{2} = 10^{-28} m^{2}	

1 square inch $= 6.452\ cm^2 = \frac{1}{144}\ ft^2$	
1 cubic meter $= 10^6\ cm^3 = 35.31\ ft^3 = 264.2$ gal.	الحجم
1 gallon (gal) $= 3.785 \times 10^{-3}\ m^3$.	
1 liter $= 10^{-3}\ m^3 = 1000\ cm^3$.	
1 $kg / m^3 = 10^{-1}\ g / cm^3 = 3.613 \times 10^{-5}$ IB - mass / in^3	الكثافة
1 lb mass / $ft^3 = 16.02\ kg / m^3$	
1 slug / $ft^3 = 515.4\ Kg / m^3 = 32.17$ Ib-mass / ft^3	
1 m / s = 100 cm / s = 3.281 ft / s = 1.944 knot	السرعة
1 ft / s = 0.3048 m / s = 0.5925 knot .	
1 Km / h = 0.2778 m / s = 0.54 knot = 0.6214 mi / h.	
1 knot , or nautical mile / h = 0.5144 m / s = 1.852 km / h	
1 $m / s^2 = 3.281\ ft / s^2 = 0.102$ gee	العجلة
1 $cm / s^2 = 0.01\ m / s^2 = 1.02 \times 10^{-3}$ gee	
1 $ft / s^2 = 30.48\ cm / s^2 = 3.108$ gee	
1 gee $= 9.807\ m / s^2 = 980.7\ cm / s^2 = 32.17\ ft / s^2$	
1 nt $= 10^5$ dynes = 0.102 kp = 0.2248 Ib	القوة
1 dyne $= 1.02 \times 10^{-6}$ Kp $= 2.248 \times 10^{-6}$ Ib	
1 kilopond or kilogram force = 9.807 N = 2.205 Ib	
1 joule $= 9.478 \times 10^{-4}$ Btu $= 10^7$ erg = 0.2388 cal	الطاقة
$= 6.242 \times 10^{18}$ eV $= 2.778 \times 10^{-7}$ KW h	
1 British thermal unit (Btu) $= 1.055 \times 10^3$ J = 252 Cal	
$= 2.931 \times 10^{-4}$ KW h	
1 cal = 4.187 J = 3.968 Btu $= 1.163 \times 10^{-6}$ KW h	
1 eV $= 1.602 \times 10^{-19}$ J $= 1.602 \times 10^{-12}$ erg .	
1 Kilowatt - hour (KWh) $= 3.6 \times 10^6$ J $= 8.598 \times 10^5$ cal	
1 watt = 3.412 Btu / h $= 10^7$ ergs / s = 0.2388 cal / s	القدرة
1 cal / s = 4.187 W = 3.088 ft / Lb / s	
1 horse power (hp) = 745.7 W $= 2.544 \times 10^3$ Btu / h = 178.1 cal / s.	

	1 kilowatt (KW) = 1000 W = 238.8 cal = 1.341 hp
الضغط	1 N/m^2 or pascal Pa = 9.869×10^{-6} atm = 10^{-5} bar
	= 7.501×10^{-4} cm Hg = 10 dynes / cm^2.
	= 7.501×10^{-3} torr .
	1 atmosphere = 1.013×10^5 N/m^2 = 76 cm Hg = 14.7 Ib / in^2
	1 = bar = 10^5 N/m^2 = 0.9869 atm = 75.01 cm Hg
	1 cm Hg = $1.333 \times 10^3 N/m^2$ = 10 torr = 27.85 Ib / ft^2
	1 pound per square inch (psi) = $6.895 \times 10^3 N/m^2$ = 6.805×10^{-2} atm
الشحنة الكهربية	1 colomb (C) = 2.998×10^9 stat coulomb or e.s.u.of charge
الجهد الكهربى	1 Volt (V) = 3.336×10^{-3} stat volt or e.s.u. potential
المجال المغناطيسي	1 tes la (T) = Wb/m^2 $\equiv 10^4$ gauss .
السعة	1 farad (F) $\equiv$ 8.988×10^{11} stat farad or esu of capacitance
الحث	1 henry (H) $\equiv$ 1.113×10^{-12} stat henry or e.s.u. of inductance .

أجوبة بعض المسائل

الفصل الأول :

١ - $p = 4T/r$ ٢ - $t = K(R^3/GM)^{\frac{1}{2}}$ ٣ - $f = \frac{k}{l}\sqrt{\frac{F}{m}}$

٧ - $d = kgt^2$ ٨ - $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$ ٩ - $F = K\eta v R$

١٠- $M^{-1} L^3 T^{-2}$ ١١ - $v = m\lambda$ ١٢ - 2.15×10^4 باوندال / قدم٢

الفصل الثاني :

١ - 81035 جول / ث   ٢ - 885 سم / ث ، 1.81 ث   ٣ - 2.8 م / ث ، 1.96 م/ث٢

٤ - 3 : 2   ٥ - 0.015 جول   ٧ - 64.4 دورة فى الدقيقة.

الفصل الثالث :

٢ - 5400 نيوتن   ٣ - 1.04 ساعة   ٤ - 1.36×10^{30} كجم ،
950 كجم / م٣

٦ - 0.45 ث   ٧ - 3180 كم   ١١ - $4.5\pi^2$ nt - 11 ، $1.8\pi^2$

١٢ - $\frac{1}{3}$ ، 1.17 ، 1.31 ، 0.52   ١٣- 4.17 م ، 9.8 نيوتن / ث٢

١٤ - 3.43 ث   ١٥ - 63 ذبذبة / ث

الفصل الرابع :

١ - 2 : 3   ٢ - 2.7 سم   ٥ - 5.1 سم   ٦ - 3.45 سم

٧ - 1582.6 إرج ، 4751 إرج   ٨ - 12 داين / سم٢ ، 75360 إرج

٩ - 2.161 سم زئبق   ١٠ - 2.38 سم ، 1.012 سم

١١ - 1099 إرج　　　١٢ - 8.117 جم

١٤ - 442 سم/ث ، 0.797 م٣ / ساعه　　١٥ - 7.14 سم / ث

١٦ - 1.6 جول　　١٧ - 1.56 سم٢　　١٩ - 0.01 بواز

الفصل الخامس :

١ - 0.00327 متر　　٢ - $\gamma = \frac{1}{3}$　　٣ - 1.025 جم/ سم٣

٤ - 0.484 جول　　٦ - 1.013×10^{6} داين / سم٢

٧ - 0.00022 سم ، 546 ارج　　٨ - 0.04

٩ - 1.41×10^{-5} ، 40 ميكرومتر　　١١ - 1.01167 جم / سم٢

١٣ - 0.65 جول ، 6.5 نيوتن

الفصل السادس :

١ - 38.5°م　　٣ - 271 كلفن　　٥ - 459.4 فهرنهيت

٦ - 288 سعر　　٧ - 0.277 سعر / جم / °م　　٩ - 37.5°م

١١ - 0.8 سعر / جم / °م　　١٣ - $H = mat + \frac{1}{2} mbt^{3}$

١٥ - 19.3°م　　١٧ - 10.8 دقيقة

الفصل السابع :

١ - 4.286×10^{6} جم　　٣ - 6 : 100 تقريبا　　٤ - 81.8°م ، 3.276 سعر / ث

٥ - 192 ث　　٧ - 22.27 ث　　٩ - 5766 كلفن

١٠ - 5.67×10^{-5} ارج / سم٢ درجة٤ ث　　١٣ - 24.2 ث

١٥ - 8.76 جول / م٢ دقيقة .

الفصل الثامن :

١ - 3.5×10^{2} م/ث　١ - 3.6×10^{6}　٣ - 1.45×10^{-5} سم ،

1.25×10^{10} ، 2.3×10^{-8} سم　٥ - 5.5×10^{5} سم/ث

٧ - 0.076 سم زئبق　٩ - 4.69×10^{4} سم / ث　١٢ - 0.0962جم

١٣ - 1.1803جم　١٥ - 757.5 جم　١٧ - 74.75سم زئبق

الفصل التاسع :

١ - 40.28 سعر　٢ - 17.8%　٣ - 187 جم

٤ - 0.12° م　٥ - 897.4 سم٣　٧ - 49.4 جول

٨ - $$RT\ln\left(\frac{V_2 - b}{V_1 - b}\right) + \frac{a}{V_2} - \frac{a}{V_1}$$

١٠ - $$C_V = A - \frac{BP}{T}$$

١١ - $$V = -aP + 3bT^3 + C$$

١٢ - $$PV = -\frac{1}{2}aP^2 + nRT + C$$

١٥ - $$\gamma = a / T$$

الفصل الحادي عشر :

١ - 3×10^{8} م / ث　٢ - 12.6 دورة فى الثانية　٣ - 3.06×10^{8} متر/ث

٨ - 2.1 سم　٩ - $33\frac{1}{3}$سم　١٠ - 83.3 سم

١١ - 14.3سم والتكبير $\frac{4}{7}$　١٢ - 133.3 سم (سالبة)

١٣ - $3\frac{3}{4}$ سم من الجهة القريبة & $37\frac{1}{2}$ سم من الجهة الأخرى

١٤ - 300سم ١٥ - 20 سم & 2.5 سم ١٦ - 8.8 سم ، التكبير $-\frac{1}{25}$

١٧ - 92.2 سم ، التكبير 2.2 ١٨ - 9.9 سم ، 24.8 سم

ومثال الانكسار 1.51 ١٩ - 1.4 ٢٠ - 2.5 Δ & 0.625Δ

٢٢ - 64.9 سم ٢٣ - $\frac{2(\mu - 1)}{\mu r}$ فى المركز

الفصل الثاني عشر:

٥ - -3 Δ ، $1\frac{1}{3}$Δ ٦ - 0.43 سم ٧ - 0.8 Δ ، 83.3 سم

٨ - 2.18 Δ ، -1.18 Δ ٩ - 40 سم

١٠ - $\frac{80}{3}$ سم ١١ - 220 سم ١٢ - مفرقة 200سم ، $22\frac{2}{9}$سم

١٣ - $1\frac{2}{9}$Δ اسطوانية محورها رأسى 14- + $1\frac{1}{4}$Δ اسطوانية & + $1\frac{1}{2}$Δ كرية.

الفصل الثالث عشر:

٣ - 24 سم ،27 سم ٤ - التكبير 4 ٥ - 6 سم والتكبير 26

٦ - $10\frac{1}{6}$ ٧ - التكبير 2 ٨ - 625×10^{-5}

الفصل الخامس عشر:

١ - 2.6 مم ٢ - 31.45 سم ٣ - 2 انجستروم ،3.75 انجستروم

٤ – 84.84 سم　　٩ – 38.36°　　١١ – 67.5°

١٢ – 49°

الفصل السادس عشر:

١ – 9.18×10^{-2} نيوتن ، 2.97×10^{-37} نيوتن

٢ – 8.2×10^{-8} نيوتن ، 3.6×10^{-47} نيوتن ، 9×10^{22} م / ث٢

٣ – 2.89×10^{-9} نيوتن

٤ – 17 نيوتن ، 2.6×10^{27} م / ث٢

٥ – 9.4×10^{18} إلكترون / ث

٦ – 4 إلكترونات

٧ – 5.3×10^{15} م/ث٢ ، 10^{7} م / ث

٨ – 1.92×10^{-14} نيوتن ، 2.12×10^{16} م / ث٢ ، 1.37×10^{-9} ث

٩ – 1.59×10^{-19} كولوم

١٠ – 3 إلكترونات ، 19.6 م / ث٢

١١ – 1600 فولط

١٤ – 8.8×10^{-10} كولوم / م٢

الفصل السابع عشر:

١ – 3.1×10^{6} م / ث

٢ – نقطة داخل الخط تبعد 2 سم من ب ، وأخرى على امتداد الخط تبعد 6 سم من ب

٤ – $$E_Z = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{q \cdot Z}{(Z^2 + R^2)^{3/2}}$$

٥ – 1.6×10^{-10} جول =

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{R}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{5R}\right]$$

وتساوى مجموع الطاقتين خارج وداخل النواة .

٦ - 5.8×10^{6} إلكترون فولط

٧ - 5.1×10^{31} جول / م٣

١٠ - 22 بيكوفاراد

١٧ - 5×10^{-2} نيوتن

الفصل الثامن عشر:

١ - 2.8×10^{-2} م / ث

٤ - 10^{-7} فولط

٦ - 33°م

٧ - 4 ، 2.4 ، 1.5 ، 7.9 أمبير

٨ - 2 ، 8 أوم

٩ - 1 أوم ، 14 دقيقة

الفصل التاسع عشر:

٢ - 2 أوم

٣ - 2.24×10^{-9} أمبير

٤ - 5 أوم

٥ - 95 أوم ، 0.0505 أوم

٦ - 28.7 سم

٧ - 3 كيلو واط ، 12 أمبير

٨ - 5.4 أوم

١٠ - 0.149 أمبير من A إلى B

١١ - 1.56 ، 1.04 ، 0.78 أمبير

١٢ - 0.282 أمبير من a إلى b ، 1.13 فولط

١٣ - $\frac{31}{15}$ أوم

١٤ - 1.62 أمبير ، 0.231 أمبير

الفصل العشرون :

٥ - $10^{-16} \times 8$ نيوتن

٨ - $10^{13} \times 1.5$ متر / ث٢

٩ - $\frac{\sqrt{5}\,\mu_0 I}{2\pi L}$ متجها لداخل المستوى

١٠ - $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{L}\left(\sqrt{5} + \frac{\sqrt{13}}{3}\right)$ متجها إلى خارج المستوى

١١ - $10^{9} \times 2.1$ أمبير متجها للغرب

١٣ - $\frac{1}{4} Q \omega R^2$

الفصل الحادي والعشرون :

٢ - 1250 أمبير

٤ - $10^{-4} \times 2$ نيوتن تنافر ، $10^{-4} \times 2$

٥ - $10^{-4} \times 11.2$ تسلا

٦ - 16.7 سم

٨ - $10^{6} \times 2$ متر / ث في اتجاه الشرق

١٢ - 6.9 ، 2.3 تسلا

الفصل الثاني والعشرون :

٢ - 0.01 فولط

٤ - 1.005×10^{-2} هنرى

٥ - 9.36×10^{-4} ، 4.97×10^{-4} تسلا

٦ - 8 فولط

٧ - لاتتغير ، وقيمة الحث المتبادل $200\, \mu_0\, n\, \pi\, R^2$

٨ - 6.3×10^{-3} هنرى ، 1.9 فولط

٩ - 4×10^{11} جول / م٣

١١ - 3.6×10^{7} جول

١٣ -

$$L = \frac{\mu_0 N^2}{2\pi}(R_2 - R_1)\ln\frac{R_2}{R_1}, \quad B = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{NI}{r}$$

$$u = \frac{\mu_0}{8\pi^2}\left(\frac{NI}{r}\right)^2$$

الفصل الثالث والعشرون :

١ - 1.9 تسلا

٤ - 3.6×10^{3} أمبير

٥ - 4.4×10^{10} راديان / ث ، 4.7×10^{-24} جول

٧ - 2×10^{5} وبر / متر٢

٨ - 0.22 أمبير

٩ - أ - 2.38×10^{5} أمبير / متر ب - 238 جـ - 237

١٠ - 2000

الفصل الرابع والعشرون :

٢ - 0.01 أمبير

٥ - 1.57×10^{-4} فولط

٦ - أ - $Q = 6.5 \times 10^{-8} \sin 120 \pi t$

ب - 1 / 240 S ، صفر

جـ - 5.8×10^{-8} جول ، 2.9×10^{-8} جول

٧ - 0.45 أمبير

٨ - 2.36 أمبير

١١ - أ - 0.1 أمبير

ب - 0.1 واط

جـ - 0.1

١٤ - 180 واط ، 0.092 هنرى

١٦ - من 6×10^{-9} فاراد إلى 6.6×10^{-10} فاراد

١٨ - أ - 5.8×10^{-3} جول

ب - 40%

جـ - 0.035 ثانية

الفصل الخامس والعشرون :

٤ - $m = 2.95\, m_0$ ، 2.83×10^{8} م / ث

٦ - 0.51 مليون إلكترون فولط

٧ - 4×10^{-13}%

١٠ - 1.89 ميكروثانية

١١ - 11.5×10^{-14} جول ، 2.1×10^{8} متر / ث ، $m = 1.4\ m_0$

١٢ - 1.06　　١٣ - 9 سنين على الأرض ، 5 أشهر على السفينة

١٤ - 10^{-13}　　١٥ - 9.6×10^{-31} كجم

١٧ - 130م / ث ، 5.3×10^{-16} كجم م / ث

١٩ - 2.1×10^{8} م / ث ، 2.055 م / ث .

الفصل السادس والعشرون :

١ - 2.5×10^{21} فوتون

٢ - 3.98×10^{-19} جول

٥ - 2.67×10^{-23} كجم متر / ث

٦ - 0.124 أنجستروم

٨ - 1.4×10^{-10} متر ، 1.9×10^{-10} متر

٩ - 1.2×10^{6} / ث

١٠ - 1.5×10^{8} إلكترون فولط

١١ - 3×10^{5} متر ، 2×10^{-39} كجم متر / ث ، 10^{3} هيرتز

الفصل السابع والعشرون :

١ - 2.2×10^{6} متر / ث

٢ - 13.6- إلكترون فولط

٤ - 0.062 أنجستروم

٥ - 0.286 أنجستروم

٧ - 1.53 أنجستروم ، $30'$ 30° ، $36'$ 49°

٩ - 0.265 أنجستروم

١٠ - 1.94 ، 12.1 إلكترون فولط

الفصل الثامن والعشرون :

١ - 770 بليون درجة مطلقة

٢ - 12.1 أنجستروم ، 4.3 كلفن

٣ - 2.15×10^{-3} وحدة كتلة ذرية

٤ - d) $2\,({}_0n^1)$ c) ${}_0n^1$ b) ${}_1H^1$ a) ${}_{-1}e^0$

٥ - b) 17.6 MeV a) 17.3 Mev

٦ - d) ${}_1H^1$ c) ${}_{47}Ag^{105}$ b) ${}_0n^1$ a) ${}_{28}Ni^{64}$

٧ - 2.7×10^{5} ذرة

٨ - 3.12×10^{3} كيلو واط

١٠ - 8 جسيمات ألفا ، 10^{-11} كيلو جرام كل سنة

١١ - 7.84×10^{5} إلكترون فولط .

١٢ - 0.95 مليون واط

قائمة المصطلحات

- A -

aberation	زيـــــغ
absorb	يمتص
abundance	وفرة
absolute	مطلق
absolute temperature	درجة الحرارة المطلقة
absorption	امتصاص
acceleration	عجلة
accomedation	تكيف
absorptive power	قدرة الامتصاص
achromatic lens	عدسة لالونية
adiabatic change	تغير أديباتى
acceptor	يستقبل
alternating current	تيار متردد
apparent	ظاهرى
amorphous	لابلورى
amplitude	سعة الحركة
angle of contact	زاوية تلامس
apparent weight	وزن ظاهرى
atomic structure	تركيب ذرى
atomizer	مذرة
atomic heat	حرارة ذرية
atomic number	العدد الذرى

amplifier	مضخم مكبر
anti matter	ضديد المادة
astigmatism	استجمية
Avogadro's number	عدد أفوجادرو
axial rays	أشعة محورية
aurora	شفق قطبى

- B -

band	منطقة
baryon	باريون
band spectrum	طيف شريطى
base	قاعدة
B - decay	انحلال بائى
belt	حزام
bending	انحناء
bending moment	عزم الانحناء
binding forces	قوى الترابط
body centred cubic	تكعيبى متمركز الجسم
black holes	ثقوب سوداء
black body	جسم أسود
biasing potential	جهد الانحياز
bi prism	منشور مزدوج
biconcave lens	عدسة هلالية
bunzen's ice calorimeter	مسعر بنزن الجليدى
big bang theory	نظرية الانفجار الكبير
brownian motion	الحركة البروانية

brush	فرشـــة
bright	زاهـــى
Biot-Savart law	قانون بيوسافار
Bitter patterns	أشكل بيتر
binding energy	طاقة الترابط
bound electron	إلكترون مقيد
bound energy	طاقة مقيدة

- C -

capacitative reactance	ممانعة سعرية
capillary tube	أنبوبة شعرية
capacity	سعة
carot cycle	دورة كارنو
central force	قوة مركزية
chain reaction	تفاعل مسلسل
centrifugal force	قوة طاردة مركزية
charge carriers	حاملات الشحنة
circular motion	حركة دائرية
characteristic lines	خطوط مميزة
calorimeter	مسعر
change of state	تغير الحالة
colloidal solution	محلول غرواني
characteristic curve	منحنى مميز
coefficient of restitution	معامل الارتداد
constructive interference	تداخل تقوية
conical pendulum	بندول مخروطي

conjugate points	نقطتان مترافقتان
conservation of energy	بقاء الطاقة
Compoton effect	ظاهرة كومتون
centre of floatation	مركز الطفو
cell	خلية
covalent crystal	بلورة تساهمية
cornia	القرنيـــة
compressibility	انضغاط
coordinate system	نظام إحداثيات
cooling curve	منحنى التبريد
cooling mixure	مخلوط مبرد
convection current	تيار الحمل
covalent bond	رابطة تساهمية
conduction	توصيل
condensation	تكثيف
crystalline material	مادة بلورية
cosmological principle	مبدأ كوزمولوجى
crystal lattice	شبيكة بلورية
crystal structure	تر كيب بلورى
collector	مجمع
critical point	نقطة حرجة
cross - product	ضرب تصالبى
chromatic aberration	زيغ لونى
charm	تشارم
collimator	مجمع الأشعة

condenser	مكثف
complementary colours	ألوان متتامة
cosmic radiations	أشعة كونية
constructive	بناء
concentric	متحد المركز
coherent	مترابط
compass	بوصلة
conservation law	قانون بقاء
classification	تصنيف
closed surface	سطح مقفل
common	مشترك
collision	تصادم
coersive field	مجال قهرى
coil	ملف
colloidal	غروى
contour integral	تكامل على الدائرة
colour forces	قوى اللون
cyclotron	سيكلوترون
cynchrotron	سنكروترون
critical mass	كتلة حرجة
current	تيار
curvature	انحناء

- D -

damping	تخميد
damped motion	حركة مخمدة

English	العربية
dating	تأريخ
derived units	الوحدات المشتقة
Daniell hygrometer	هيجرومتر دانيال
device	نبيطة
degree of disorder	درجة الفوضى
destruction	هدام
dislocation	انخلاع
dees	دالين
displaced liquid	سائل مزاح
declination	زاوية انحراف
diffusion	انتشار
dip angle	زاوية الميل
dimensions	وحدات
detector plate	لوح كاشف
dimensional analysis	التحليل بالأبعاد
depleted zone	منطقة خالية
distortion	تشويه
diffraction	حيود
dielectric constant	ثابت العزل
dipole	ثنائي القطب
dielectric	عازل
diamagnetic	ديامغناطيسي
displacement current	تيار الإزاحة
discharge tubes	أنابيب تفريغ
diamond structure	تركيب الماس

donor	معطاء
double refraction	انكسار مزدوج
dual nature	طبيعة مزدوجة

- E -

electric pulse	نبضة كهربائية
electron spin	لف الإلكترون
eddy currents	تيارات دوامية
electric network	شبكة كهربائية
electric spark	شرارة كهربائية
electro motive force	قوة دافعة كهربائية
electrostatic	كهروستاتيكى
elliptic polarization	استقطاب إهليلجى
elongation	استطالة
electro magnetic spectrum	طيف كهرمغناطيسي
electron shell	قشرة إلكترونية
electron cloud	سحابة إلكترونية
elastic collision	تصادم مرن
ellipse	قطع ناقص
elliptic polarization	استقطاب إهليلجى
efficiency	كفاءة
effective potential	جهد فعال
emitter	باعث
emulsion	مستحلب
emission	انبعاث
emissive power	قوة الانبعاث

energy density	كثافة الطاقة
enthalpy	محتوى حرارى – انثالبى
energy dissipation	فقد الطاقة
esacpe velocity	سرعة الهروب
energy levels	مستويات الطاقة
equivalent power	قوة مكافئة
equation of state	معادلة الحالة
excited	مستثار
exchange forces	قوى التبادل
extra ordinary	غير معتاد
eye - piece	عينية
explore	يستكشف
extrinsic semi conductor	شبه موصل عارض

- F -

Farad	فاراد
field vector	متجه المجال
Fraunhover lines	خطوط فرنهو فر
foils	رقائق
free energy	طاقة حرة
frequency	التردد
force	قوة
force constant	ثابت القوة
focal plane	المستوى البؤرى
flux	فيض
fly wheel	الحدافة

floatation	طفو
fluoerscence	فلورية
forbidden band	منطقة محرمة
forward	أمامى
fossile	حفرية
fullwave rectification	تقويم موجى كامل
fundamental units	وحدات أساسية
fusion	انصهار
fusion (nuclear)	اندماج نووى
geometric moment of inertia	القصور الذاتى الهندسى
Gibb's function	دالة جب

- G -

gravity	جاذبية
gravitational constant	ثابتة الجاذبية
grating	محزوز

- H -

half life	عمر النصف
Hall effect	أثر هول
Hall voltage	فلطية هول
Hall mobility	حركية هول
heat energy	طاقة حرارية
heat capacity	سعة حرارية
heat exchange	تبادل حرارى
heat transfer	انتقال الحرارة
heat engine	آلة حرارية

heat sink	مستقبل حرارى
heat source	مستودع حرارى
hole	ثقب
hysteresis curve	منحنى التخلف
hyperfine structure	تركيب دقيق
hyper metropia	طول النظر
hydrostatic pressure	ضغط هيدروستاتيكى
Huble constant	ثابت هابل

- I & J -

junction diode	دايود الوصلة
infra - red	تحت الحمراء
interference	تداخل
interference fringes	أهداب تداخل
intensity	شدة
initial position	موضع ابتدائى
inlet	مدخل
induction	حث
induction machine	آلة تأثيرية
inertia	قصور ذاتى
initial phase	طور ابتدائى
incompressible	غير قابل للانضغاط
impurities	شوائب
isolated system	نظام معزول
internal resistance	مقاومة داخلة
inverse square	تربيع عكسى

ionic cyrstal	بلورة أيونية
immersed	مغمور
insulator	عازل
impurity atom	ذرة شائبة
interstitial	بينى
interstitial atom	ذرة بينية
interinsic energy	طاقة ذاتية
inversion temperature	درجة الانقلاب
internal energy	طاقة داخلية
irreversibility	لا انعكاسية
iron core	قلب حديدى
induction current	تيار تأثيرى
intensity of magnetization	شدة المغنطة
joly steam calorimeter	مسعر جولى البخارى
junction	وصلة
interaction	فعل بينى
instantaneous potential	جهد لحظى
in phase	فى نفس الطور
inductive reactance	ممانعة حثية
impedence	معاوقة
inertial system	نظام قصورى
inertial current	تيار التآين
ionization chamber	غرفة تآين
intrinsic	ذاتية
ionization radiations	آشعة مؤينة

Kirchoff's law	قانون كيرشوف
luminous intensity	الشدة الضوئية
line spectrum	طيف خطى
light vector	متجه الضوء
lines of force	خطوط قوى
lattice	شبيكة
lead battery	بطارية رصاص
loop rule	قاعدة العروة
linear density	كثافة طولية
line integral	تكامل خطى
Lorentz force	قوة لورنتز
Lenz's law	قانون لنز
lag	يتخلف
Lorentz transformations	تحويلات لورنتز
length contraction	انكماش الطول
latent heat	حرارة كامنة
lattice	شبيكة
level	مستوى
life time	عمر زمنى
leptons	ليبتونات
Laue patterns	نماذج لاو
laser beam	شعاع ليزر
longitudinal waves	أمواج طولية
locus	المحل الهندسى

line of contact	خط التلامس
liquifaction	إسالة
luminescence	استضواء

- M -

magnetic flux	الفيض المغناطيسي
maximum	نهاية عظمى
mean free path	متوسط طول المسار الحر
mercuric thermometer	ترمومتر زئبقى
mechanical quivalent	مكافئ ميكانيكى
metallic bond	رابطة فلزية
magnification	تكبير
muscles	عضلات
myopia	قصر النظر
micro crack	شق ميكرونى
monochromatic light	ضوء أحادى اللون
molecular rays	آشعة جزيئية
modulus of elasticity	معامل مرونة
modulus of rigidity	معامل صلابة
momentum	كمية حركة
moment of inertia	عزم القصر الذاتى
molecular cyrsal	بلورة جزيئية
mobility	حركية
muon	ميون
multiple	مضاعف
molecular motion	حركة جزيئية

meter bridge	قنطرة مترية
magnetic force	قوة مغناطيسية
magnetic dipole	ثنائى قطب مغناطيسى
magnetic meridian	الزوال المغناطيسى
mass spectrometer	مطياف الكتلة
mutual induction	حث متبادل
magnetic energy	طاقة مغناطيسية
magnetic material	مواد مغناطيسية
magneton	ماجنيتون

- N -

Newton's law	قانون نيوتن
nicol prism	منشور نيكول
neutrino	نيوترينو
newtonian attraction	تجاذب نيوتونى
newtonian mechanics	الميكانيكا النيوتونية
nuclear energy	طاقة نووية
nuclear atom	الذرة النووية
nucleons	نكلونات
nuclear reaction	تفاعل نووى
nuclear fission	انشطار نووى
nuclides	نوكليدات
n - type	سالب النوع

- O & P -

observer	راصد
optical path	مسار الضوء

oscillator	متذبذب
orbital magnetic field	مجال مغناطيسي مداري
optical pyrometer	بيرومتر ضوئى
optical flux	فيض ضوئى
osomsis	انتشار أسموزى
osmotic pressure	ضغط أسموزى
order	ترتيب
outlet	مخرج
phase	طور
pack	رصة
phase change	تحول طورى
paramagnetic	بارامغناطيسي
paddle wheel	بدالات
pair production	إنتاج زوجى
partial	جزئى
partial slip	انزلاق جزئى
pendulum	بندول
permiability	نفاذية
plastic flow	تدفق مرن
phosphorescence	تفسفر
piezo electric	كهرضغطية
piston	مكبس
pion	بيون
photometry	فوتومترية
photo multiplier	مضاعف فوتونى

poisson's ratio	نسبة بواسون
pole	قطب
potential	جهد
potentiometer	مقباس الجهد
power	القدرة
plane polarized	مستقطب استوائيا
Poiseuille's equation	معادلة بواسيى
pollen grains	حبوب اللقاح
potential well	بئر جهد
power factor	عامل القدرة
phonons	فونونات
positron	بوزيترون
polarization	استقطاب
polarimeter	مقياس الاستقطاب
principal plane	المستوى الأساسى
primary coil	ملف ابتدائى
pressure	ضغط
Prevost theory	نظرية بريفوست
plasma	بلازما
propagation	انتشار
presbiopia	ضغط تكيفى للعين
pulley	بكرة
pulse	نبضة

quark top	كوارك توب
quark bottom	كوارك بوتوم
quantum chromo-dynamics	ديناميكا اللون المكماة
quark down	كوارك تحت
quark up	كوارك فوق
quantized energy	طاقة مكماة
quantum	كمة
quantum theory	نظرية الكم
quark	كوارك
quantum number	عدد كمى
quantity of heat	كمية الحرارة
quantity of electricity	كمية الكهرباء
rate of flow	معدل تدفق
radiation	إشعاع
random	عشوائى
radian	زاوية مستوية
rarefied	مخلخل
resistance	مقاومة
relative humidity	رطوبة نسبية
resonance	رنين
Reynold\s number	عدد رينولدز
relative scale	مقياس نسبى
rigid body	جسم متماسك
rotating wheel	عجلة دوارة

refractive index	معامل انكسار
rocket	صاروخ
root mean sqare velocity	جذر متوسط مربع السرعة
rotation magnetization	مغناطيسية دورانية
rule of sign	قاعدة الإشارة
remenant magnetism	مغنطة متبقية
refracting	كاسر
retina	شبكية
rank	رتبة
resolving power	قدرة تحليل
rate of change	معدل تغير
relaxation	إرخاء
reversible magnetization	مغناطيسية انعكاسية

- S &T -

Transformation ratio	نسبة التحويل
theory of dimensions	نظرية الأبعاد
toothed wheel	عجلة دوارة
transuerse waves	أمواج مستعرضة
torsion	ليّ
Toric lens	عدسة برميلية
Terminal velocity	سرعة نهائية
Torriod	ملف حلزونى مغلق (لوابى حلقى)
Trough	قاع
Saturated vapor pressure	ضغط بخار مشبع

Satellite	قمر صناعى
screw dislocation	انخلاع حدى
scientillation counter	عداد الوميض
sextant	آلة السدس
simple harmonic motion	حركة توافقية بسيطة
secondary electrons	إلكترونات ثانوية
semi - conductor	شبه موصل
scattered radiation	أشعة مستطارة
strain	انفعال
stream line flow	سريان انسيابى
stress	إجهاد
steredian	زاوية مجسمة
Stoke's law	قانون استوكس
spiral spring	سلك زنبركى
solid angle	زاوية فراغية
solid state	الحالة الصلبة
solar energy	طاقة شمسية
specific heat	حرارة نوعية
solar constant	الثابت الشمسى
sublimation	تسامى
specific volume	حجم نوعى
suspension	معلق
surface energy	طاقة سطحية
surface tension	توتر سطحى
Turbulent motion	حركة دورانية

Transport phenomenon	ظاهرة انتقال

- U, V, W, Z, Y -

Van Allen belt	حزام فان ألن
vapofization	تصعيد
Vacancy	شغره
Van der waals forces	قوى فاندرفال
velocity selector	منتقى السرعات
velocity	سرعة
vergence	تمايل
Viscosity	لزوجة
vitreous humour	سائل زجاجى
velocity distribution	توزيع سرعات
visual angle	زاوية الإبصار
water equivalent	مكافئ مائى
white radiation	إشعاع أبيض
Water condenser	مكثف مائى
wave theory	النظرية الموجية
work	الشغل
work function	دالة الشغل
wheatstone's bridge	قنطرة هويتسون
wave intensity	الشدة الموجبة
working substance	مادة تشغيل
wireless waves	أمواج لاسلكية
uncertainly principle	مبدأ عدم التحديد
uniformly distributed	موزعة بانتظام

universe	الكون
unit cell	وحدة خلية
ultra violet	فوق بنفسجية
yield point	نقطة الإذعان
Young's modulus	عامل يونج للمرونة

قائمة المصطلحات

-أ-

- ت -

– ق –

المحتويات

الجزء الأول

خواص المادة والحرارة

الجزء الثاني
الصوت والضوء

الجزء الرابع

الفيزياء الحديثة

مطابع دار الطباعة والنشر الإسلامية/العاشر من رمضان/المنطقة الصناعية ب٢ تليفاكس : ٣٦٢٣١٣ - ٣٦٣٣١٤

Printed in Egypt by ISLAMIC PRINTING & PUBLISHING Co. Tel:. 015 / 363314 - 362313

مكتب القاهرة : مدينة نصر ١٢ ش ابن هانيء الأندلسي ت : ٤٠٣٨١٣٧ - تليفاكس : ٤٠١٧٠٥٣